АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том VIII 1962 Вып. 1

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЯХ ПОРШНЕВЫХ МЕМБРАН НЕКОТОРЫХ КОНКРЕТНЫХ ФОРМ

О. Г. Козина, Г. И. Макаров

Рассматриваются переходные процессы в акустическом поле для некоторых конкретных форм поршневых мембран: круглой, квадратной и треугольной.

В работе [1] рассмотрена общая теория переходных процессов в акустических полях поршневых мембран, находящихся в бесконечно-протяженном плоском жестком экране. При помощи развитых в этой работе теоретических положений можно рассмотреть переходные процессы для некоторых конкретных форм диафрагм — круглой, квадратной и треугольной.

Для круглой диафрагмы мы будем рассматривать два случая расположения точки наблюдения — вне цилиндра, опирающегося своим основанием на мембрану (область *II* на фиг. 1) и на оси этого цилиндра (т. е. на оси области *I* на этой фигуре). В первом случае для нахождения переходных процессов можно воспользоваться формулой (8,1) работы [1] *. В этой формуле следует положить

$$r_1(\theta) = \sqrt{z^2 + (x\cos\theta - a\sqrt{1 - b^2\sin^2\theta})^2} \tag{1}$$

и

$$r_2(\theta) = \sqrt{z^2 + (x\cos\theta + a\sqrt{1 - b^2\sin^2\theta})^2}, \tag{2}$$

где a — радиус мембраны, x — расстояние центра мембраны до проекции точки наблюдения O на плоскость экрана, z — вертикальное расстояние точки наблюдения до плоскости экрана, $b = x/a$. Уравнения переднего (11,1) и заднего (14,1) фронтов в данном случае будут иметь вид:

$$ct_\delta = \sqrt{z^2 + (x - a)^2}, \tag{3}$$

$$ct_\beta = \sqrt{z^2 + (x + a)^2}. \tag{4}$$

Положение этих фронтов для некоторого момента времени показано на фиг. 1, где *1* — передний, *2* — задний фронт, *3* — область между фронтами, в которой происходят все переходные процессы в боковом поле круглой поршневой мембраны, *4* — мембрана, *5* — экран. Боковым мы называем здесь поле вне упомянутого выше цилиндра, опирающегося основанием на мембрану.

Пусть нормальная составляющая скорости на поверхности мембраны задана следующим образом:

$$U_z(t) = \begin{cases} \sin\omega t, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}. \tag{5}$$

