АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том V 1959 Вып. 1

К РАСЧЕТУ КОЭФФИЦИЕНТА КОНЦЕНТРАЦИИ НЕКОТОРЫХ НАПРАВЛЕННЫХ АКУСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Н. Ф. Воллернер, М. И. Карновский

Устанавливаются соотношения между коэффициентом осевой концентрации и коэффициентом усиления направленных акустических систем.

Соотношения между коэффициентом осевой концентрации и коэффициентом усиления по давлению направленных акустических систем, вытекающие из теорем взаимности, позволяют вычислить одну из указанных величин по известной другой величине. Такие соотношения могут оказаться весьма полезными, так как непосредственное вычисление одной из этих величин может быть значительно проще вычисления другой величины.

При применении теорем взаимности [1] для установления подобных соотношений обычно сопоставляется работа в режиме приема и излучения для данной и точечной антенны. Идея выбора такой системы сопоставления принадлежит Шоттки [2] и была применена рядом авторов. Например, таким путем Гутиным [3] был определен коэффициент усиления приемного рупора.

Применение теорем взаимности к другим системам позволяет установить более общие соотношения между коэффициентом усиления и коэффициентом осевой концентрации, которые в данной работе используются для вычисления коэффициента осевой концентрации звуковых цилиндрических фокусирующих систем.

Рассмотрим направленную приемную систему П (фиг. 1, a''). Расположим источник звука в достаточно удаленной точке A. Эффективное значение давления, создаваемое источником на приемной поверхности S, осредненное по этой поверхности, обозначим P_1''. Расположим затем на некотором небольшом расстоянии от приемного устройства П ту или иную пассивную акустическую систему Ф (концентратор, рупор и т. п.), изменяющую направленные свойства данного приемного устройства. Этот случай представлен на фиг. 1, b''. Очевидно, теперь давление на поверхности S приемной системы П изменится. Эффективное значение давления, осредненное по поверхности S для случая 1, b'', обозначим P_2''.

Изменение осредненного значения давления на поверхности S приемной системы П при наличии пассивной акустической системы Ф будет:

$$K_p'' = \frac{P_2''}{P_1''}. \tag{1}$$

Величина K_p'' определяет коэффициент усиления по давлению в режиме приема, обусловленный применением пассивной системы.

Пусть теперь П является излучающей системой. Предположим, что при работе П без дополнительной пассивной системы в режиме излучения (фиг. 1, a') в рассмотренной ранее удаленной точке A создается избыточное давление P_1'. Давление в точке A, когда вблизи излучателя П находится пассивная система Ф (фиг. 1, b'), обозначим P_2'. Предпо-

ложим, что наличие пассивной системы не вызывает изменения объемной скорости излучателя П и что П ориентирован относительно Ф так же, как и для случая b''.

Добавление пассивной системы изменяет давление в удаленной точке A в

$$K'_p = \frac{P'_2}{P'_1} \tag{2}$$

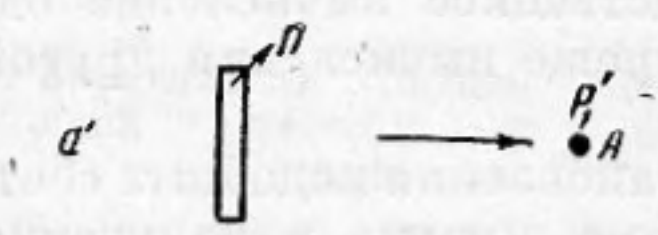
раз. Таким образом, K'_p является коэффициентом усиления по давлению в точке A в режиме излучения, обусловленным действием пассивной системы, причем на основании теоремы взаимности

$$K''_p = K'_p. \tag{3}$$

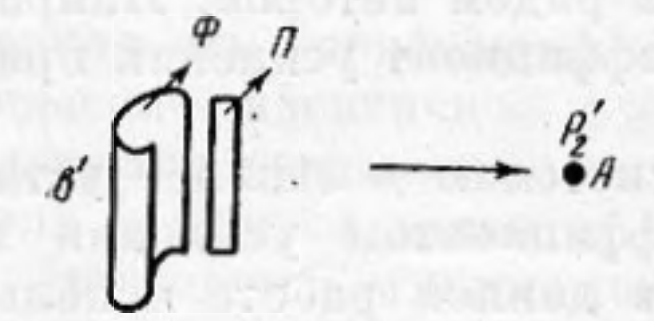
Для доказательства соотношения (3) применим теорему взаимности попарно к случаям $a' - a''$ и $b' - b''$ (фиг. 1).

