АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том IX 1963 Вып. 3

УДК 534.2+621.8.034.3

ПРОХОЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ НАД НЕОДНОРОДНЫМ УЧАСТКОМ ПЛОСКОЙ ИМПЕДАНЦНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В. В. Шевченко

Рассмотрена задача о прохождении поверхностной волны над участком плоской поверхности с переменным импеданцем. Задача решена методом поперечных сечений для случая медленного изменения поверхностного импеданца. При решении применен аппарат собственных волн, поверхностных и псевдоповерхностных. Получены выражения для прямой и обратной (отраженной) поверхностных волн и для поля излучения. Найдена и в одном частном случае исследована диаграмма направленности излученного поля. Вычислена рассеянная мощность.

В работе [1] была построена полная система ортогональных собственных волн для однородной плоской импеданцной поверхности. В данной работе мы применим эти волны при исследовании поля над неоднородной импеданцной поверхностью. В частности, будет решена задача о прохождении поверхностной волны над неоднородным участком плоской поверхности.

Сохраним обозначения, введенные в работе [1]. Кроме того, для волновых чисел поверхностной и псевдоповерхностных волн, распространяющихся в направлении оси z, введем обозначения: $h_0^+ = h_0$, $h^+ = h$, а для волновых чисел волн обратного направления—обозначения: $h_0^- = -h_0$, $h^- = -h$.

Рассмотрим неоднородную плоскую импеданцную поверхность, для которой $\alpha = \alpha(z)$. Исследование поля над такой поверхностью проведем методом поперечных сечений [2].

Представим потенциал поля $\psi(y, z)$ и производную $\partial\psi/\partial z$ в произвольном сечении $z = \text{const}$ в виде разложений (формула (12) работы [1]) по функциям сечения * соответствующей однородной поверхности сравнения, у которой α равно $\alpha(z)$ в данном сечении:

$$\psi(y, z) = A^0(z)\,\Psi_0(y, z) + \int_0^\infty A(\varkappa, z)\,\Psi(\varkappa, y, z)\,d\varkappa \tag{1}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial z} = B^0(z)\,\Psi_0(y, z) + \int_0^\infty B(\varkappa, z)\,\Psi(\varkappa, y, z)\,d\varkappa.$$

Функции сечения Ψ_0, Ψ, а также волновое число h_0 зависят от z, так как от z зависит α.

Введем новые коэффициенты разложения, связанные со старыми соотношениями: $C_+^0 + C_-^0 = A^0$, $-ih_0^+ C_+^0 - ih_0^- C_-^0 = B^0$, $C_+ + C_- = A$,

* При анализе поля над неоднородной импеданцной поверхностью, как и поля в неоднородных волноводах, основную роль играют не сами собственные волны, а лишь функции поперечной координаты, называемые нами функциями сечения (см. [1—3]).

$-ih^{+}C_{+} - ih^{-}C_{-} = B$. После подстановки в формулу (1) разложения примут вид:

$$\psi = \sum_{-}^{+} \left(C_{\mu}^{0} \Psi_0 + \int_0^{\infty} C_{\mu} \Psi \, d\varkappa \right), \tag{2}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = -i \sum_{-}^{+} \left(h_0^{\mu} C_{\mu}^{0} \Psi_0 + \int_0^{\infty} h^{\mu} C_{\mu} \Psi \, d\varkappa \right),$$

где под знаком суммы стоят два члена соответственно с индексами плюс и минус. В дальнейшем для простоты написания мы будем опускать знак суммы, но там, где имеется в виду сумма, будем сохранять индекс μ.