---

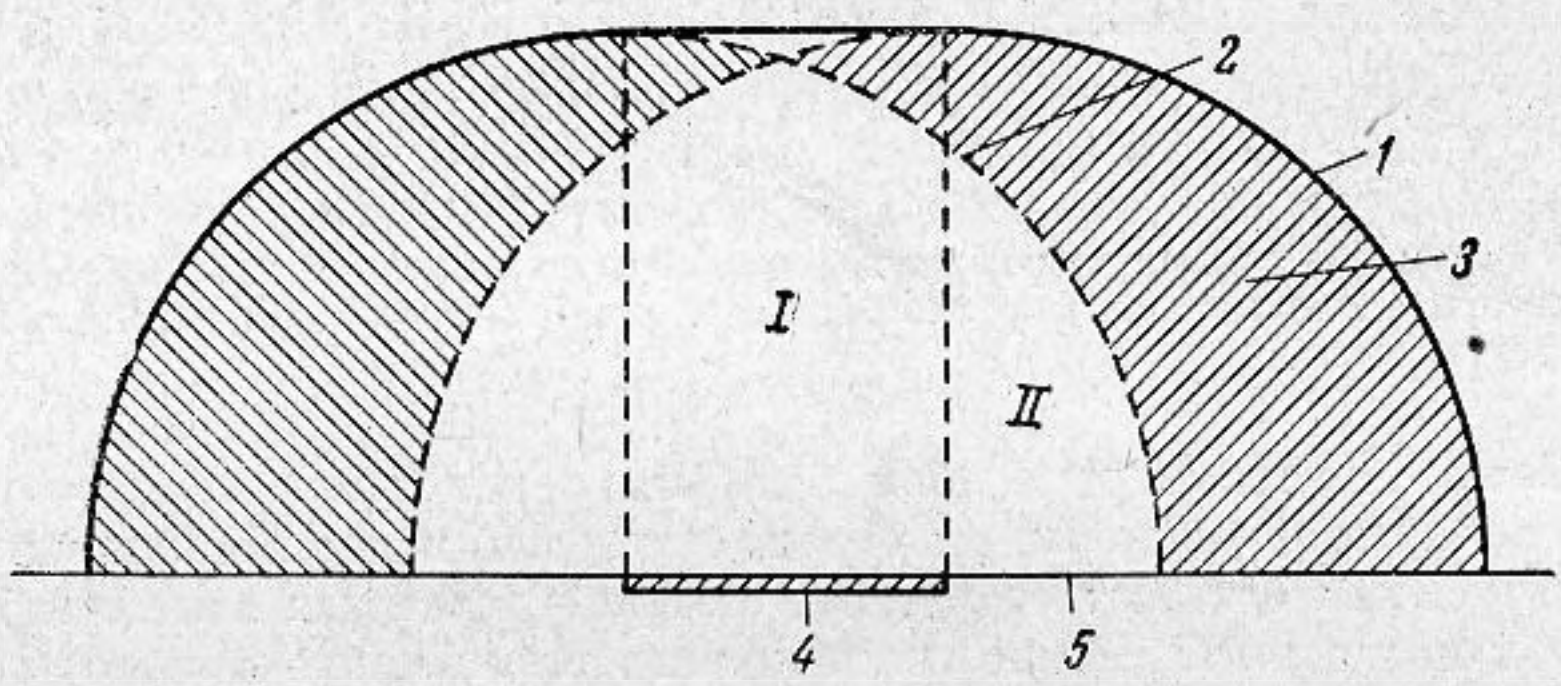
* В дальнейшем, во избежание недоразумений, мы будем, ссылаясь на номера формул, приведенных в работе [1], снабжать их индексом 1.

Рассмотрим поле в различные моменты времени. Если считать, что момент времени выбран, исходя из неравенства

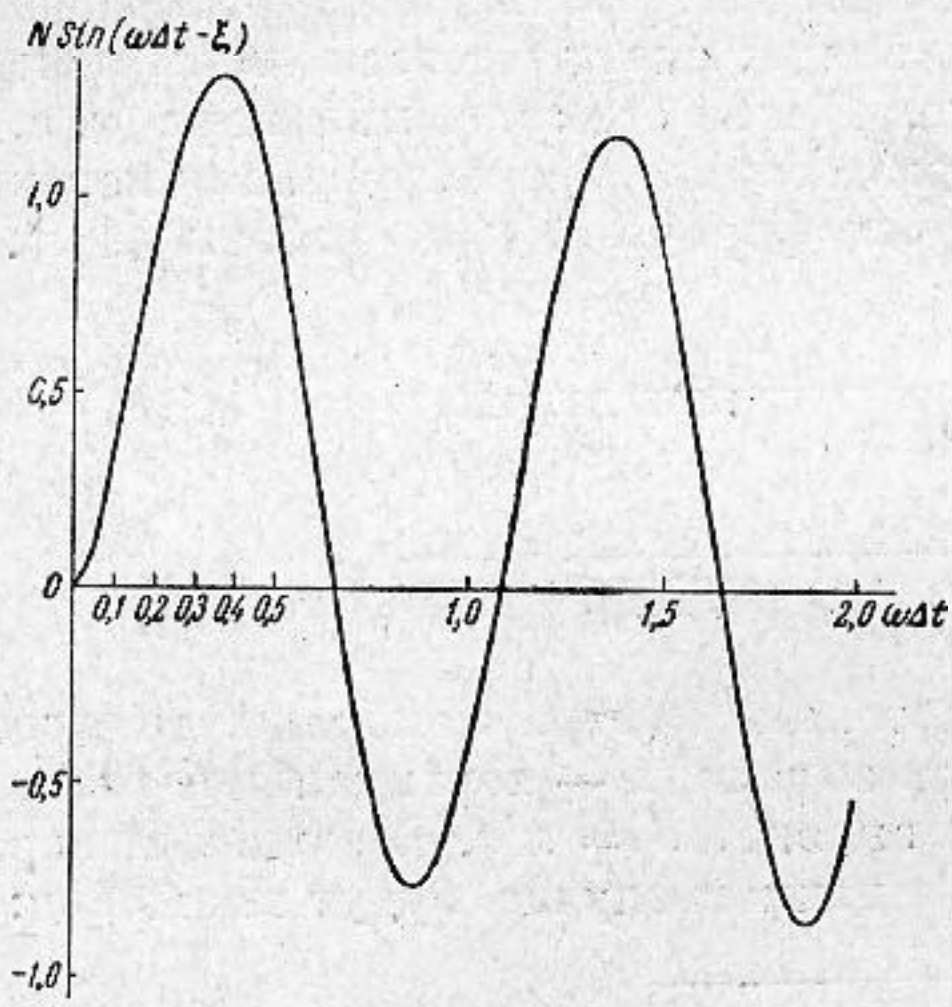
$$ct \leqslant ct_\delta = \sqrt{z^2 + (x-a)^2}\,, \tag{6}$$

