

**ЗВУКОВОЕ ПОЛЕ ПЕРВОЙ НОРМАЛЬНОЙ ВОЛНЫ
В ВОДНОМ СЛОЕ**

Ф. И. Кряжев

Рассматривается поле первой нормальной волны в плоско-параллельном водном слое, лежащем на грунте, не обладающем сдвиговой упругостью. Приводятся результаты экспериментов, посвященных изучению свойств первой нормальной волны при распространении звука в мелкой воде в реальных условиях и определению по ее характеристикам свойств подводного грунта. Проводится сравнение теоретических и экспериментальных данных.

Общее теоретическое решение задачи о распространении звука любой частоты в плоско-параллельном слое жидкости с произвольными границами было дано в работах [1, 2, 3]. В последующие годы было опубликовано довольно большое число работ, посвященных исследованию этой задачи [4, 5, 6, 7]. Одна из основных работ [4], посвященных этому вопросу за рубежом, относилась, однако, к частному случаю взрывного источника звука и грунта без сдвиговой упругости. Из работ последнего времени особо следует отметить работы [6, 7 и 8], где впервые учтено затухание в грунте и его влияние на распространение звука в водном слое, выяснен вопрос о роли боковой волны вблизи критической частоты, а также учтено изменение скорости звука в грунте с глубиной. Теоретическое рассмотрение некоторых особенностей распространения звука низких частот в водном слое и экспериментальное изучение содержится также в работах [9, 10 и 11].

Приведем некоторые теоретические результаты, которые нам понадобятся для рассмотрения и истолкования экспериментальных данных. Следуя геометрическим обозначениям, которые ясны из фиг. 1 (1 — излучатель, 2 — звукоприемник), мы можем записать суммарное поле нормальных волн в водном слое, лежащем на однородном грунте, лишенном сдвиговой упругости, в следующем виде:

$$\varphi = -2 \pi i \sum_p \left[\frac{\text{sh} \sqrt{\xi^2 - k^2} h (1 - z/h) \text{sh} \sqrt{\xi^2 - k^2} h (1 - z_0/h)}{h + \frac{\rho_1}{\rho} \frac{k^2 - k_1^2}{(\sqrt{\xi^2 - k_1^2})^3} \text{ch} \sqrt{\xi^2 - k^2} h} \right]_{\xi = \xi_p} H_0^{(1)}(\xi_p r), \quad (1)$$

где величина ξ должна удовлетворять характеристическому уравнению

$$\text{th}(h \sqrt{\xi^2 - k^2}) = - \frac{m \sqrt{\xi^2 - k^2}}{\sqrt{\xi^2 - k^2 n^2}}. \quad (2)$$

Здесь m — отношение плотности грунта ρ_1 к плотности воды ρ , $n = c/c_1$ — коэффициент преломления, c — скорость звука в воде, c_1 — скорость звука в грунте, k — волновое число в водной среде.

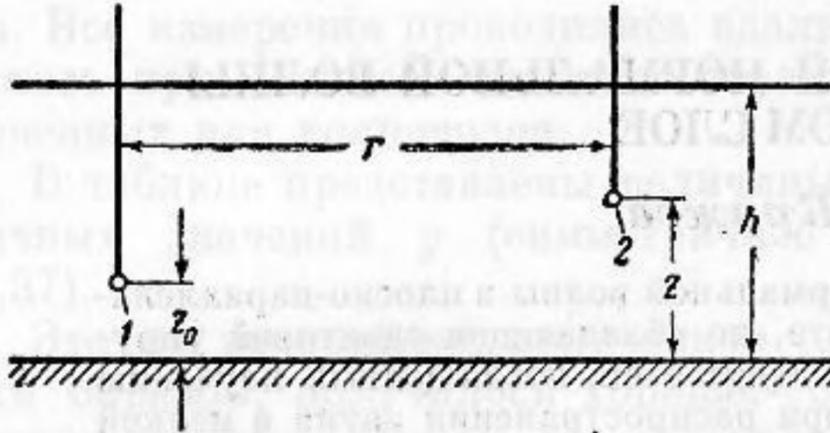
Каждый член суммы (1) представляет собой нормальную волну. Полагая

$$h \sqrt{\xi^2 - k^2} = i\alpha, \quad (3)$$

мы можем записать характеристическое уравнение (2) в форме

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{m\alpha}{\sqrt{l^2 - \alpha^2}}, \quad (4)$$

где $l^2 = k^2 h^2 (1 - n^2)$. Заметим, что в уравнении (2) величина ξ зависит от трех параметров kh , m и n ; величина же α в уравнении (3) зависит



Фиг. 1

только от двух параметров l и m . Величина α является определяющим параметром каждой нормальной волны. Поэтому необходимо определить, при каких условиях действительные значения α , отвечающие распространяющимся нормальным волнам, удовлетворяют характеристическому уравнению (3). При n действительном и меньшем единицы при $0 \leq l <$

$< \pi/2$ уравнению (2) удовлетворяют лишь комплексные значения α . При $l \geq \pi/2$ уравнению (4) удовлетворяют действительные значения α . Первый корень α , соответствующий первой нормальной волне при критической частоте, равен $\alpha_1 = \pi/2 = k_{\text{кр}} h \sqrt{1 - n^2}$. Заметим, что критическими частотами мы называем те значения частоты, при которых зарождаются незатухающие нормальные волны. При критических частотах второй, третьей и так далее нормальных волн α принимает значение $\alpha_p = (2p - 1)\pi/2$ ($p = 1, 2, 3, \dots$). Корень α_1 при увеличении kh стремится к π , α_2 стремится к 2π и так далее.

Для больших значений ξr , используя асимптотическое представление функции Ханкеля, можно написать

$$\varphi = 2\sqrt{2\pi} e^{-i^{3/4}\pi} \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_p \left[\frac{\sin \alpha (1 - z/h) \sin \alpha (1 - z_0/h)}{h(1+m) \frac{k^2 - k_1^2}{\sqrt{k^2 h^2 (1 - n^2) - \alpha^2}} \cos^2 \alpha} \right]_{\alpha=\alpha_p} \frac{e^{i\xi_p r}}{\sqrt{\xi_p}}. \quad (5)$$

Запишем, наконец, выражение для фазовой скорости нормальных волн c_Φ :

$$c_\Phi = \frac{\omega}{\xi_p} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\alpha_p/kh)^2}}. \quad (6)$$

Приведенные выше выражения были написаны без учета затухания в грунте. Для того чтобы учесть затухание, необходимо принять n в виде комплексной величины. В этом случае характеристическому уравнению (4) будут удовлетворять только комплексные значения α . Положим $\alpha = \alpha' + i\alpha''$ и $\xi = \xi' + i\xi''$ и напишем звуковой потенциал для первой нормальной волны в форме

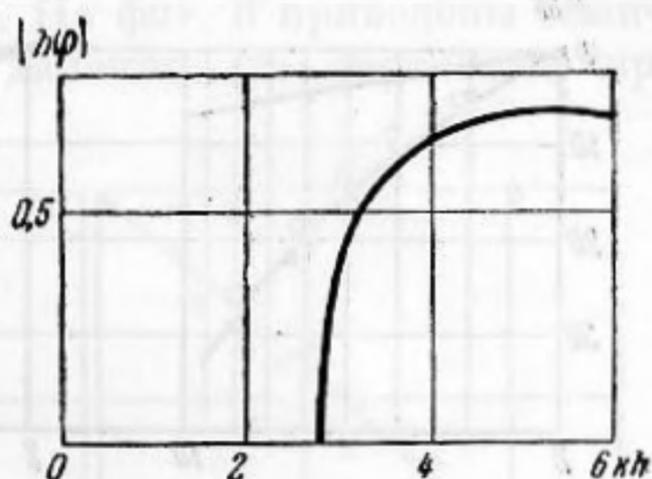
$$\varphi = 2\sqrt{\pi} e^{-i^{3/4}\pi} \frac{1}{\sqrt{r}} \times \left[\frac{\sin(\alpha'_1 + i\alpha''_1)(1 - z/h) \sin(\alpha'_1 + i\alpha''_1)(1 - z_0/h)}{h \left\{ 1 + m \frac{k^2 - k_1^2}{\sqrt{k^2 h^2 (1 - n^2) - (\alpha'_1 + i\alpha''_1)^2}} \cos^2(\alpha'_1 + i\alpha''_1) \right\}} \right] \frac{e^{i h \xi'_1 r/h} e^{-h \xi''_1 r/h}}{\sqrt{\xi'_1 + i\xi''_1}}. \quad (7)$$

Это выражение будет для нас являться основным.

Рассмотрим некоторые особенности поля первой нормальной волны. При отсутствии в грунте потерь, закон спадания потенциала с удалением от источника был бы цилиндрическим, в соответствии с множителем $1/\sqrt{r}$; при наличии затухания добавляется экспоненциальный множи-

тель $e^{-h\xi''r/h}$, что приводит к более быстрому спадаанию потенциала. Величина $h\xi''$ определяет дополнительное спадаание потенциала в расчете на расстояние, равное глубине водного слоя. Ниже критической частоты нормальная волна отсутствует; при $kh > k_{кр}h$ амплитуда нормальной волны быстро возрастает. Это обстоятельство иллюстрируется фиг. 2, построенной для $z_0 = 1/2$, $z = 0$, $r/h = 3$ и $n = 0,83$.

