

пузырьки собирались либо под слюдяной полоской, либо возле ступеньки. Можно предполагать, что стремление пузырьков именно к неоднородности определяется наличием и характером искажения, вносимого в постоянный поток такой неоднородностью. Может быть, таков же характер и взаимодействия пузырьков при коагуляции на сравнительно больших расстояниях между ними.

Во всяком случае, представляется перспективным обратить серьезное внимание на неаннигилирующие пузырьки, как на существенный фактор ультразвуковой очистки. Хотя они и требуют наличия в слое загрязнения некоторых начальных нарушений сплошности — пор, зазоров или отслаиваний, которые, кстати говоря, могут образоваться благодаря сравнительно редким, но существенным фактам аннигиляции, — однако благодаря большому их количеству, практически неограниченной продолжительности жизни (обычно равной времени озвучивания) и способности устойчиво локализоваться на твердой поверхности, в ее порах и зазорах, эти пузырьки играют в процессе очистки на низких ультразвуковых и звуковых частотах достаточно большую роль.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Бебчук, Л. О. Макаров, Л. Д. Розенберг. О механизме кавитационного разрушения поверхностных пленок в звуковом поле. Акуст. журн., 1956, 2, 2, 113—117.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
16 сентября 1957 г.

ЯВЛЕНИЕ АМПЛИТУДНОЙ МОДУЛЯЦИИ В АКУСТИЧЕСКИХ КОМБИНАЦИОННЫХ ВОЛНАХ

Г. Д. Михайлов

Механизм взаимодействия акустических волн конечной амплитуды и законы распространения комбинационных волн пока мало изучены. Эта проблема представляет интерес с двух точек зрения: во-первых, с познавательной и, во-вторых, с прикладной.

В последнее время в литературе появился ряд работ, в той или иной мере затрагивающих данную проблему [1—4]. Так, в работе [4] была сделана попытка исследования взаимодействия двух бегущих волн конечной амплитуды в вязкой среде.

В настоящем сообщении эта попытка распространяется на случай ограниченного пространства. Предполагается, что имеются две бесконечные параллельные плоскости на расстоянии r друг от друга. Между пластинами помещена точка наблюдения M , отстоящая на величину x от плоскости S . Одна из плоскостей S служит источником и возбуждается на двух различных частотах ω_1 и ω_2 . Другая плоскость P служит отражателем или звукоприемником (при $x = r$). Задача сводится к отысканию избыточного акустического давления для комбинационных волн. В [4] были написаны волновые уравнения акустики первого и второго приближений, годные для указанной задачи. Эти волновые уравнения записываются так*:

$$L_1 U_1 = 0, \quad (1)$$

$$L_1 \rho_2 = D_0 \frac{\partial^2 U_1^2}{\partial x^2}, \quad (2)$$

где L_1 — линейный дифференциальный оператор третьего порядка:

$$L_1 = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - b\nu_0 \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial t}; \quad D_0 = \rho_0 \left[1 + \frac{\rho_0}{C_0} \left(\frac{dC}{d\rho} \right)_0 \right].$$

Решение уравнения (1) для бесконечного полупространства, как известно, записывается так:

$$U_1' = A_1 e^{i\omega_1 t - (\alpha_1 + ik_1)x}. \quad (3)$$

Для наблюдателя, находящегося между плоскостями в точке M поле волны (3) будет представляться в виде двух волн, одна из которых прямая, другая — отраженная (многократных отражений не учитываем):

$$U_1^{*'} = A_1 e^{i\omega_1 t} [e^{-(\alpha_1 + ik_1)x} - \gamma_1 e^{-(\alpha_1 - ik_1)(2r-x)}]. \quad (4)$$

Знак минус учитывает потерю полуволны при отражении. Здесь γ_1 — коэффициент отражения волны с частотой ω_1 от плоскости P .

* Здесь использованы обозначения, принятые в [4].