то в силу (7,1) $P = 0$. Если же имеет место неравенство

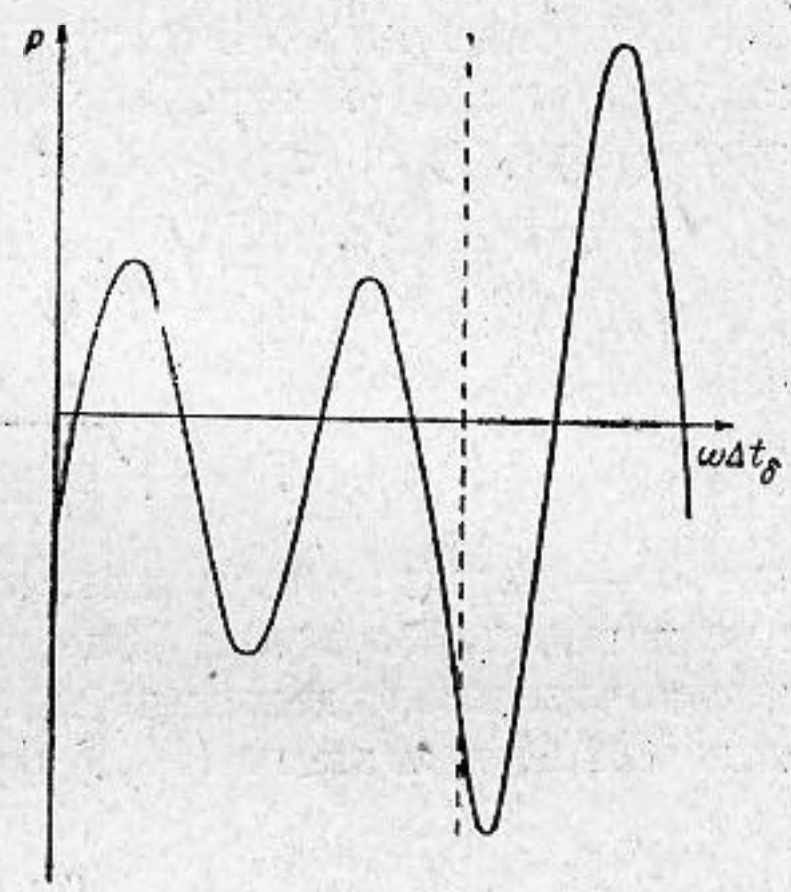
$$\sqrt{z^2 + (x-a)^2} \leqslant ct \leqslant \sqrt{z^2 + x^2 - a^2}, \tag{7}$$



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

то формула (12,1) дает $P = P_1$, где P_1 задано формулой (27,1), которая для конкретного случая круглой мембраны принимает вид:

$$P_1 = \frac{\rho c}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{a}{x}} \frac{ct_\delta}{x-a} \frac{1}{\sqrt{\omega t_\delta}} N\left(2\sqrt{\frac{c\Delta t_\delta}{\lambda}}\right) \sin\left[\omega \Delta t_\delta - \xi\left(2\sqrt{\frac{c\Delta t_\delta}{\lambda}}\right)\right]. \tag{8}$$

Величина $c\Delta t_\delta = ct - ct_\delta$ характеризует расстояние точки наблюдения от переднего фронта, функции же $N(x)$ и $\xi(x)$ заданы формулами