Из выражения (7) видно, что распределение амплитуды нормальной волны по глубине водного слоя является синусоидальным. При отсутствии затухания и $n < 1$, поскольку при критической частоте $\alpha_1 = \pi/2$, амплитуда первой нормальной волны при критической частоте максимальна при $z = 0$, т. е. на дне. С возрастанием частоты максимум амплитуды нормальной волны перемещается вверх. Следует отметить, что такое распределение



Фиг. 2

амплитуды для первой нормальной волны по глубине имеет место на любых расстояниях от излучателя и не зависит от заглубления последнего. В этом случае фаза нормальной волны по глубине остается постоянной. В случае наличия в грунте потерь, поскольку корни уравнения (4) будут комплексными, фаза нормальной волны по глубине не будет оставаться постоянной. При этом будет иметь место утечка энергии в грунт.

Для случая $n > 1$ корни уравнения (4) также будут комплексными, а следовательно, в водном слое также будут распространяться только затухающие нормальные волны. Фаза нормальной волны в этом случае тоже не будет оставаться постоянной по глубине, а будет возрастать по направлению от поверхности воды к дну.

При $n \geq 1$ мнимая часть α будет мала и, следовательно, спадаание амплитуды нормальной волны с расстоянием будет приближаться к закону $1/\sqrt{r}$, а фаза по глубине будет изменяться незначительно. Однако распределение амплитуды нормальной волны по глубине будет сильно отличаться от случая $n < 1$. Максимум амплитуды будет практически на середине слоя, а звуковое давление у дна будет мало.

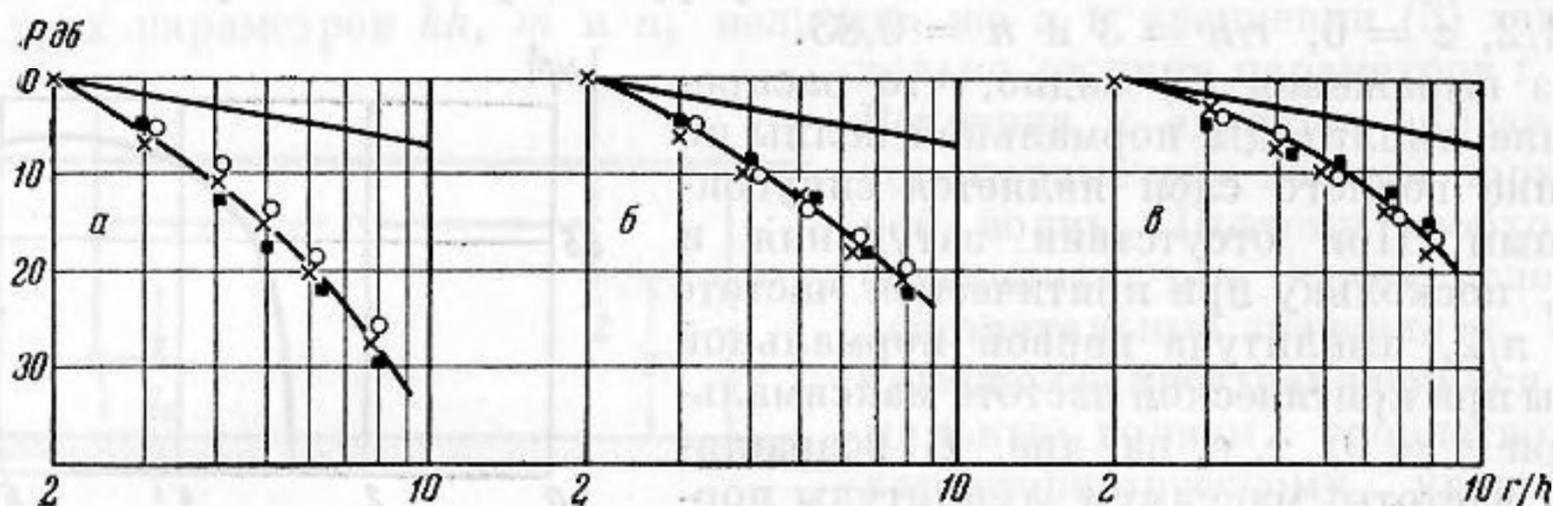
Скажем несколько слов о возможности определения параметров грунта на основании экспериментальных данных о распределении амплитуды и фазы звукового давления нормальной волны в водном слое. Зная экспериментальное распределение звукового давления и его фазы по глубине водного слоя, мы можем найти комплексную величину α . Используя далее формулу (4), мы найдем значение комплексного коэффициента преломления. Конечно, величину α можно найти также, определив из экспериментального распределения амплитуды и фазы по горизонтали величину ξ и воспользовавшись выражением (3).

Перейдем к рассмотрению и истолкованию экспериментальных данных, полученных нами при изучении распространения первой нормальной волны в водном слое в реальных условиях. Эксперименты проводились на типичном пресноводном водоеме (Московское море) и в мелководной области Каспийского моря. Методическая сторона исследования изложена в работе [12].

Измерения на Каспийском море проводились в диапазоне частот 10—5000 гц при глубине водного слоя $h = 11$ м, что соответствовало пределам изменения kh от 0,46 до 230. Изучение частотной характеристики $P/P_0 = f(kh)$ (см. [12]) показало в данном случае, что распространение первой нормальной волны имело место, начиная с частоты 65 гц, т. е. со значения $kh = 3$. В силу этого, в дальнейшем мы будем рассматривать экспериментальные данные для $kh \geq 3$. При $kh > 7$ уже возникала вторая нормальная волна.

На фиг. 3 приведены примеры экспериментальных кривых спадаания ам-

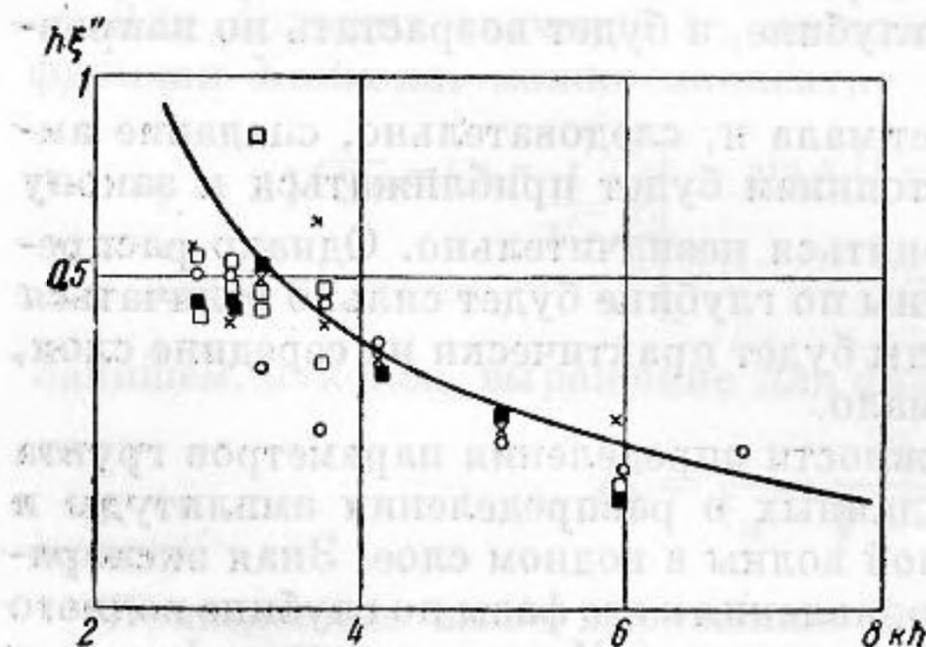
амплитуды звукового давления первой нормальной волны с увеличением расстояния от источника при различных значениях z и z_0 . На фигуре *a* соответствует $kh = 3,7$; *b* — $kh = 5,06$ и *в* — $kh = 6,0$. Цилиндрический закон спадаания показан прямой линией. Легко видеть, что здесь действитель-