Удерживая в (4) действительную часть, запишем для волны скорости смещения с частотой ω_1

$$U'_1 = A_1 \{e^{-\alpha_1 x} \cos \omega_1 (t - kx) - \gamma_1 e^{-\alpha_1 (2r-x)} \cos \omega_1 [t + k(2r-x)]\}. \quad (4, a)$$

Аналогичное выражение для скорости смещения с частотой ω_2 запишется так:

$$U'_1 = A_2 \{e^{-\alpha_2 x} \cos \omega_2 (t - kx) - \gamma_2 e^{-\alpha_2 (2r-x)} \cos \omega_2 [t + k(2r-x)]\}. \quad (4, б)$$

Далее, сумму $U_1 = U'_1 + U''_1$ подставляем в правую часть уравнения (2). Затем, удерживая в правой части только перекрестные члены, заметим, что выражение (2) распадается на два уравнения: на волновое для суммарной частоты и соответственно для разностной частоты:

$$L_1 \rho_s = K_0 \omega_s^2 \{e^{-\alpha x} \cos \omega_s (t - kx) + \gamma_1 e^{-n_1 x - 2\alpha_1 r} \cos [2\omega_1 k r + \omega_s (t - kx)] + \\ + \gamma_2 e^{n_1 x - 2\alpha_2 r} \cos [2\omega_2 k r + \omega_s (t - kx)]\}, \quad (5)$$

$$L_1 \rho_r = K_0 \omega_r^2 \{e^{-\alpha x} \cos \omega_r (t - kx) + \gamma_1 e^{-n_1 x - 2\alpha_1 r} \cos [2\omega_1 k r + \omega_r (t - kx)] + \\ + \gamma_2 e^{n_1 x - 2\alpha_2 r} \cos [2\omega_2 k r - \omega_r (t - kx)]\}. \quad (6)$$

Здесь

$$K_0 = \rho_0 \left[1 + \frac{\rho_0}{C_0} \left(\frac{dC}{d\rho} \right)_0 \right] \frac{A_1 A_2}{2C_0^2}; \quad \alpha = \alpha_1 + \alpha_2, \quad \omega_s = \omega_1 + \omega_2, \quad \omega_r = \omega_1 - \omega_2, \quad n_1 = \alpha_2 - \alpha_1.$$

Решения однородных уравнений (5) и (6) можно написать по аналогии с (4, а) и полагая в этих решениях $x = r$, найдем

$$\rho_s^{\text{одн}} = C_s e^{-\alpha_s r} \{ \sin \omega_s (t - kr) - \gamma_s \sin \omega_s (t + kr) \}, \quad (7)$$

$$\rho_r^{\text{одн}} = C_r e^{-\alpha_r r} \{ \sin \omega_r (t - kr) - \gamma_r \sin \omega_r (t + kr) \}, \quad (8)$$

где C_s и C_r — произвольные постоянные. Частное решение для неоднородных уравнений (5) и (6) после довольно громоздких вычислений можно записать так:

$$\rho_s^{\text{неодн}} = K'_0 e^{-\alpha r} \left\{ \frac{\omega_s}{\omega_1 \omega_2} \sin \omega_s (t - kr) + \frac{\gamma_1}{\omega_1} \sin [\omega_s t + \omega_r kr] + \frac{\gamma_2}{\omega_2} \sin [\omega_s t - \omega_r kr] \right\}, \quad (9)$$

$$\rho_r^{\text{неодн}} = K'_0 e^{-\alpha r} \left\{ \frac{\omega_r}{\omega_1 \omega_2} \sin \omega_r (t - kr) + \frac{\gamma_1}{\omega_1} \sin [\omega_r t + \omega_s kr] - \frac{\gamma_2}{\omega_2} \sin [\omega_r t - \omega_s kr] \right\}, \quad (10)$$

где $K'_0 = \frac{D_0 A_1 A_2}{4b\nu_0}$.