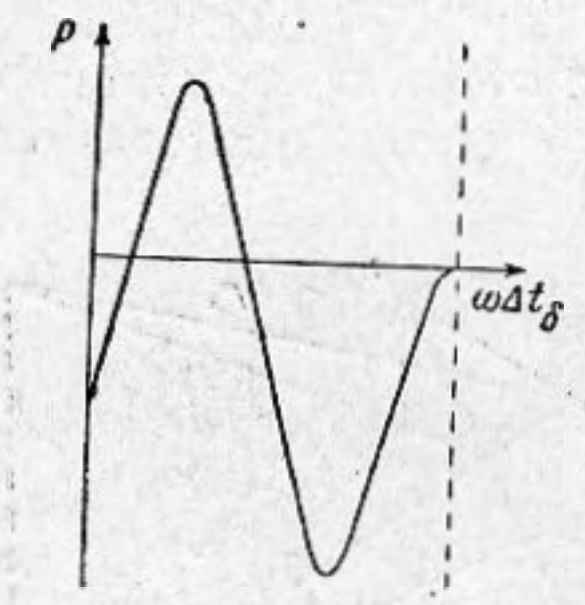
$$N(x) = \sqrt{2}\,\sqrt{C^2(x) + S^2(x)}, \quad \xi(x) = \operatorname{arctg}\frac{S(x)}{C(x)}, \tag{9}$$

где $C(x)$ и $S(x)$ — интегралы Френеля.

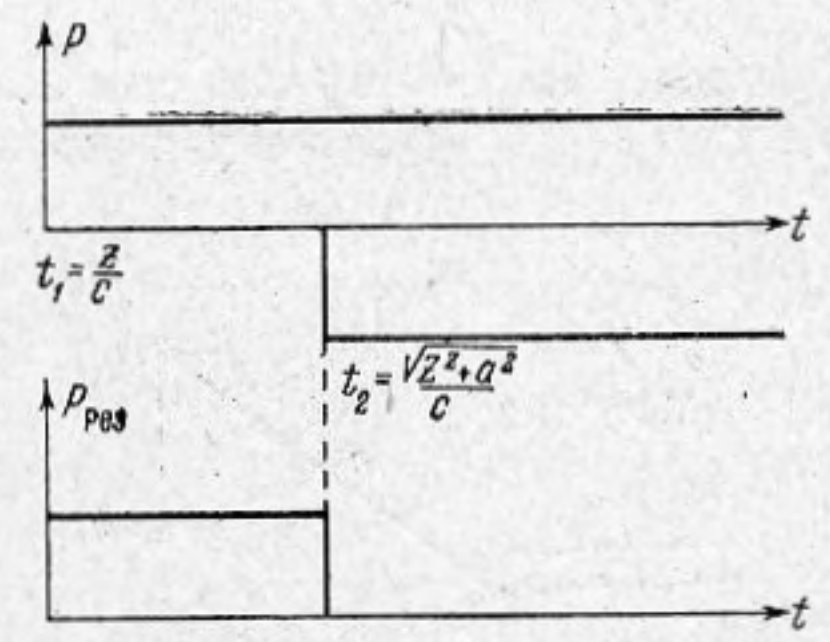
На фиг. 2 приведен переходный процесс в боковом поле в окрестности переднего фронта, определяемой неравенством (7). Из этой фигуры видно,

что имеет место выделение первой полуволны по сравнению с последующими. Это выделение первой полуволны вообще характерно для бокового поля мембран любой формы, что легко объяснить с точки зрения понятия о текущем спектре (2).

Действительно, текущий спектр импульса, состоящего из одной полуволны, богат низкими частотами. С другой стороны, известно, что стационарная характеристика направленности для низких частот шире, чем для высоких. Поэтому в случае больших углов полуволны с малыми номерами должны быть относительно лучше выражены.