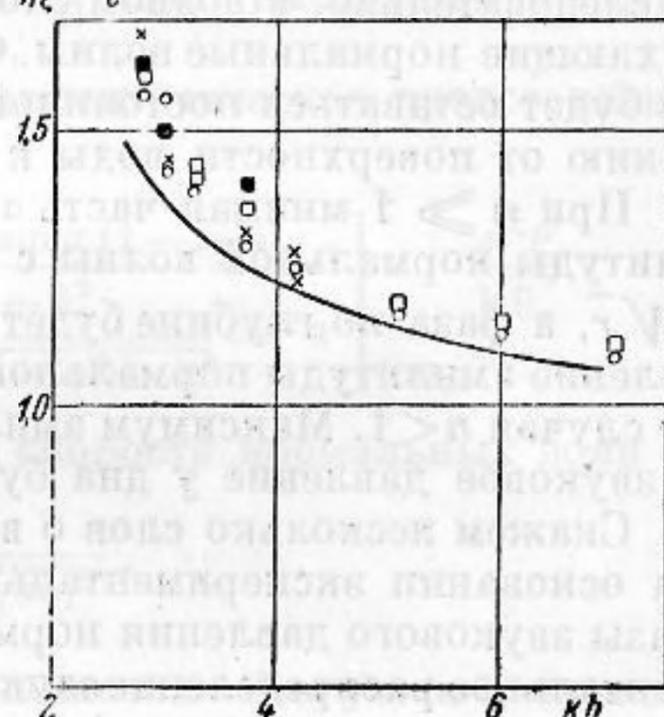
Фиг. 3

тельно имеет место существенно более быстрое спадаание звукового давления по сравнению с цилиндрическим законом, что заставляет предполагать наличие утечки энергии в грунт. Конечно, такая утечка может быть обусловлена как тем, что скорость звука в грунте меньше скорости звука в воде, так и действительными потерями энергии в грунте. Возможно и наличие

$$\frac{kh}{h\xi} = \frac{c_\phi}{c}$$



Фиг. 4



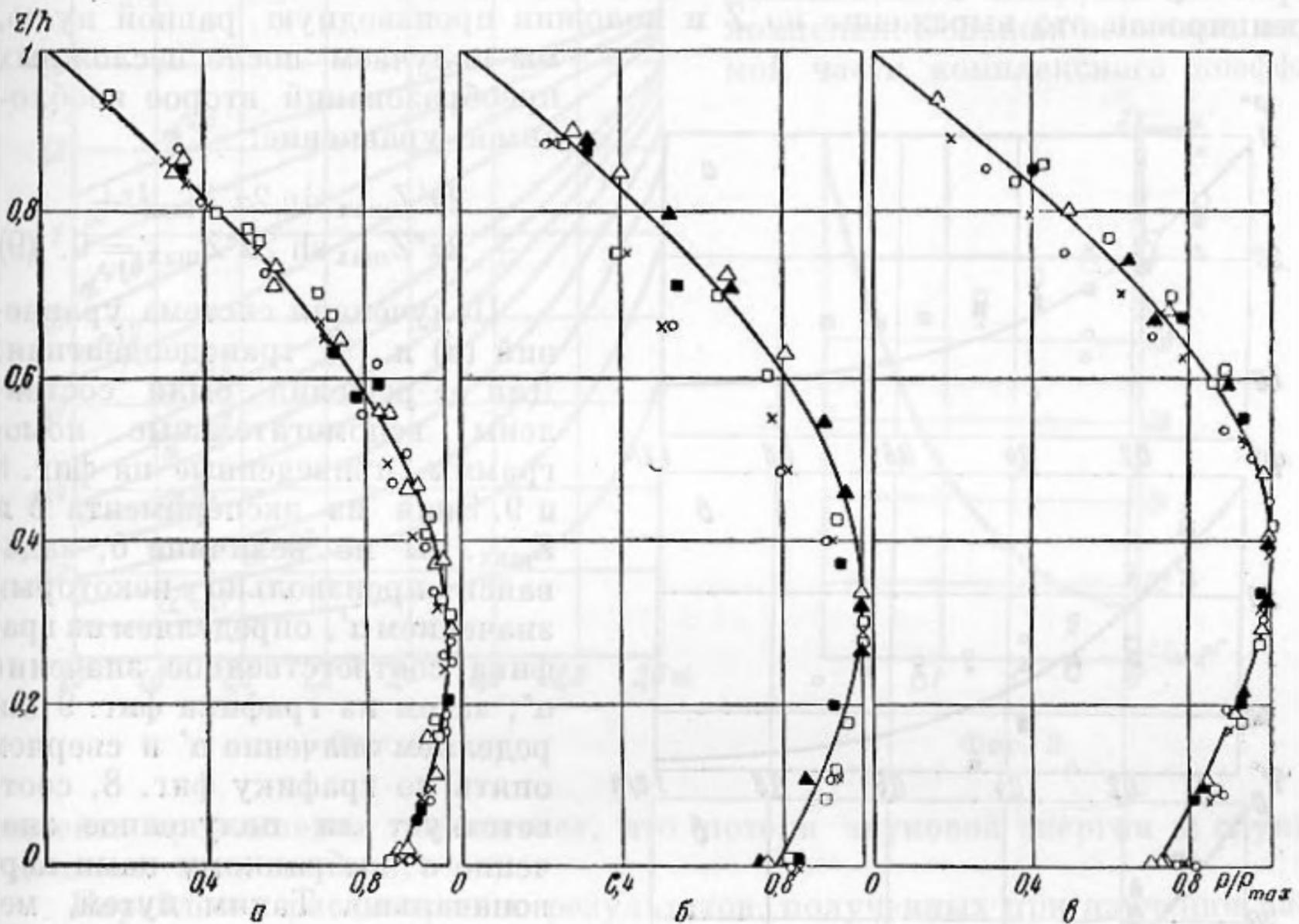
Фиг. 5

Из всей совокупности законов спадаания, полученных при значениях kh в пределах от 3 до 7, оказалось возможным определить зависимость $h\xi''$ от частоты, т. е. от kh . Эта зависимость приведена на фиг. 4. При $kh \approx 3$ значение $h\xi''$ довольно велико ($h\xi'' = 0,5$), так что на расстоянии, равном двум глубинам водного слоя (в данном случае на расстоянии 22 м), амплитуда первой нормальной волны убывала в *e* раз. При увеличении kh величина $h\xi''$ уменьшается.

Одновременно с изучением законов спадаания амплитуды звукового давления определялся также закон изменения фазы звукового давления при удалении от источника звука. На основании изменения фазы вычислялась фазовая скорость первой нормальной волны. Это легко сделать, определяя расстояние Δr , на котором фаза нормальной волны изменяется на 2π ; тогда из соотношения $h\xi' \frac{\Delta r}{h} = 2\pi$ можно определить величину ξ' и по формуле (6) определить непосредственно отношение c_ϕ/c . На фиг. 5 приведено значение c_ϕ/c в функции kh по всей совокупности

полученных экспериментальных данных. При $kh \approx 3$ отношение c_{ϕ}/c велико и достигает 1,6. При увеличении kh отношение c_{ϕ}/c быстро падает, асимптотически приближаясь к единице, т. е. фазовая скорость нормальной волны приближается к скорости звука в неограниченной водной среде.

Перейдем к рассмотрению распределения амплитуды и фазы первой нормальной волны по глубине водного слоя. На фиг. 6 приведены типичные распределения амплитуды звукового давления по вертикали при



Фиг. 6

$kh = 3,7(6, a)$, $kh = 5,09(6, б)$ и $kh = 6,05(6, в)$. Различные обозначения на фигуре относятся к различным расстояниям (изменяющимся от $3h$ до $6h$) и различным глубинам погружения излучателя (от $z_0 = 1/3h$ до $z_0 = 2/3h$). Как видно из этой фигуры, экспериментальное распределение звукового давления по глубине соответствует всем основным свойствам первой нормальной волны, а именно, оно практически не зависит от глубины погружения источника, не зависит от горизонтального расстояния и, кроме того, с увеличением частоты (т. е. kh) максимум звукового давления перемещается вверх, а относительная величина P/P_{\max} звукового давления на дне уменьшается.

Экспериментальные данные относительно распределения фазы звукового давления в первой нормальной волне для тех же случаев, что и на фиг. 6, приведены на фиг. 7. Фаза звукового давления не остается постоянной по глубине водного слоя, что опять-таки указывает на то, что либо скорость звука в грунте меньше c , либо на наличие потерь в грунте, либо, наконец, на существование обоих этих условий совместно. Вблизи грунта фаза изменяется быстро; по мере приближения к поверхности водного слоя изменение фазы замедляется. Абсолютное значение изменения фазы в пределах водного слоя велико и достигает $40-50^\circ$.

Оценим на основании полученных экспериментальных данных акустические параметры грунта в месте проведения измерений на Каспийском море. Полагая α комплексным, т. е. $\alpha = \alpha' + i\alpha''$, мы получаем $P \simeq \simeq \sin \alpha'Z \cosh \alpha''Z + i \cos \alpha'Z \sinh \alpha''Z$, где $Z = 1 - z/h$. Тогда разность

тангенсов фазовых углов у дна и поверхности δ будет

$$\delta = \operatorname{tg} \varphi_{\text{пов}} - \operatorname{tg} \varphi_{\text{дно}} = \frac{\alpha''}{\alpha'} - \frac{\operatorname{th} \alpha''}{\operatorname{tg} \alpha'} \quad (8)$$

Это выражение дает одно из трансцендентных уравнений, необходимых для определения α' и α'' . Второе уравнение мы получим из распределения амплитуды нормальной волны по глубине, в частности, по положению максимума амплитуды. Мы имеем $|P^2| \simeq \sin^2 \alpha' Z + \operatorname{sh}^2 \alpha'' Z$. Продифференцировав это выражение по Z и положив производную равной нулю, мы получаем после несложных преобразований второе необходимое уравнение:

$$2\alpha' Z_{\max} \sin 2\alpha' Z_{\max} + 2\alpha'' Z_{\max} \operatorname{sh} 2\alpha'' Z_{\max} = 0 \quad (9)$$