Полагая в случае фиг. 1, a' колебательную скорость на поверхности излучателя $\dot{\xi}$, найдем силу Y, развиваемую на поверхности достаточно малого жесткого шарика радиуса r_0, расположенного в точке A:

$$Y = 4\pi r_0^2 P'_1.$$



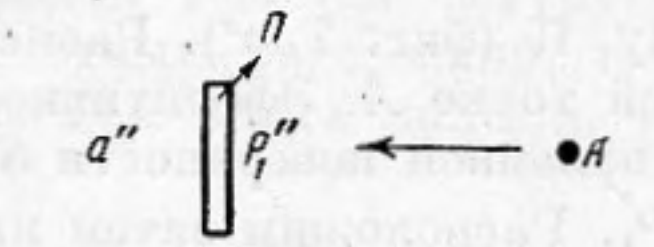
В случае 1, a'' сила X, действующая на поверхности S приемной системы П, при условии, что колебания создаются в точке A указанным шариком, пульсирующим со скоростью $\dot{\eta}$, равна



$$X = P''_1 S,$$

причем на основании теоремы взаимности

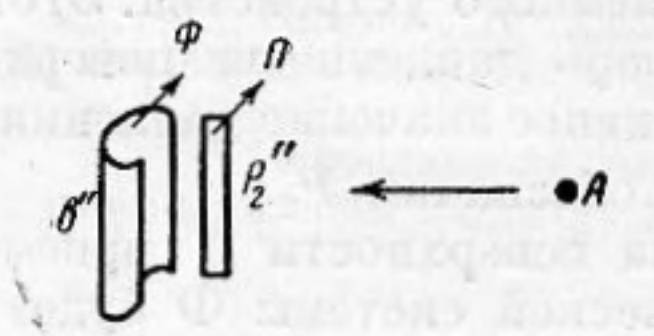
$$\frac{P''_1}{P'_1} = \frac{4\pi r_0^2}{S}\frac{\dot{\eta}}{\dot{\xi}}. \tag{4}$$



Аналогично для случаев $b' - b''$ (фиг. 1) получаем:

$$\frac{P''_2}{P'_2} = \frac{4\pi r_0^2}{S}\frac{\dot{\eta}}{\dot{\xi}}. \tag{5}$$

Из уравнений (4) и (5) следует искомое соотношение (3).



Фиг. 1

Перейдем теперь к вычислению K'_p. Сила звука в удаленной точке A, расположенной на расстоянии r от источника П, при отсутствии пассивной системы Ф (фиг. 1, a'), будет

$$J_a = \frac{W_a \gamma_a R_a^2(\theta_A \varphi_A)}{4\pi r^2} 10^{-0,1\beta r},$$

где W_a — мощность, излучаемая источником, γ_a — коэффициент осевой концентрации, $R_a(\theta_A, \varphi_A)$ — коэффициент направленности, отвечающий точке A, определяемой углами θ_A, φ_A; β — коэффициент затухания. Тут и далее индекс a указывает, что соответствующие значения относятся к системе, представленной на фиг. 1, a'.

Полагая, что

$$J_a = \frac{P'^2_1}{\rho_0 c},$$

получаем

$$P_1' = \frac{R_a(\theta_A, \varphi_A)}{2r}\sqrt{\frac{W_a\gamma_a\rho_0 c}{\pi}}\,10^{-0,05\beta r}. \tag{6}$$

Добавление пассивной системы Ф (фиг. 1, b') вызывает в общем случае изменение излучаемой мощности, коэффициента направленности и коэффициента осевой концентрации. Соответствующие величины для системы, представленной на фиг. 1, b', обозначим W_b, $R_b(\theta_A, \varphi_A)$ и γ_b. Для этого случая избыточное давление в A, аналогичное (6), представится в виде:

$$P_2' = \frac{R_b(\theta_A, \varphi_A)}{2r}\sqrt{\frac{W_b\gamma_b\rho_0 c}{\pi}}\,10^{-0,05\beta r}.$$

