АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

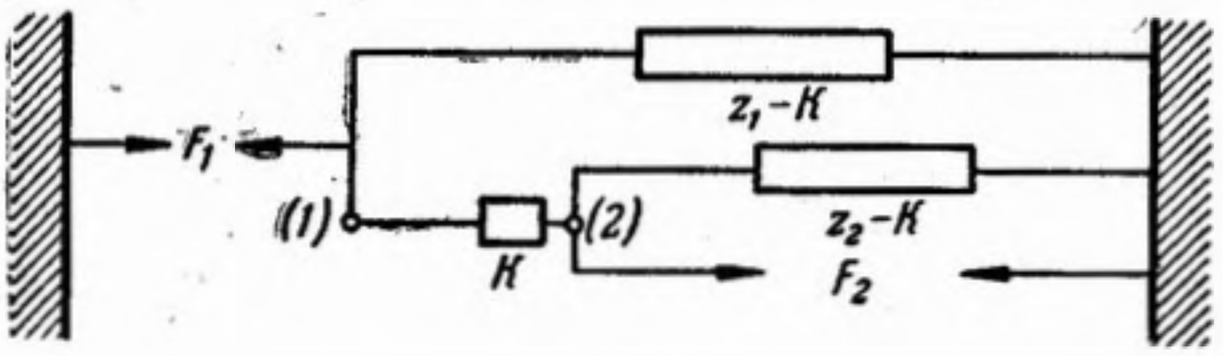
Том I 1955 Вып. 3

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СХЕМЫ ЭЛЕМЕНТОВ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПОСТОЯННЫМИ

И. Г. Русаков

Рассмотрен способ представления механической системы с распределенными постоянными в виде эквивалентных схем, пригодных в частотном диапазоне, охватывающих ряд резонансных частот.

Представление элементов колебательных систем с распределенными постоянными (например, стержней, мембран, труб и т. п.) в виде эквивалентных схем обычно обусловливается некоторым ограниченным частотным диапазоном, в пределах которого элемент с распределенными постоянными с известным приближением может быть заменен эквивалентным ему элементом с сосредоточенными постоянными. Ниже предлагается простой способ рассмотрения таких элементов, при котором достигается их более полное представление в виде эквивалентных схем, пригодных в широком частотном диапазоне, охватывающем ряд резонансных частот элементов.



Фиг. 1

Рассмотрим произвольный линейный механический преобразователь, обозначив через z_1 и z_2 его входное и выходное сопротивления холостого хода и через K — коэффициент связи или переходное сопротивление. Уравнения четырехполюсника в форме сопротивлений легко преобразуются к виду

$$F_1 = F_2 + (z_1 - K)\, v_1 + (z_2 - K)\, v_2,\;\; K\,(v_1 - v_2) = F_2 + (z_2 - K)\, v_2.$$

Отсюда очевидна эквивалентная схема, изображенная на фиг. 1. Для продольно колеблющегося стержня сопротивления выражаются известными формулами

$$Z_1 = Z_2 = \frac{SE}{jc}\operatorname{ctg} kl; \quad K = \frac{SE}{jc}\frac{1}{\sin kl},$$

где S — площадь сечения стержня, E — модуль Юнга, c — скорость распространения продольных волн в стержне, $k = \omega / c$, l — длина стержня.

Находим

$$z_1 - K = z_2 - K = \frac{jSE}{c}\operatorname{tg}\frac{kl}{2}.$$

Основываясь на виде полученных сопротивлений, можно считать K за гибкое сопротивление $\frac{1}{j\omega C}$, причем

$$C = C_0 \frac{\sin kl}{kl},$$

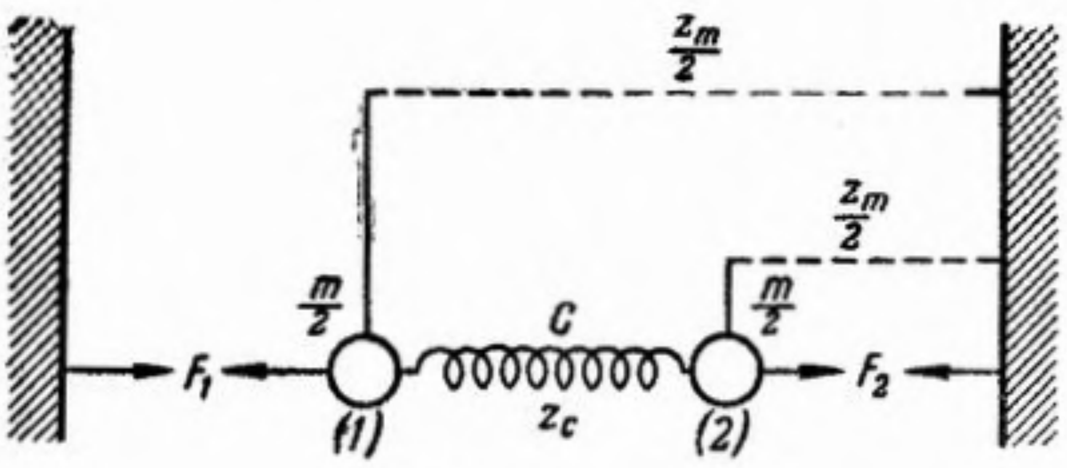
где C_0 — статическая гибкость стержня.

Точно так же, считая $(z_1 - K)$ и $(z_2 - K)$ за инерционные сопротивления $j\omega\frac{m}{2}$, выразим массу $\frac{m}{2}$:

$$\frac{m}{2} = \frac{m_0}{2}\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{kl}{2}\right)}{(kl/2)},$$

где $m_0 = \rho lS$ — общая масса стержня.

Эквивалентная схема представлена на фиг. 2. Разумеется, представление K в виде гибкости и $(z - K)$ в виде массы совершенно условно, так как при изменении частоты меняются знаки этих сопротивлений, причем собственно «массы» переходят в «гибкости», и наоборот; однако с этой оговоркой эквивалентная схема фиг. 2 формально будет правильна при всех частотах, за исключением, может быть, самих резонансных частот, когда сопротивления обращаются в нуль или бесконечность.



Фиг. 2

Схема фиг. 2 относится и к акустическому волноводу — трубе с жесткими стенками малого размера сечения, в котором распространяются плоские звуковые волны. При этом масса m_0 и гибкость C_0 имеют значения:

$$m_0 = \frac{\rho V}{S^2} \quad \text{и} \quad C_0 = \frac{\rho c^2}{V},$$

где V — полный объем волновода, c и S — попрежнему скорость звука и площадь сечения.

При низких частотах, когда $kl \ll 1$, зависящие от частоты гибкость C и масса m волновода или стержня должны быть заменены их статическими значениями. Масса стержня или волновода оказывается распределенной пополам между входным и выходным сечениями. Если стержень или волновод входят как часть в более сложную колебательную систему, силы F_1 и F_2 должны быть заменены реакциями сопротивлений, присоединенных к сечениям *1* и *2*.

Приведенный здесь для стержня и трубы способ рассмотрения и построения эквивалентной схемы легко может быть распространен и на другие подобные элементы колебательных систем.

Всесоюзный научно-исследовательский
институт физико-технических
и радиотехнических измерений
Москва

Поступила в редакцию
10 января 1955 г.