Фиг. 4



Фиг. 5

Рассмотрим теперь окрестность заднего фронта (4). Будем считать, что

$$\sqrt{z^2+x^2-a^2} \leqslant ct \leqslant \sqrt{z^2+(x+a)^2}. \tag{10}$$

Тогда давление в боковом поле определяется суммой двух слагаемых: $P = P_1 - P_2$, где P_1 определяется формулой (8), а P_2 задано формулой (30.1), которая в случае круглой мембраны принимает вид:

$$P_2 = \frac{\rho c}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{a}{x}} \frac{ct_\beta}{x+a} \frac{1}{\sqrt{\omega t_\beta}} A\left(2\sqrt{\frac{c\Delta t_\beta}{\lambda}}\right) \sin\left[\omega\Delta t_\beta + \varphi\left(2\sqrt{\frac{c\Delta t_\beta}{\lambda}}\right)\right], \tag{11}$$

где

$$A(x) = \sqrt{1+N^2-2N\cos\left(\xi-\frac{\pi}{4}\right)}$$

и

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} - N\sin\xi}{\frac{1}{\sqrt{2}} - N\cos\xi},$$

причем N и ξ попрежнему определяются формулами (9), а $c\Delta t_\beta$ имеет смысл расстояния точки наблюдения от заднего фронта. По мере приближения к заднему фронту амплитуда составляющей P_2 возрастает и приближается к амплитуде составляющей P_1. В зависимости от соотношения фаз этих составляющих суммарное поле может увеличиваться или, напротив, уменьшаться, стремясь к нулю. Последний случай соответствует тем углам наблюдения, при которых стационарная диаграмма направленности имеет минимум. Если же фазы P_1 и P_2 совпадают, то это будет соответствовать максимуму стационарной диаграммы направленности. Если

$$ct > ct_\beta = \sqrt{z^2+(x+a)^2}, \tag{12}$$

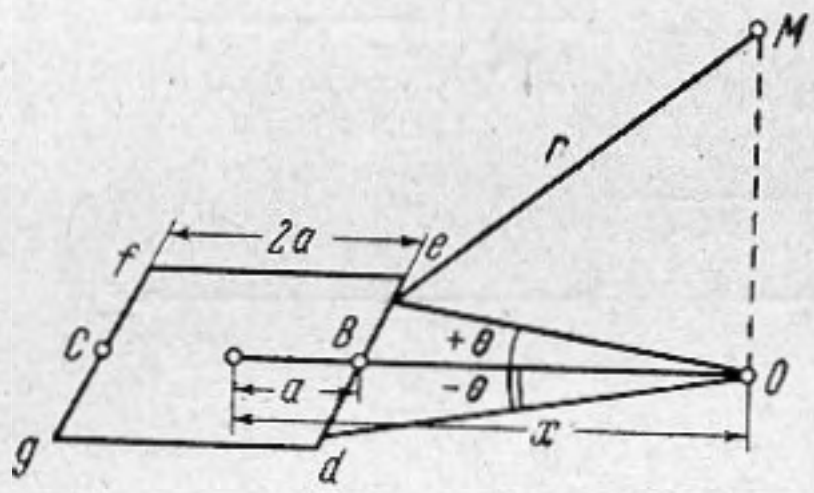
то, как было показано в работе [1], переходный процесс можно считать законченным и пользоваться для расчета формулами, отвечающими стационарному режиму. Таким образом, формирование стационарной диаграммы направленности происходит в окрестности заднего фронта.

На фиг. 3 и 4 показан переходный процесс при угле наблюдения, соответствующем максимуму (3) и минимуму (4) стационарной диаграммы направленности. Пунктиром обозначены линии заднего фронта.