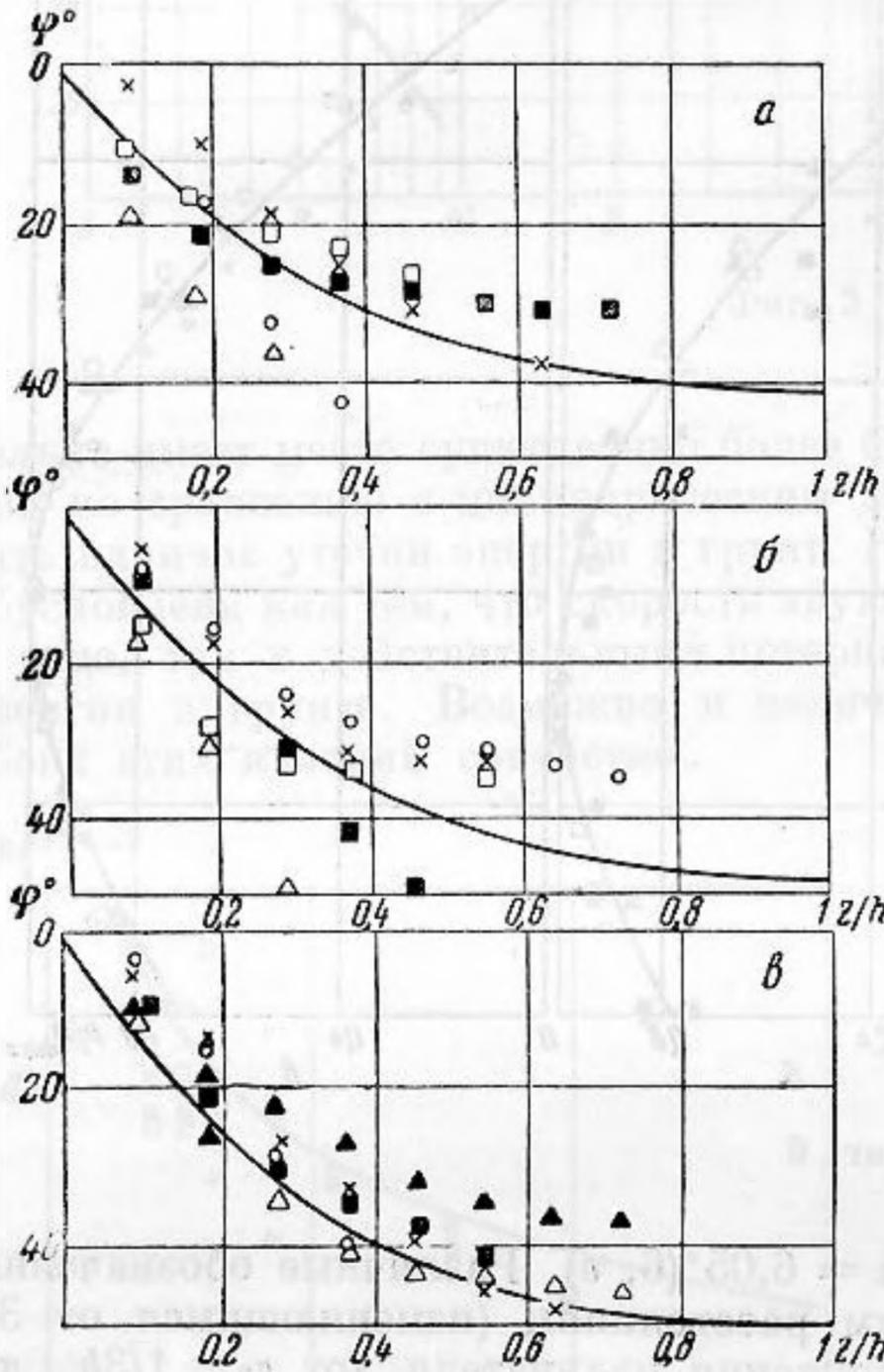
Полученная система уравнений (8) и (9) трансцендентная. Для ее решения были составлены вспомогательные номограммы, приведенные на фиг. 8 и 9. Зная из эксперимента δ и Z_{\max} , мы по величине δ , задаваясь произвольно некоторым значением α' , определяем из графика соответственное значение α'' ; затем из графика фиг. 9 определяем значение α' и сверяем опять по графику фиг. 8, соответствует ли полученное значение α' выбранному нами первоначально. Таким путем, методом последовательных приближений мы находим истинные значения α' и α'' при заданных значениях δ и Z_{\max} .

Зная величины α' и α'' , мы можем определить из уравнения (4) и соотношения $l = k^2 h^2 \times (1 - n^2)$ компоненты комплексного коэффициента преломления.

На фиг. 10 приведены значения действительной и мнимой составляющих коэффициента преломления для грунта на Каспийском море, вычисленные на основании всей совокупности экспериментальных данных о распространении первой нормальной волны. Как видно, действительная часть коэффициента преломления больше единицы и равна в среднем 1,4, т. е. скорость звука в грунте несколько меньше, чем скорость звука в водной среде. Мнимая составляющая также относительно слабо зависит от kh и в среднем колеблется около значения 0,4. При изменении kh в пределах от 4 до 7 можно положить коэффициент преломления в среднем равным $n = 1,4 + i0,4$. Приняв это значение комплексного коэффициента преломления, мы можем вычислить теоретические распределения амплитуды и фазы звукового давления в функции вертикальной и горизонтальной координат. На фигурах 3, 4, 5, 6, 7 эти расчетные закономерности показаны в виде сплошных кривых.

Легко видеть, что расчетные кривые хорошо ложатся на совокупность экспериментальных точек.

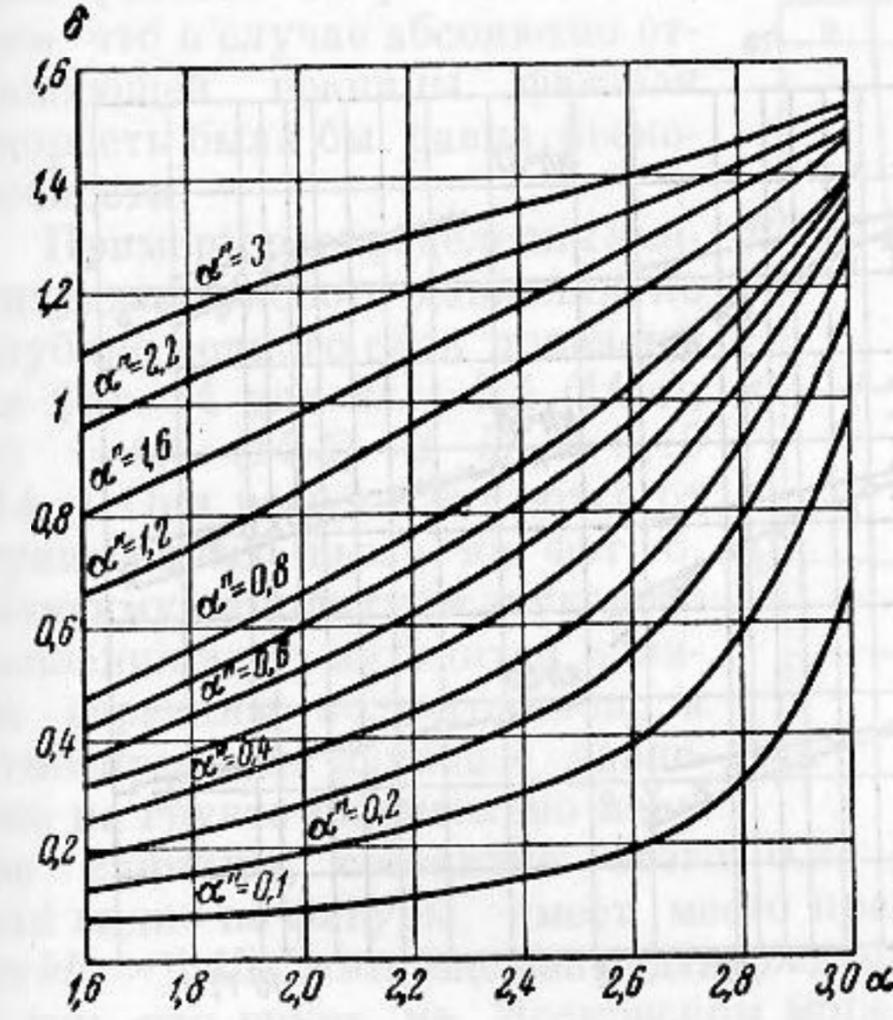
Отсюда можно сделать ряд выводов. Во-первых, в данном диапазоне изменения kh для данного грунта предположение о малом влиянии сдвига-



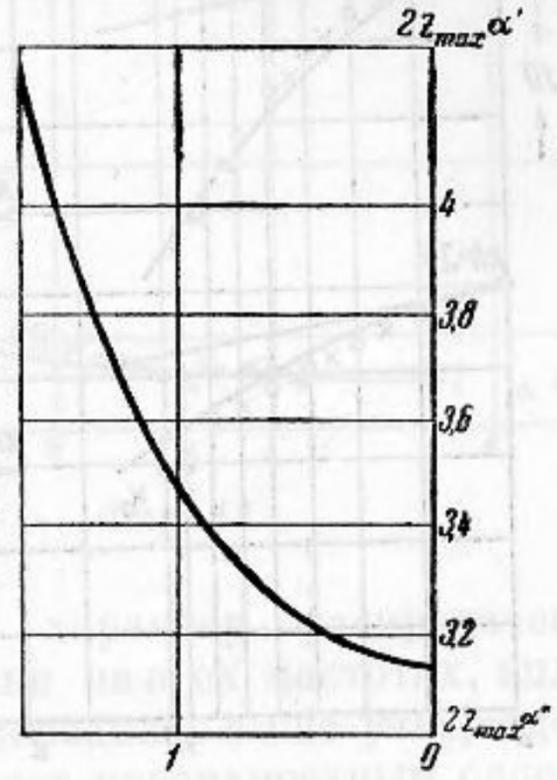
Фиг. 7

вой упругости оказывается справедливым. Далее, можно считать, что грунт по глубине, в пределах толщины слоя, эффективно влияющего на распространение звука этих частот, и по горизонтальному протяжению является в достаточной степени однородным. Наконец, хорошее совпадение расчетных данных с экспериментальными показывает, что свойства грунта можно характеризовать полученным усредненным значением комплексного коэффициента преломления. Большая величина мнимой части комплексного коэффи-

циента преломления показывает, что потери звуковой энергии в грунте данного типа велики.