Следовательно,

$$K_p' = \frac{P_2'}{P_1'} = \frac{R_b(\theta_A, \varphi_A)}{R_a(\theta_A, \varphi_A)}\sqrt{\frac{W_b\gamma_b}{W_a\gamma_a}}.$$

Представим излучаемую мощность в виде

$$W_a = V_a^2 r_1$$

$$W_b = V_b^2 r_2,$$

где r_1 — активная составляющая сопротивления излучения и V_a — эффективное значение колебательной скорости излучателя П при отсутствии пассивной системы, r_2 и V_b — соответствующие значения при наличии пассивной системы.

Принимая $V_a = V_b$, получаем:

$$K_p' = \frac{R_b(\theta_A, \varphi_A)}{R_a(\theta_A, \varphi_A)}\sqrt{\frac{r_2\gamma_b}{r_1\gamma_a}}. \tag{7}$$

Заменяя в (7) K_p' на K_p'', находим:

$$\gamma_b = K_p''^2\frac{R_a^2(\theta_A, \varphi_A)\,r_1}{R_b^2(\theta_A, \varphi_A)\,r_2}\gamma_a. \tag{8}$$

Представим K_p'' в виде

$$K_p'' = \frac{P_2''}{P_1''} = \frac{P_2''}{P_0}\cdot\frac{P_0}{P_1''} = \frac{K_p}{\mu}, \tag{9}$$

где P_0 — давление в свободном звуковом поле, создаваемое источником A в месте нахождения приемника П. Таким образом, значения

$$\mu = \frac{P_1''}{P_0},$$

$$K_p = \frac{P_2''}{P_0}$$

определяют коэффициенты усиления по давлению в режиме приема для случаев a'' и b'' (фиг. 1) по отношению к свободному звуковому полю. Таким образом,

$$\gamma_b = \frac{K_p^2 R_a^2(\theta_A, \varphi_A)\,r_1}{\mu^2 R_b^2(\theta_A, \varphi_A)\,r_2}\gamma_a. \tag{10}$$

Если при определенном расположении пассивной системы относительно приемной системы K_p достигает максимума (например, при расположении приемника в фокусе концентратора), то соответствующее значение коэффициента осевой концентрации равняется:

$$\gamma_{b_{\max}} = \frac{K_{p_{\max}}^2 R_a^2(\theta_A, \varphi_A)\,r_1}{\mu^2 R_b^2(\theta_A, \varphi_A)\,r_2}\gamma_a. \tag{10'}$$

Если наличие пассивной системы не вызывает смещения осевого направления, то при $R_a = 1$, $R_b = 1$ получаем

$$\gamma_{b_0} = \frac{K_{p0}^2 r_1}{\mu^2 r_2} \gamma_a \tag{11}$$

и

$$\gamma_{b_{0\max}} = \frac{K_{p_0\max}^2 r_1}{\mu^2 \cdot r_2} \gamma_a. \tag{11'}$$

Следует отметить, что в выражениях (10) и (10′) K_p или $K_{p_{\max}}$ относятся к случаю, когда точка A, в которой расположен точечный источник, находится в любом направлении, тогда как соответствующие величины в (11) и (11′) относятся к расположению источника в осевом направлении одновременно для случаев a'' и b'' (фиг. 1).