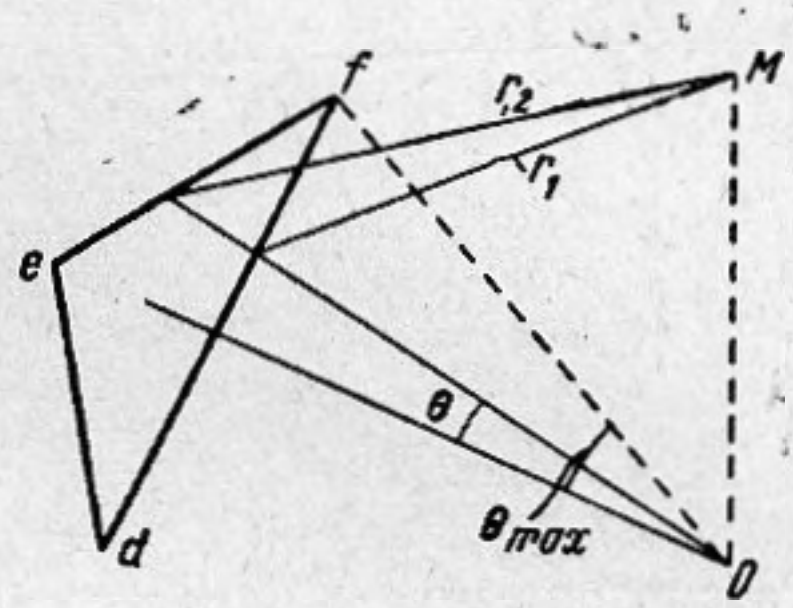
Рассмотрим теперь тот случай, когда точка наблюдения находится на оси мембраны. Тогда при задании нормальной составляющей скорости на поверхности мембраны произвольной функцией $U_z(t)$ формула (6.1) приводится к виду:

$$P = \rho c\left[U\left(t - \frac{z}{c}\right) - U\left(t - \frac{\sqrt{z^2 + a^2}}{c}\right)\right]. \tag{13}$$

Волна, определяемая первым слагаемым «включается» в момент $ct = z$ и равна нулю при $ct < z$; вторая же волна «включается» несколько позже,



Фиг. 6



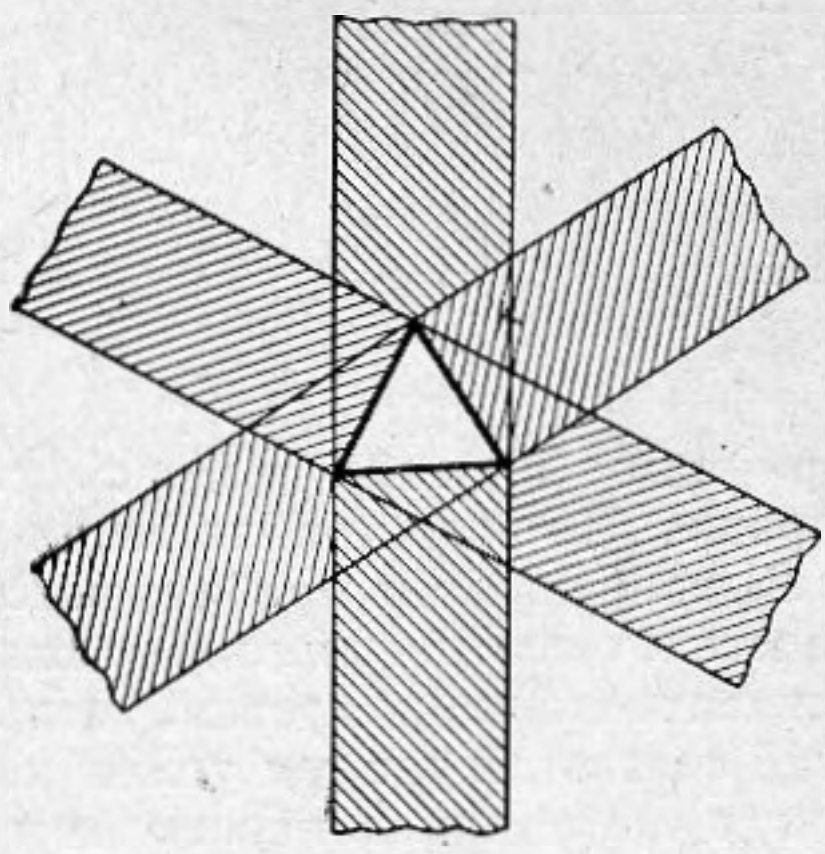
Фиг. 7

а именно в момент, соответствующий $ct = \sqrt{z^2 + a^2}$ и равна нулю при $ct < z^2 + a^2$.

Пусть мы имеем воздействие, определяемое формулой

$$U_z(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}. \tag{14}$$

Тогда давление на оси мембраны, согласно формуле (13), будет изменяться во времени так, как это показано на фиг. 5, где наверху дано изменение слагающих, внизу — изменение результирующего давления $P_{\text{рез}}$. При удалении точки наблюдения от мембраны импульс будет все более укорачиваться, сохраняя свою величину.