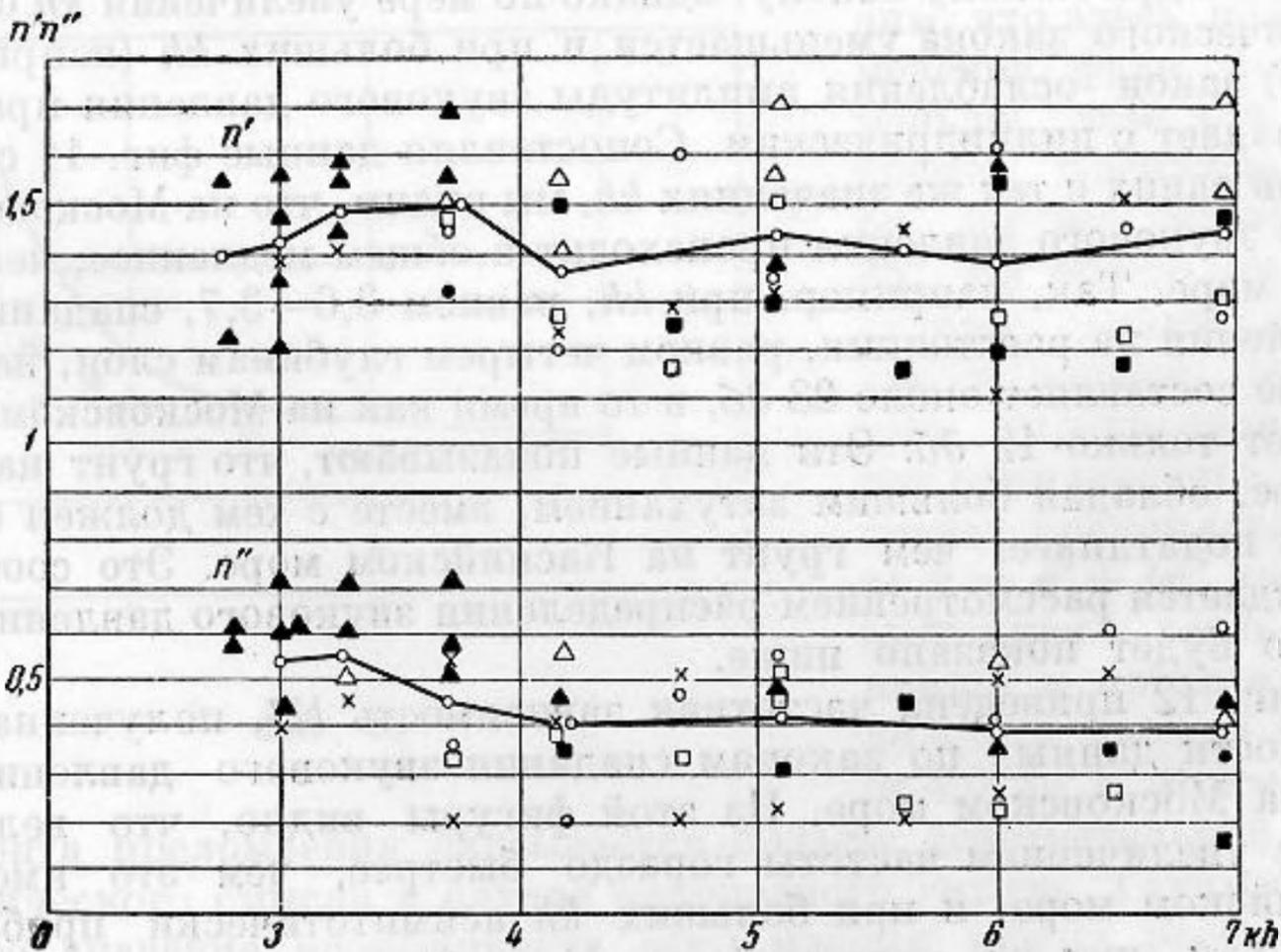
Фиг. 8



Фиг. 9

Перейдем к рассмотрению результатов, полученных при изучении распространения звука низких частот на Московском море. Здесь измерения

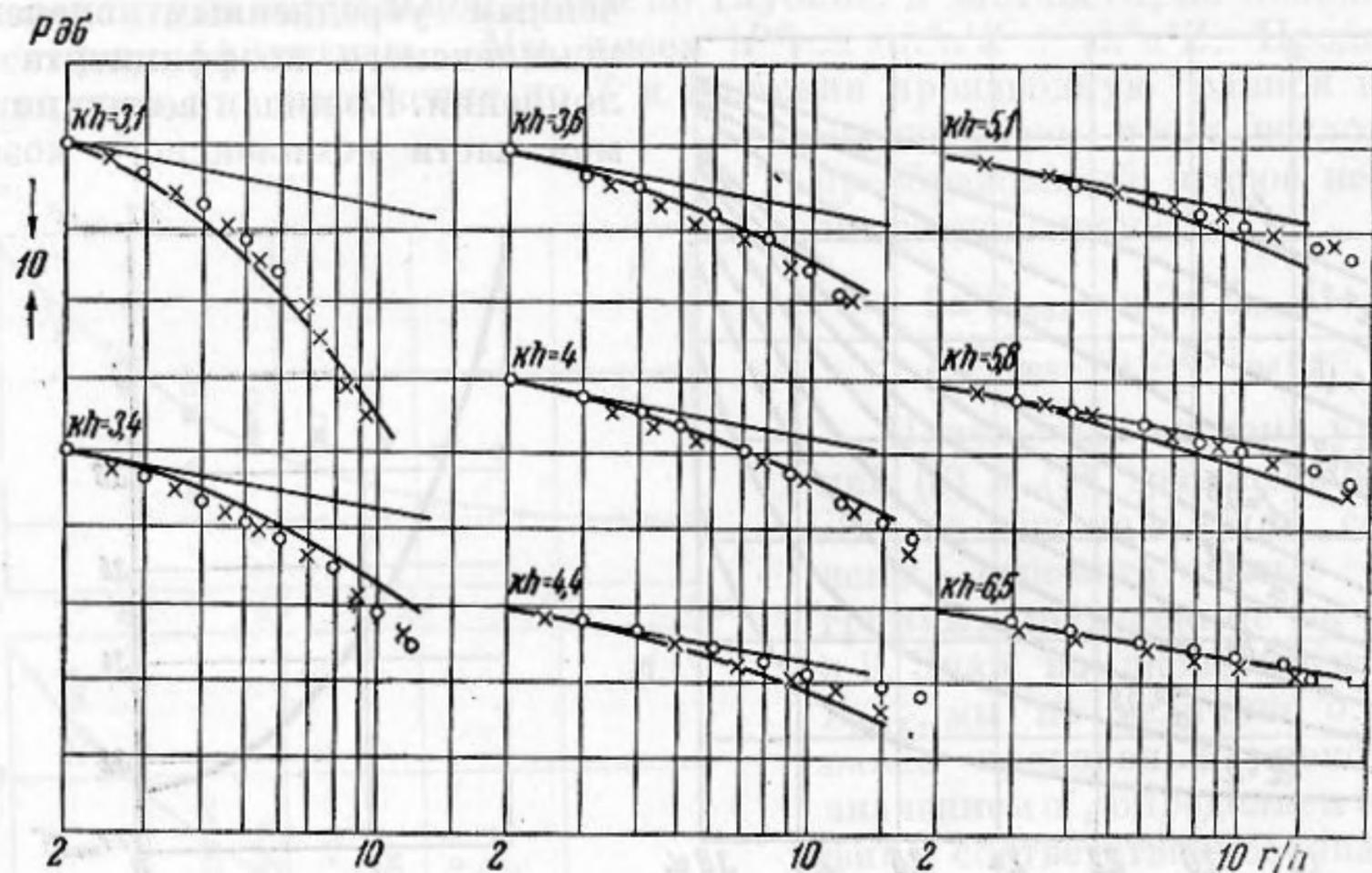
производились в диапазоне частот от 15 до 8000 гц. При этом, однако, имели место также и изменения глубины водного слоя вследствие изменений водного режима искусственного водоема, каковым является Московское



Фиг. 10

Московское море. Здесь измерения производились в диапазоне частот от 15 до 8000 гц. При этом, однако, имели место также и изменения глубины водного слоя вследствие изменений водного режима искусственного водоема, каковым является Московское

море. Глубина водного слоя при исследованиях менялась от 1,4 до 2,5 м. Таким образом, диапазон изменения kh простирался от 0,09 до 85. Изучение частотной характеристики для Московского моря показало, что нормальные волны распространяются при $kh \geq 3,1$. Поэтому в дальнейшем мы будем приводить данные для kh в пределах от 3 до 6,5. При $kh > 6,5$ в водном слое уже возникает вторая нормальная волна.