Далее, аналогично тому как это делалось для волноводов, подставим первое из разложений (2) во второе и оба в уравнение для потенциала:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0. \tag{3}$$

При этом мы получим два уравнения вида

$$(C_{\mu}^{0'} + ih_0^{\mu} C_{\mu}^{0}) \Psi_0 + \int_0^{\infty} (C_{\mu}' + ih^{\mu} C_{\mu}) \Psi \, d\varkappa = - C_{\mu}^{0} \Psi_0' - \int_0^{\infty} C_{\mu} \Psi' \, d\varkappa,$$

$$h_0^{\mu} (C_{\mu}^{0'} + ih_0^{\mu} C_{\mu}^{0}) \Psi_0 + \int_0^{\infty} h^{\mu} (C_{\mu}' + ih^{\mu} C_{\mu}) \Psi \, d\varkappa =$$

$$= - h_0^{\mu} C_{\mu}^{0} \Psi_0' - h_0^{\mu'} C_{\mu}^{0} \Psi_0 - \int_0^{\infty} h^{\mu} C_{\mu} \Psi' \, d\varkappa, \tag{4}$$

где штрих означает производную по z. Умножим уравнения (4) последовательно на Ψ_0 и Ψ и проинтегрируем по y. Переменив порядок интегрирования и проинтегрировав по y, получим с учетом ортогональности функций сечения (см. формулу (13) работы [1]) следующую систему из четырех интегродифференциальных уравнений:

$$C_n^{0'} + ih_0^n C_n^0 = S_0^{n\mu} C_{\mu}^0 + \int_0^{\infty} S_0^{n\mu} (\widetilde{\varkappa}) \, C_{\mu} (\widetilde{\varkappa}) \, d\widetilde{\varkappa},$$

$$C_n' + ih^n C_n = S^{n\mu} (\varkappa) \, C_{\mu}^0 + V. \; p. \int_0^{\infty} S^{n\mu} (\varkappa, \widetilde{\varkappa}) \, C_{\mu} (\widetilde{\varkappa}) \, d\widetilde{\varkappa}, \tag{5}$$

где индекс n принимает значения плюс и минус, а $V \cdot p$ означает, что интеграл берется в смысле главного значения.

Коэффициенты системы S^{nm} — коэффициенты связи волн — выражаются в виде

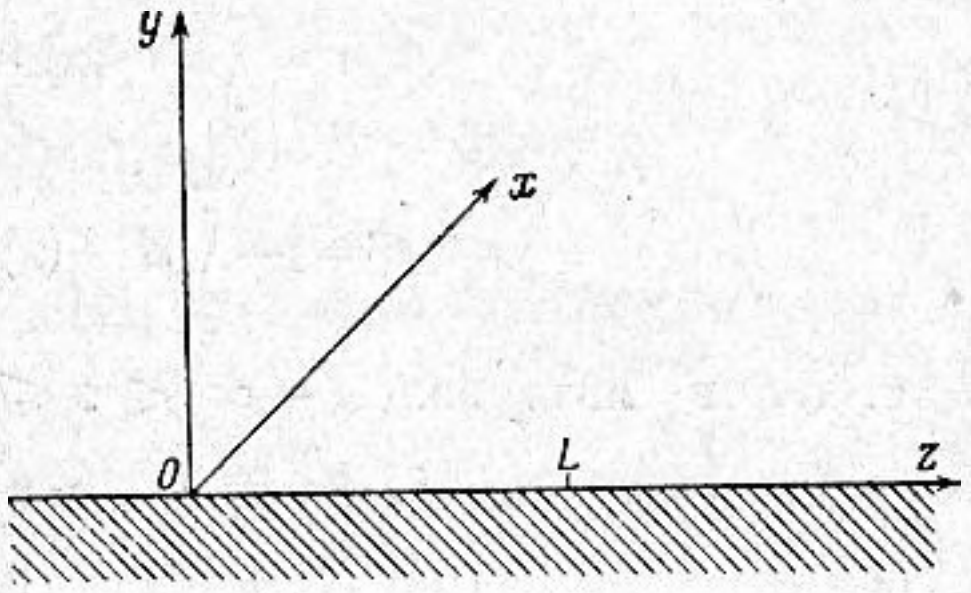
$$S_0^{nm} = S_0 = - \frac{h_0'}{2h_0},$$