Для перехода к избыточному звуковому давлению в стоячих комбинационных волнах необходимо воспользоваться известным соотношением: $p_i = C_0^2 \rho_i$.

В нашем случае это можно записать так:

$$p_s = C_0^2 (\rho_s^{\text{одн}} + \rho_s^{\text{неодн}}), \quad (11)$$

$$p_r = C_0^2 (\rho_r^{\text{одн}} + \rho_r^{\text{неодн}}). \quad (12)$$

Исследуем формулы (11) и (12). Если в исследуемой среде создать условия для бегущих волн (например, покрыв звукоприемник каким-либо поглотителем так, чтобы $\gamma_i \approx 0$), то при соответствующем выборе произвольных постоянных C_s и C_r можно получить уже известные [4] выражения для избыточных давлений в бегущих комбинационных волнах.

$$p_s = p_{0s} (e^{-\alpha r} - e^{-\alpha_s r}) \sin \omega_s (t - kr),$$

$$p_r = p_{0r} (e^{-\alpha_r r} - e^{-\alpha r}) \sin \omega_r (t - kr).$$

Учитывая, что $\alpha_s > \alpha > \alpha_r$, то вдали от источника выражениями (7) и (10) можно пренебречь, и тогда (11) и (12) запишутся так:

$$p_s = C_0^2 K_0' e^{-\alpha r} \left\{ \frac{\omega_s}{\omega_1 \omega_2} \sin \omega_s (t - kr) + \frac{\gamma_1}{\omega_1} \sin [\omega_s t + \omega_r kr] + \frac{\gamma_2}{\omega_2} \sin [\omega_s t - \omega_r kr] \right\},$$

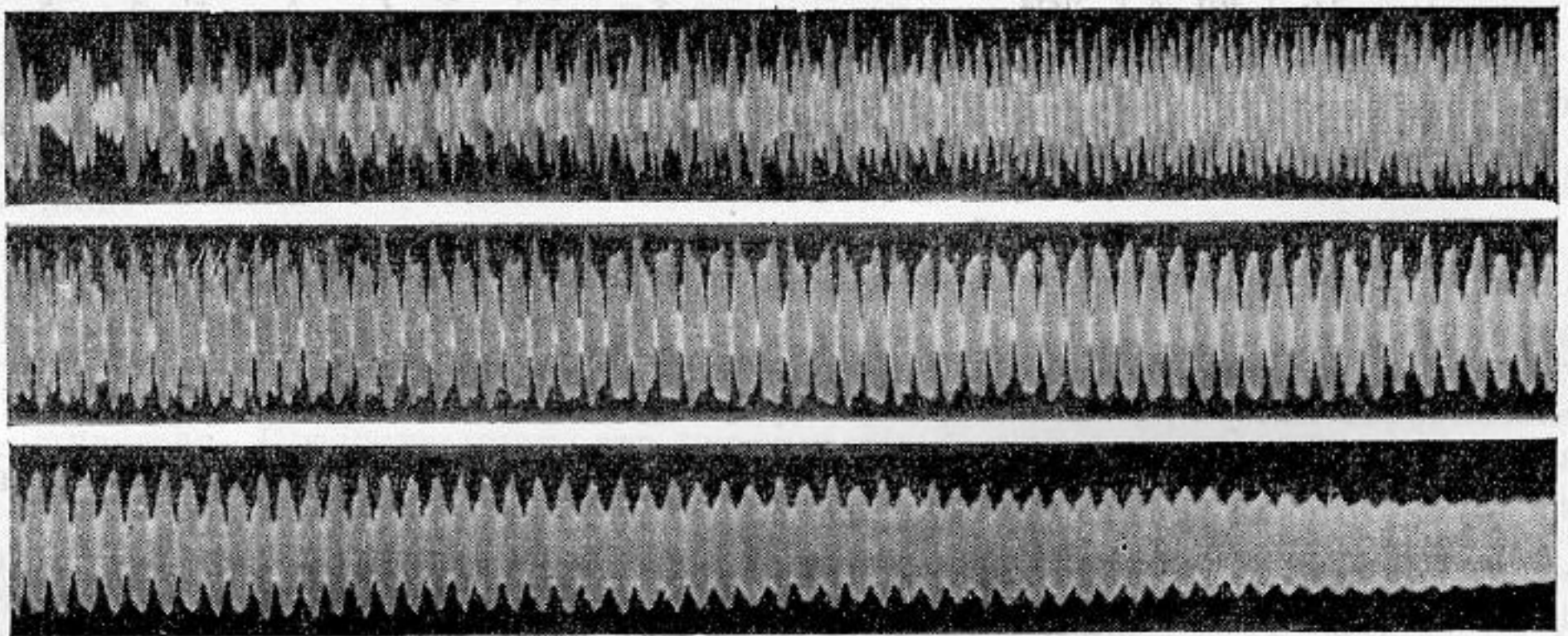
$$p_r = C_0^2 C_r e^{-\alpha_r r} [\sin \omega_r (t - kr) - \gamma_r \sin \omega_r (t + kr)].$$