Фиг. 11

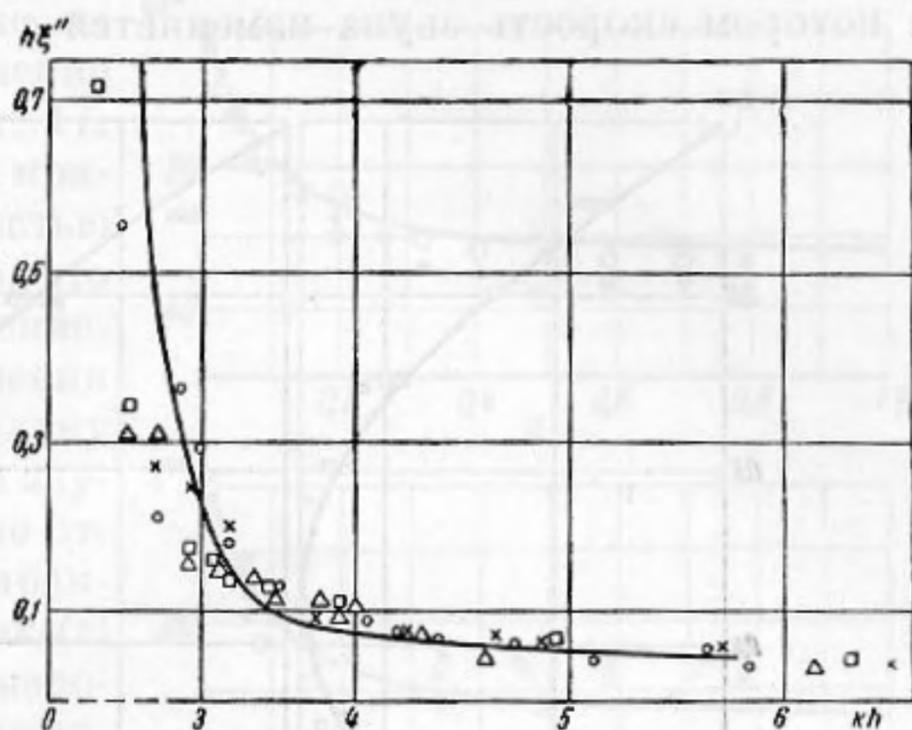
На фиг. 11 приведены кривые спада звукового давления в функции горизонтального расстояния для различных kh при $z_0 = 1/3$ и $z = 1/4$ (крестики) и $z = 1/2$ (кружочки). Как и прежде, цилиндрический закон спада показан сплошными прямыми. Из экспериментальных данных видно, что, вообще говоря, спадание звукового давления происходит быстрее, чем по цилиндрическому закону; однако по мере увеличения kh отличие от цилиндрического закона уменьшается и при больших kh (например, при $kh = 6,5$) закон ослабления амплитуды звукового давления практически уже совпадает с цилиндрическим. Сопоставляя данные фиг. 11 с данными фиг. 3 при одних и тех же значениях kh , мы видим, что на Московском море спадание звукового давления происходит в общем медленнее, чем на Каспийском море. Так, например, при kh , равном 3,6—3,7, спадание звукового давления на расстоянии, равном четырем глубинам слоя, на Каспийском море составляет около 28 дб, в то время как на Московском море оно составляет только 12 дб. Эти данные показывают, что грунт на Московском море, обладая большим затуханием, вместе с тем должен быть значительно податливее, чем грунт на Каспийском море. Это соображение подтверждается рассмотрением распределения звукового давления по глубине, что будет показано ниже.

На фиг. 12 приведена частотная зависимость $h\xi''$, полученная из всей совокупности данных по законам спада звукового давления, полученной на Московском море. Из этой фигуры видно, что величина $h\xi''$ спадает с увеличением частоты гораздо быстрее, чем это имело место на Каспийском море, и при больших kh асимптотически приближается к нулю. Так, при kh , равном 6 для Каспийского моря, мы имеем $h\xi'' = 0,22$, в то время как для Московского моря имеем $h\xi'' = 0,05$.

На фиг. 13 приведена частотная зависимость отношения c_f/c для Московского моря. При $kh = 3,1$ фазовая скорость первой нормальной волны почти в три раза превышает скорость звука в воде. Такая большая фазовая скорость вблизи граничной частоты при суглинистом основном

массиве грунта, где скорость звука вряд ли может превышать 1700—1800 м/сек показывает на наличие промежуточного слоя, в котором скорость звука существенно меньше, чем скорость звука в воде. В этом случае нижняя граница водного слоя будет акустически мягкой, т. е. сильно отражающей, что и приведет к увеличению фазовой скорости. Напомним, что в случае абсолютно отражающей границы фазовая скорость была бы равна бесконечности.

Примеры распределения амплитуды звукового давления по глубине водного слоя показаны на фиг. 14 для $kh = 3,4$ (14,а), $kh = 4,8$ (14,б) и $kh = 6,15$ (14,в). Они резко отличаются от приведенных выше на фиг. 6. Максимум амплитуды звукового давления здесь находится вблизи середины водного слоя, а относительное звуковое давление на грунте значительно меньше единицы, составляя всего 0,2. Такой характер распределения,



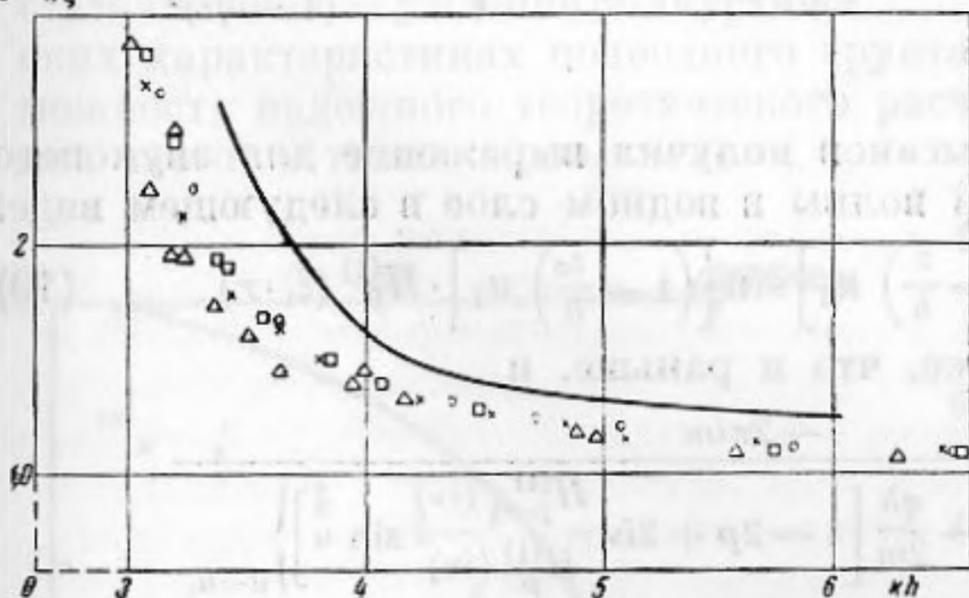
Фиг. 12

как видно из фигуры, имеет место практически на всех частотах, вплоть до $kh = 6,15$. Этим еще раз подтверждается высказанное выше утверждение о том, что грунт на Московском море обладает поверхностным слоем, в котором скорость звука значительно меньше скорости звука в воде. Для диапазона частот, в котором проводились измерения, нижнюю границу водного слоя на Московском море можно считать акустически мягкой*.