$$S_0^{nm} (\widetilde{\varkappa}) = - \frac{h_0^n + \widetilde{h}^m}{2h_0^n} \int_0^{\infty} \Psi_0 \widetilde{\Psi}' \, dy = \frac{\alpha' \widetilde{\varkappa}}{2N_0 \widetilde{N} h_0^n (h_0^n - \widetilde{h}^m)},$$

$$S^{nm}(\varkappa) = -\frac{h^n + h_0^m}{2h^n}\int_0^\infty \Psi\Psi_0'\,dy = \frac{\alpha'\varkappa}{2N_0Nh^n(h^n - h_0^m)}, \qquad (6)$$

$$S^{nm}(\varkappa, \tilde{\varkappa}) = -\frac{h^n + \tilde{h}^m}{2h^n}\int_0^\infty \Psi\tilde{\Psi}'\,dy = \frac{\alpha'\varkappa\tilde{\varkappa}}{2N\tilde{N}h^n(h^n - \tilde{h}^m)}.$$

Таким образом, мы свели задачу об определении поля над неоднородной плоской импеданцной поверхностью к решению системы интегродифференциальных уравнений (5). Решение этой системы в общем случае затруднительно. Однако, как и в волноводах [2, 3], некоторые результаты можно получить, не решая системы. Кроме того, в некоторых частных случаях система решается сравнительно просто.



Фиг. 1

Применим полученные здесь общие результаты к решению конкретной задачи о прохождении поверхностной волны над участком плоской поверхности с переменным поверхностным импеданцем. При этом будем считать, что импеданц изменяется медленно, т. е. изменяется мало в пределах длины волны $\lambda = 2\pi/k$. В пределах же всего неоднородного участка изменение импеданца произвольно.

Пусть при $-\infty < z \leqslant 0$ (фиг. 1) импеданц постоянен, так что $\alpha = \text{const} = \alpha(0)$, при $0 \leqslant z \leqslant L$ — изменяется произвольно, но медленно: $\alpha = \alpha(z)$, $d'(z) \ll 1$, где $d = 1/\alpha$ — эффективная протяженность поля поверхностной волны в поперечном сечении, при $L \leqslant z < \infty$ импеданц снова не изменяется и $\alpha = \alpha(L)$. Длина участка L произвольна, и, в частности, может быть бесконечной.

Представим C_n^0 и C_n в виде

$$C_n^0(z) = D_n^0(z)\frac{1}{\sqrt{h_0}}e^{-i\gamma_0^n}, \quad C_n(\varkappa, z) = D_n(\varkappa, z)\frac{1}{h}e^{-ih^n z}. \qquad (7)$$

где $\gamma_0^n = \int_0^z h_0^n\,dz$, $n = (+), (-)$.

Тогда систему уравнений (5) можно переписать следующим образом:

$$D_n^{0'} = D_\mu^0 S_0 e^{i(\gamma_0^n - \gamma_0^\mu)}(1 - \delta^{n\mu}) + \int_0^\infty \frac{\sqrt{h_0}}{\tilde{h}} S_0^{n\mu}(\tilde{\varkappa}) D_\mu(\tilde{\varkappa}) e^{i(\gamma_0^n - \tilde{h}^\mu z)}\,d\tilde{\varkappa},$$

$$D_n' = \frac{h}{\sqrt{h_0}} S^{n\mu}(\varkappa) D_\mu^0 e^{i(h^n z - \gamma_0^\mu)} + V.p.\int_0^\infty \frac{h}{\tilde{h}} S^{n\mu}(\varkappa, \tilde{\varkappa}) D_\mu(\tilde{\varkappa}) e^{i(h^n - \tilde{h}^\mu)z}\,d\tilde{\varkappa}. \qquad (8)$$

Пусть слева на неоднородный участок падает поверхностная волна с амплитудным множителем $D_+^0 = 1$. Тогда на концах неоднородного участка будут иметь место следующие концевые условия: $D_+^0(0) = 1$, $D_+(\varkappa, 0) = 0$ и $D_-^0(L) = 0$, $D_-(\varkappa, L) = 0$.