Применим полученные выражения для определения коэффициентов концентрации звуковых фокусирующих систем по известным значениям коэффициентов усиления по давлению. Предполагается, что приемник расположен в фокальной области и что фокусное расстояние $f \gg \lambda$, где λ — длина волны. При этом можно не учитывать изменения сопротивления излучения под действием фокусирующей системы. Следовательно,

$$r_2 = r_1, \tag{12}$$

что приводит к

$$\gamma_{b_0} = \frac{K_{p_0}^2 \gamma_a}{\mu^2} \tag{13}$$

и

$$\gamma_{b_{0\max}} = \frac{K_{p_0\max}^2 \gamma_a}{\mu^2}. \tag{13'}$$

Если в фокусе осесимметричного параболического концентратора находится точечный жесткий приемник, то

$$\gamma_a = 1, \quad \mu = 1.$$

В этом частном случае (13′) приводит к соотношению

$$\gamma_{b_{0\max}} = K_{p_0\max}^2. \tag{14}$$

Значения $K_{p_0\max}$, т. е. коэффициента усиления в фокусе осесимметричного концентратора при падении плоской волны, фронт которой перпендикулярен оси параболоида, были получены Гутиным [4] и Розенбергом [5].

Если размеры приемника сравнимы с размерами дифракционного кружка, то коэффициент осевой концентрации системы γ_{b_0} следует вычислять по формуле (13), где K_{p_0} — среднее по поверхности S приемника П значение коэффициента усиления, γ_a — коэффициент осевой концентрации приемника.

Определим теперь коэффициент осевой концентрации цилиндрических фокусирующих систем. Коэффициент усиления таких систем был получен в работах [6] и [7]. Розенберг [6] показал, что при фокусном расстоянии $f \gg \lambda$ и высоте цилиндра $h \gg \sqrt{\lambda f}$

$$K_{p_0\max} = 2\left(\frac{2}{\pi} kf\right)^{1/2} \ln \frac{1 + \sin\frac{\alpha_m}{2}}{\cos\frac{\alpha_m}{2}}, \tag{15}$$

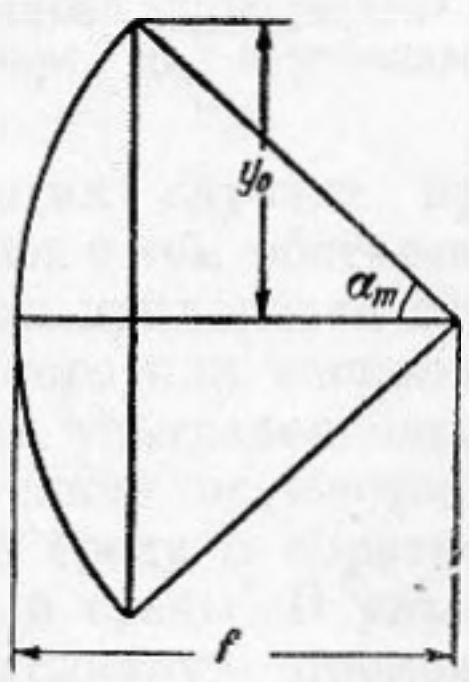
где α_m — угол раскрытия фокусирующей системы, $k = 2\pi/\lambda$. Пусть в фокусе концентратора находится цилиндрический приемник высотой h, равной высоте цилиндра, и диаметром малым, по сравнению с λ. Полагая, кроме того, что $h \gg \lambda$, получим:

$$\gamma_a = \frac{2h}{\lambda} = \frac{kh}{\pi}; \quad \mu \approx 1. \tag{16}$$

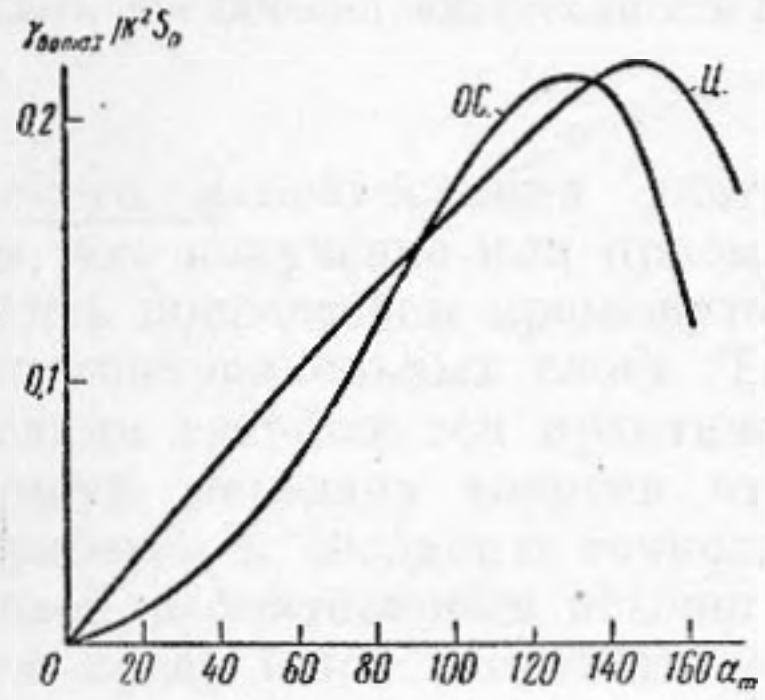
Учитывая (13′), (15) и (16), находим коэффициент осевой концентрации цилиндрических фокусирующих систем при указанных выше ограничениях:

$$\gamma_{b_{\text{max}}} = K^2_{p_{\text{max}}} \gamma_a = \frac{8}{\pi^2} \left(k\sqrt{fh}\right)^2 \ln^2 \frac{1 + \sin\frac{\alpha_m}{2}}{\cos\frac{\alpha_m}{2}}. \tag{17}$$

Таким образом, хотя коэффициент усиления цилиндрических концентраторов характеризуется более слабой зависимостью от kf ($K_{p_{\text{max}}}$ пропорционально $\sqrt{kf}$), чем для осесимметричных концентраторов, где коэффициент усиления пропорционален kf, однако коэффициент осевой концентрации таких систем пропорционален, соответственно, $(k\sqrt{fh})^2$ и $(kf)^2$.



Фиг. 2



Фиг. 3

Учитывая, что (см. фиг. 2)

$$f = \frac{y_0}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha_m}{2},$$

получаем:

$$\gamma_{b_{\text{max}}} = \frac{4}{\pi^2} \left(k\sqrt{y_0 h}\right)^2 \left[\ln^2 \frac{1 + \sin\frac{\alpha_m}{2}}{\cos\frac{\alpha_m}{2}}\right] \operatorname{ctg} \frac{\alpha_m}{2}.$$

Обозначая площадь выходного сечения концентратора через $S_0 = 2y_0 h$, находим:

$$\gamma_{b_{\text{max}}} = \frac{2}{\pi^2} k^2 S_0 \left[\ln^2 \frac{1 + \sin\frac{\alpha_m}{2}}{\cos\frac{\alpha_m}{2}}\right] \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha_m}{2}, \tag{18}$$

тогда как для осесимметричного параболического концентратора, в фокусе которого находится точечный не направленный приемник, согласно (14) и данным работы Розенберга [5],

$$\gamma_{b_{\text{max}}} = \frac{1}{\pi} k^2 S_0 \left[\ln^2 \frac{2}{1 + \cos\alpha_m}\right] \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha_m}{2}. \tag{19}$$

Значения $\gamma_{b_{0\max}}/k^2S_0$ для цилиндрических (ц.) и осесимметричных (ос. концентраторов приведены на фиг. 3. Из фиг. 3 следует, что при равных значениях S_0 и указанных выше приемниках цилиндрические и осесимметричные параболические концентраторы имеют близкие значения коэффициента осевой концентрации.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Фурдуев. Теоремы взаимности. М.—Л., 1948.
2. W. Schottky. Das Gesetz des Tiefempfangs in der Akustik und Electroakustik. Z. Phys. 1926, 36, 689—736.
3. Л. Я. Гутин. К теории приемного рупора. Ж. техн. физ., 1935, 5, 8, 1454—1474.
4. Л. Я. Гутин. К теории параболического концентратора звука. ИЭСТ, 1935, 9, 9—25.
5. Л. Д. Розенберг. Звуковые фокусирующие системы. М.— Л., 1949.
6. Л. Д. Розенберг. Расчет усиления звуковых цилиндрических фокусирующих систем. Акуст. ж., 1955, 1, 1, 70—77.
7. И. Н. Каневский, Л. Д. Розенберг. Расчет звукового поля в фокальной области цилиндрической фокусирующей системы. Акуст. ж., 1957, 3, 1, 46—61.

Киевский политехнический институт

Поступила в редакцию 10 декабря 1957 г.