Фиг. 8

При возбуждении мембраны по закону (5) мы получим также две волны, причем как и в случае возбуждения, согласно (14), вторая волна запаздывает относительно первой на интервал $\Delta t \approx a^2/2zc$ и может либо скомпенсировать первую, если Δt равно четному числу полуволн, либо усиливать поле, если Δt равно нечетному числу полуволн.

При увеличении расстояния от мембраны запаздывание будет уменьшаться. Это приведет к тому, что амплитуда первой полуволны будет по величине стремиться к амплитуде последующих полуволн, а длительность первой полуволны будет стремиться в пределе к половине длительности последующих полуволн.

Перейдем к рассмотрению переходных процессов в полях мембран, для которых отмеченное в работе [1] свойство симметрии сохраняется, но кон-

тур не описывается аналитической функцией. При этом сохраняют силу формулы (6.1), (8.1), (9а.1) и (9б.1), однако исследование корней уравнений (9а.1) и (9б.1) и вычисление интегралов связаны с конкретным видом контура.

Очевидно, что в случае квадратной мембраны при положении точки наблюдения, согласно фиг. 6, $r_1'(0) = 0$ и $r_2'(0) = 0$. Это значит, что только источники, расположенные на сторонах dl и gf будут создавать заметное поле в точке наблюдения. Оказывается, что при $ct < r(0)$ мы имеем $P = 0$. Если же

$$\sqrt{z^2 + (x-a)^2} < ct < \sqrt{z^2 + a^2 + (x-a)^2},$$

то P_1 снова определяется формулой (8), т. е. переходный процесс с принятой нами точностью совпадает с процессом для случая круглой мембраны. Если же

$$\sqrt{z^2 + (x+a)^2} < ct < \sqrt{z^2 + a^2 + (x+a)^2},$$

то, как и в случае круглой мембраны, полное поле представляется суммой двух слагаемых $P = P_1 - P_2$, где P_2 учитывает действие линейных источников, соответствующих стороне fg. Однако в отличие от случая круглой мембраны здесь сначала появляется возмущение от линейных источников, расположенных вблизи экстремальной точки $\theta_0 = 0$. Поэтому в данном случае для нахождения P_2 следует опять воспользоваться формулой (8), заменив в ней величину $c\Delta t_\delta$ величиной $c\Delta t_\beta = ct - ct_\beta$, а величину $x - a$ величиной $x + a$.

Таким образом, основное различие между переходными процессами для круглой и квадратной мембран проявляется в момент прихода возмущения от источников fg, т. е. в окрестности заднего фронта возмущения. Формирование стационарной диаграммы направленности и вид последней определяются соотношением фаз полей, соответствующих сторонам de и gf.

Вычисления для случая треугольной мембраны проводятся теми же методами; поэтому мы остановимся только на получаемых результатах. При расположении точки наблюдения, согласно фиг. 7, существенную роль играет только поле, создаваемое стороной df, так как на остальных сторонах отсутствуют группы «почти синфазных» точек. Поэтому переходный процесс при таком положении точки наблюдения оказывается чрезвычайно малым по длительности и заканчивается, как только полностью «включится» сторона df. Одновременно, как в нестационарном, так и в стационарном случаях возникают области, в которых поле мало в связи с упомянутым отсутствием групп почти синфазных излучателей. Вид этих областей показан на фиг. 8; поле велико только в заштрихованных зонах.

С другой стороны, следует отметить, что при возбуждении треугольной мембраны импульсом, имеющим форму одной полуволны синусоиды, в области бокового поля в среде будет присутствовать в основном импульс одной полярности. Импульс второй полярности будет мал по амплитуде, но растянут по времени. При круглой или квадратной мембране возникают импульсы обоих полярностей, примерно одинаковой амплитуды.

ЛИТЕРАТУРА

1. О. Г. Козина, Г. И. Макаров. Переходные процессы в акустических полях, создаваемых поршневой мембраной произвольной формы и при произвольном характере колебаний ее поверхности. Акуст. ж., 1961, 7, 1, 53—58.
2. А. А. Харкевич. Спектры и анализы. Техтеоретиздат, 1957

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию 11 июня 1960 г.