Решение системы (8) будем искать в виде разложения по степеням малого параметра ε, равного некоторому среднему в интервале $(0, L)$ значению модуля производной $d'(z)$:

$$D_n^0(z) = a_n^0(z) + b_n^0(z)\,\varepsilon + c_n^0(z)\,\varepsilon^2 + \ldots \qquad (9)$$
$$D_n(\varkappa, z) = a_n(z) + b_n(z)\,\varepsilon + c_n(z)\,\varepsilon^2 + \ldots$$

Подставим выражения (9) в (8) и сравним члены одинакового порядка малости, учитывая, что коэффициенты связи S^{nm} имеют порядок величины ε. Удовлетворяя концевым условиям, получим в интервале $0 \leqslant z \leqslant L$

$$\text{а)}\ a_+^0 = 1, \quad a_-^0 = a_+ = a_- = 0;$$

$$\text{б)}\ b_+^0 \varepsilon = 0, \quad b_-^0 \varepsilon = -\int_z^L S_0 e^{i(\gamma_0^- - \gamma_0^+)}\, dz, \tag{10}$$

$$b_+ \varepsilon = \int_0^z S^{++}(\varkappa) \frac{h}{\sqrt{h_0}} e^{i(h+z-\gamma_0^+)}\, dz,$$

$$b_- \varepsilon = -\int_z^L S^{-+}(\varkappa) \frac{h}{\sqrt{h_0}} e^{i(h^- z-\gamma_0^+)}\, dz$$

и т. д., в интервале $-\infty < z \leqslant 0$

$$\text{а)}\ a_+^0 = 1, \quad a_-^0 = a_- = 0;$$

$$\text{б)}\ b_-^0\, \varepsilon = -\int_0^L S_0 e^{i(\gamma_0^- - \gamma_0^+)}\, dz, \tag{11}$$

$$b_- \varepsilon = -\int_0^L S^{-+}(\varkappa) \frac{h}{\sqrt{h_0}} e^{i(h^- z-\gamma_0^+)}\, dz$$

и т. д., и в интервале $L \leqslant z < \infty$

$$\text{а)}\ a_+^0 = 1, \quad a_+ = 0; \tag{12}$$

$$\text{б)}\ b_+^0 \varepsilon = 0, \quad b_+ \varepsilon = \int_0^L S^{++}(\varkappa) \frac{h}{\sqrt{h_0}} e^{i(h+z-\gamma_0^+)}\, dz$$

и т. д.

Суммируя результаты и подставляя их в выражения (2), получим с точностью до величины порядка ε выражения для прямой и обратной поверхностных волн и для поля излучения.

В интервале $0 \leqslant z \leqslant L$ прямая поверхностная волна имеет вид:

$$\psi_0^+(y, z) = \sqrt{\frac{2\alpha(z)}{h_0(z)}}\, e^{-\alpha(z) y - i \int_0^z h_0 dz}, \tag{13}$$

и обратная волна

$$\psi_0^-(y, z) = \sqrt{\frac{2\alpha(z)}{h_0(z)}}\, D_-^0(z) e^{-\alpha(z) y + i \int_0^z h_0 dz}. \tag{14}$$

Излученное поле состоит из двух слагаемых $\psi(y, z) = \psi^+(y, z) + \psi^-(y, z)$, где первое слагаемое выражается через псевдоповерхностные волны прямого направления:

$$\psi^+(y, z) = \int_0^\infty C_+ \Psi\, d\varkappa = \int_{-\infty}^\infty \frac{\varkappa - i\alpha(z)}{2N(z) h} D_+(\varkappa, z)\, e^{-i(\varkappa y + hz)}\, d\varkappa \tag{15}$$