Таким образом, амплитуды избыточных давлений стоячих комбинационных волн вдали от источника ($\alpha r = \infty$; $\alpha_s r \neq \infty$) модулированы по пространству разностной частотой. Наоборот, вблизи от источника можно пренебречь (8) и (9) и тогда (11) и (12) запишутся так:

$$p_s = C_0^2 C_s e^{-\alpha_s r} [\sin \omega_s (t - kr) - \gamma_s \sin \omega_s (t + kr)]^*$$

$$p_r = C_0^2 K_0' e^{-\alpha r} \left\{ \frac{\omega_r}{\omega_1 \omega_2} \sin \omega_r (t - kr) + \frac{\gamma_1}{\omega_1} \sin [\omega_r t + \omega_s kr] - \frac{\gamma_2}{\omega_2} \sin [\omega_r t - \omega_s kr] \right\},$$

т. е. амплитуды избыточных давлений в стоячих комбинационных волнах вблизи от источника ($\alpha r = 0$; $\alpha_s r \neq 0$) модулированы по пространству суммарной частотой. Для качественного сравнения расчета с опытом был проделан эксперимент в вазелиновом масле. Кварцевый излучатель возбуждался одновременно на частотах $\nu_1 = 1,0$ мГц и $\nu_2 = 1,5$ мГц. Выделенные при помощи фильтров напряжения с частотами



Осциллограмма изменения интенсивности суммарной частоты с расстоянием в вазелине

тами $\nu_1 + \nu_2$ и $\nu_1 - \nu_2$ можно было фиксировать на экране осциллографа. Связывая одновременно перемещение приемного кварца относительно излучателя с перемещением фотопленки перед экраном осциллографа, нам удалось получить осциллограммы стоячих комбинационных волн.

На фигуре приведена осциллограмма для суммарной частоты, которая для удобства рассмотрения разделена на 3 равные части. Зная длину осциллограммы и скорость звука в данной среде, можно легко обнаружить суммарную частоту вначале осциллограммы и разностную частоту в конце ее. Кроме того, как и следует из написанных формул и осциллограммы, амплитудная модуляция представляет собой две серии фигур, сдвинутых друг относительно друга на угол $\pi/2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Д. Михайлов. О взаимодействии ультразвуковых волн в жидкостях. ДАН СССР, 1953, 4, 663—665.
2. Г. Д. Михайлов. К вопросу о взаимодействии акустических волн. ЖЭТФ, 1956, 30, 6, 100.
3. А. Г. Горелик, В. А. Зверев. К вопросу о взаимодействии ультразвуковых волн. Акуст. журн., 1956, 1, 4, 339—342.
4. Г. Д. Михайлов. Об искажении и взаимодействии акустических волн конечной амплитуды. ДАН СССР, 1956, 109, 1, 603—606.