Для того чтобы оценить тем же способом, что и раньше, акустические параметры грунта, приведем данные о распределении фазы звукового давления по глубине водного

слоя (см. фиг. 15). Мы видим, что здесь полное изменение фазы несколько меньше, чем для случая грунта Каспийского моря, но все же достигает 35° . На основании приведенных данных так же, как и раньше, мы получаем усредненное значение комплексного коэффициента преломления в виде $n = n' + in''$, где действительная часть изменяется в пределах от 3,5 до 4,0, а мнимая часть — от 4,0 до 7. Мнимая часть

$$\frac{c_\phi}{c} = \frac{kh}{n\xi''}$$



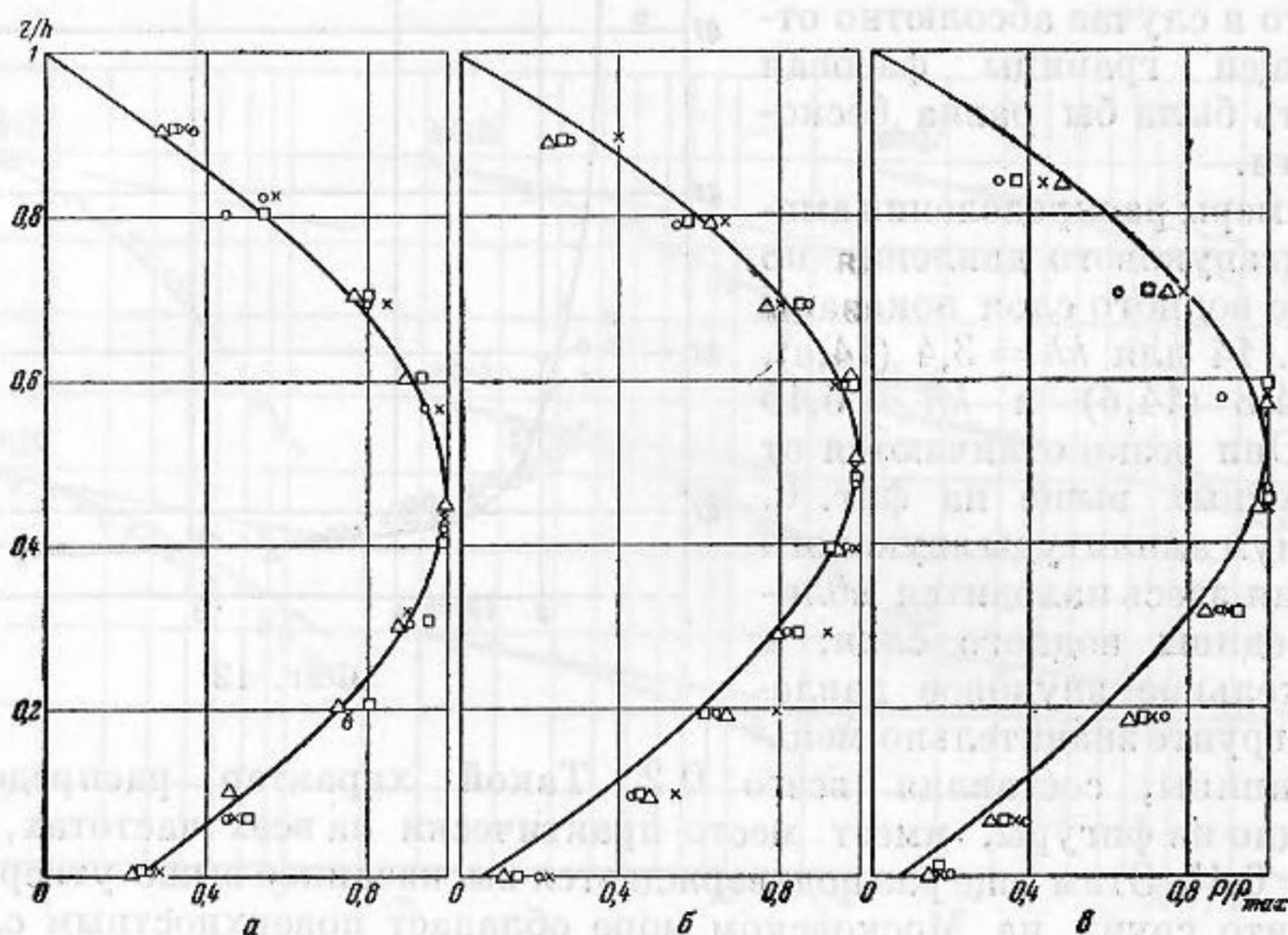
Фиг. 13

коэффициента преломления оказывается больше действительной, что не имеет физического смысла в случае однородного грунта. Таким образом, полученное значение коэффициента преломления можно рассматривать лишь как формальный параметр; для получения действительно физического представления о характеристиках грунта в данном случае необходимо исследовать его строение по глубине. Пробы грунта (колонки) показали, что, действительно, в месте проведения измерений грунт является неод-

* На это обстоятельство было указано автору В. С. Нестеровым.

породным, причем поверхностный слой характеризуется большим содержанием газа. Непосредственные измерения распределения скорости звука в грунте по глубине * показали, что скорость звука в грунте при углублении от 0,4 до 1,6 м увеличивается от 200 до 1700 м/сек (см. фиг. 16).

Вопрос о распространении звука в водном слое, лежащем на грунте, в котором скорость звука изменяется с глубиной сходным образом, был



Фиг. 14

рассмотрен Лысановым [8]. Предположив, что скорость звука и затухание (мнимая часть $k(z)$) в грунте меняется с глубиной z , соответственно, по законам:

$$c(z) = \frac{c_\infty}{\operatorname{Re} \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{(1 - qz)^2}}} \quad \text{и} \quad \operatorname{Im} k(z) = k_\infty \operatorname{Im} \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{(1 - qz)^2}}$$

при неизменной плотности, Лысанов получил выражение для звукового потенциала первой нормальной волны в водном слое в следующем виде:

$$h\varphi(r, z) = A(\xi_1) \sin \left[\left(1 - \frac{z}{h}\right) u_1 \right] \sin \left[\left(1 - \frac{z_0}{h}\right) u_1 \right] \cdot H_0^{(1)}(\xi_1 \cdot r), \quad (10)$$

где основные обозначения те же, что и раньше, и

$$A(\xi_1) = \frac{-2\pi i m}{\sin u_1 \frac{\partial}{\partial u} \left\{ m \cos u - \frac{qh}{2m} \left[1 - 2p + 2iv \frac{H_{p-1}^{(1)}(iv)}{H_p^{(1)}(iv)} \sin u \right] \right\}_{u=u_1}},$$

$$P = \frac{1}{2} \sqrt{1 - \mu^2}; \quad \mu = \frac{k_\infty \sigma}{q}; \quad u_1 = h \sqrt{k^2 - \xi_1^2}.$$

Характеристическое уравнение в этом случае имеет вид:

$$\frac{\operatorname{th}(h \sqrt{k_0^2 - \xi^2})}{h \sqrt{k_0^2 - \xi^2}} = \frac{2m}{qh \left[(1 - 2p) + 2iv \frac{H_{p-1}^{(1)}(iv)}{H_p^{(1)}(iv)} \right]}, \quad (11)$$

где $\nu = \frac{1}{q} \sqrt{\xi^2 - k^2 n^2}$ и $n = \frac{c}{c_\infty}$.

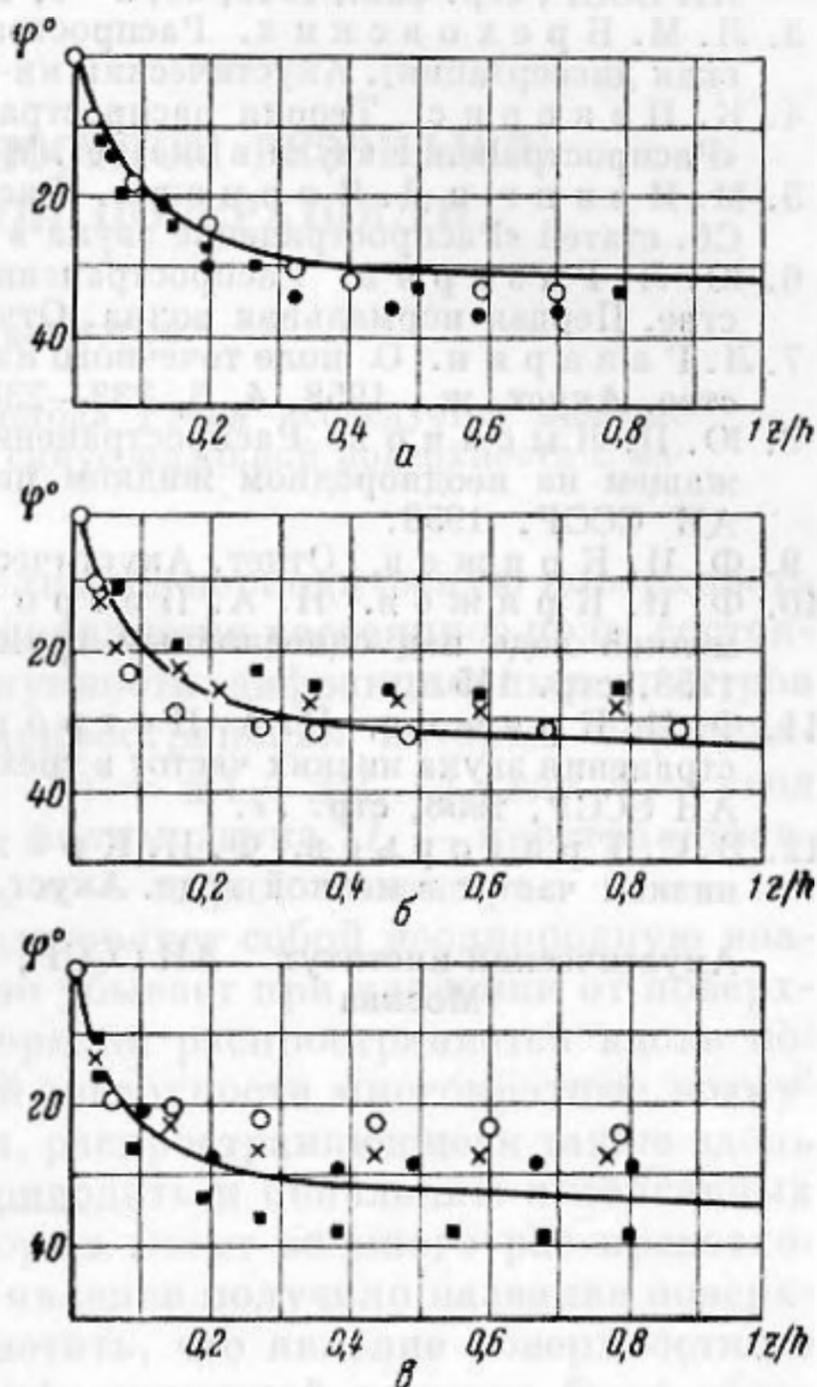
* Проведенные Н. А. Петровым.

На фиг. 11, 12, 13, 14 нанесены расчетные кривые, полученные согласно формулам (10), (11) в предположении, что параметры σ и q имеют соответственно значения $\sigma = 380 + i 127$; $q = 29,6 \text{ 1/м}$.

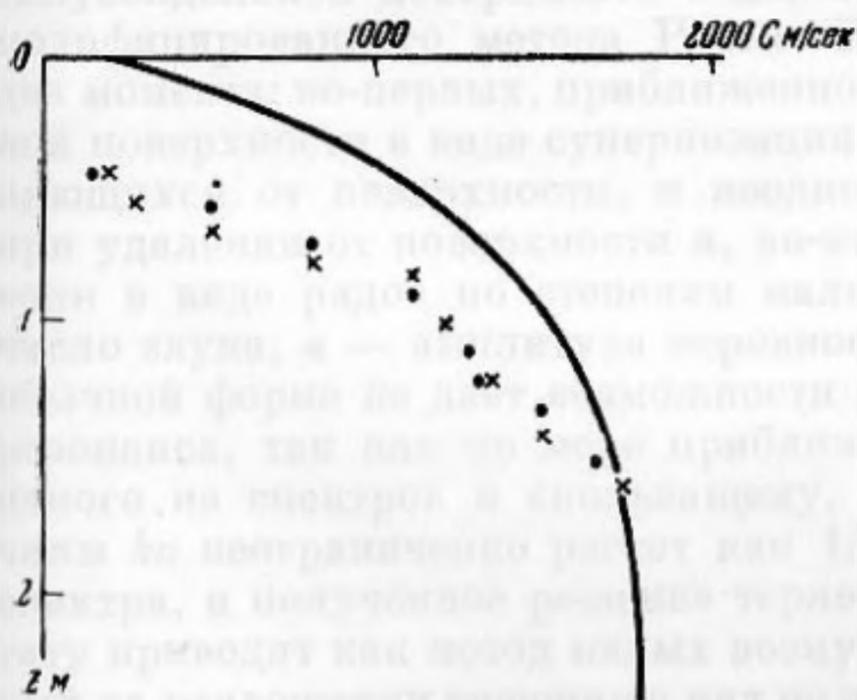
Сопоставление вычисленного (сплошная кривая) и фактического распределения скорости звука в грунте (крестики и кружочки) показано на фиг. 16; теоретическое распределение $\text{Im } k_1(z)$ по глубине — на фиг. 17.

Из сопоставления расчетных кривых на фиг. 11—14 с совокупностью экспериментальных точек видно, что имеет место качественное совпадение. Точного количественного совпадения здесь ожидать трудно, поскольку реальное распределение скорости звука в грунте по глубине несколько отличается от теоретического; о характере зависимости от глубины $\text{Im } k_1(z)$ мы не можем даже судить за недостатком экспериментальных данных. Однако во всяком случае ясно, что особенности звукового поля первой нормальной волны при опытах на Московском море адекватно описываются при использовании модели грунта с затуханием и изменением скорости звука в грунте от малых значений на поверхности к относительно большим значениям, превышающим c на глубине.

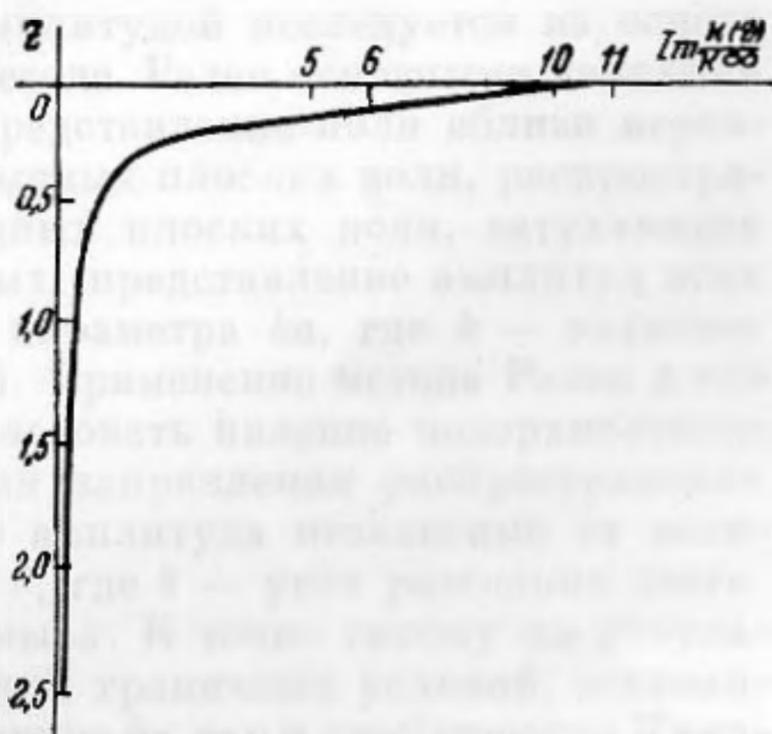
Из изложенного видно, что изучение поля первой нормальной волны в водном слое позволяет получить достаточно точное суждение об акустических характеристиках подводного грунта, что, в свою очередь, дает возможность надежного теоретического расчета распространения звука низких частот в таких водных слоях.



Фиг. 15



Фиг. 16



Фиг. 17

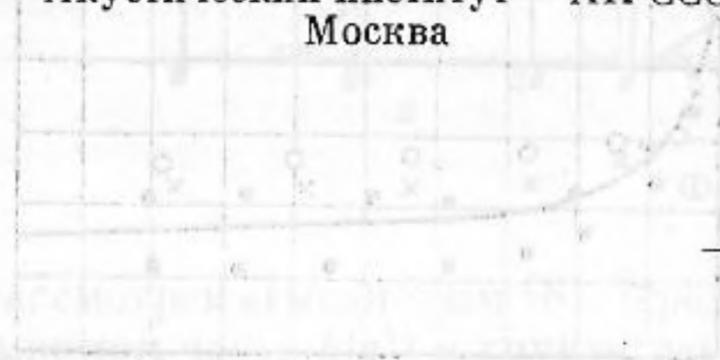
В заключение автор высказывает свою искреннюю признательность В. С. Григорьеву, Л. М. Бреховских, М. А. Исаковичу, Ю. Л. Газаряну за большую помощь в проведении данной работы и Н. А. Петрову за непосредственное участие в экспериментах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Б р е х о в с к и х. Распространение звуковых волн в слое жидкости между двумя поглощающими полупространствами. Докл. АН СССР, 1945, 18, 422.
2. Л. М. Б р е х о в с к и х. Распространение звука и радиоволн в слоях. Изв. АН СССР, сер. физ., 1946, 10, 5—6, 491—503.
3. Л. М. Б р е х о в с к и х. Распространение звука и радиоволн в слоях (докторская диссертация). Акустический ин-т АН СССР, 1946.
4. К. П е к е р и с. Теория распространения звука взрыва в мелкой воде. Сб. ст. «Распространение звука в океане». М., ИЛ, 1951, стр. 48.
5. М. И в и н г и Д. В о р ц е л ь. Распространение звука взрывов в мелкой воде. Сб. статей «Распространение звука в океане». М., ИЛ, 1951, стр. 157.
6. Ю. Л. Г а з а р я н. Распространение звука в слое, лежащем на полупространстве. Первая нормальная волна. Отчет. Акустический ин-т АН СССР, 1957.
7. Л. Г а з а р я н. О поле точечного излучателя в слое, лежащем на полупространстве. Акуст. ж., 1958, 4, 3, 233—238.
8. Ю. П. Л ы с а н о в. Распространение звука низкой частоты в жидком слое, лежащем на неоднородном жидком полупространстве. Отчет. Акустический ин-т АН СССР, 1958.
9. Ф. И. К р я ж е в. Отчет. Акустический ин-т АН СССР, 1953.
10. Ф. И. К р я ж е в. Н. А. П е т р о в. Распространение звука низких частот в мелкой воде над однослойным грунтом. Отчет. Акустический ин-т АН СССР, 1958, стр. 145.
11. Ф. И. К р я ж е в, Н. А. П е т р о в. Экспериментальное исследование распространения звука низких частот в трехслойной среде. Отчет, Акустический ин-т АН СССР, 1958, стр. 77.
12. В. С. Г р и г о р ь е в, Ф. И. К р я ж е в. Исследование распространения звука низких частот в мелкой воде. Акуст. ж., 1960, 6, 1, 34—42

Акустический институт АН СССР,
Москва

Поступила в редакцию
31 августа 1959 г.



В заключение автор выражает благодарность М. А. Бреховскому, Ю. Л. Газаряну, В. С. Григорьеву, Н. А. Петрову за ценные замечания и экспериментальную помощь.