и второе — через волны обратного направления:

$$\psi^-(y, z) = \int_0^\infty C_- \Psi\, d\varkappa = \int_{-\infty}^\infty \frac{\varkappa - i\alpha(z)}{2N(z) h} D_-(\varkappa, z)\, e^{-i(\varkappa y - hz)}\, d\varkappa. \tag{16}$$

В интервале $-\infty < z \leqslant 0$ падающая поверхностная волна имеет вид:

$$\psi_0^+(y, z) = \sqrt{\frac{2\alpha(0)}{h_0(0)}}\, e^{-\alpha(0)y - ih_0(0)z}, \tag{17}$$

и отраженная волна

$$\psi_0^-(y, z) = \sqrt{\frac{2\alpha(0)}{h_0(0)}}\, D_-^0(0)\, e^{-\alpha(0)y + ih_0(0)z}, \tag{18}$$

где $D_-^0(0)$ — коэффициент отражения. Излученное назад поле будет

$$\psi^-(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varkappa - i\alpha(0)}{2N(0)\,h} D_-(\varkappa, 0)\, e^{-i(\varkappa y - hz)}\, d\varkappa. \tag{19}$$

В интервале $L \leqslant z < \infty$ прошедшая поверхностная волна имеет вид:

$$\psi_0^+(y, z) = \sqrt{\frac{2\alpha(L)}{h_0(L)}}\, e^{-i\sigma(L)} e^{-\alpha(L)y - ih_0(L)z}, \tag{20}$$

где $\sigma(L) = \int_0^L [h_0(z) - h_0(L)]\, dz$,

и поле, излученное вперед,

$$\psi^+(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varkappa - i\alpha(L)}{2N(L)\,h} D_+(\varkappa, L)\, e^{-i(\varkappa y + hz)}\, d\varkappa. \tag{21}$$

Здесь

$$D_-^0(z) = \int_z^L \frac{h_0'}{2h_0} \exp\left\{-2i\int_0^z h_0\, dz\right\} dz,$$

$$D_+(\varkappa, z) = -\int_0^z \sqrt{\frac{2\alpha}{h_0}}\, \frac{\alpha'\varkappa \exp\left\{-i\int_0^z (h_0 - h)\, dz\right\}}{2N(h_0 - h)}\, dz \tag{22}$$

$$D_-(\varkappa, z) = -\int_z^L \sqrt{\frac{2\alpha}{h_0}}\, \frac{\alpha'\varkappa \exp\left\{-i\int_0^z (h_0 + h)\, dz\right\}}{2N(h_0 + h)}\, dz.$$

Если неоднородный участок конечен, то в дальней зоне можно найти явное выражение для поля излучения. Введем новые переменные r, θ, а также новую переменную интегрирования ϑ, используя соотношения

$$\left.\begin{aligned} y &= r\sin\theta, & z &= r\cos\theta \\ \varkappa &= k\sin\vartheta, & h &= k\cos\vartheta \end{aligned}\right\}. \tag{23}$$

Заметим еще, что $[\varkappa - i\alpha(z)]/N(z) = (2/\pi)^{1/2} \exp\{-iq(\varkappa, z)\}$, где $q(\varkappa, z) = \operatorname{arc\,tg}[\alpha(z)/\varkappa]$.

В новых переменных потенциал излученного вперед и назад поля запишется в виде

$$\psi(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\pi}{2}+i\infty}^{\frac{\pi}{2}-i\infty} D(\vartheta)\, e^{-iq(\theta)} e^{\mp ikr\cos(\vartheta - \theta)}\, d\vartheta, \tag{24}$$

где
$$D(\vartheta) = \begin{cases} D_+(k\sin\vartheta, L) & \text{при } 0 \leqslant \theta < \frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{L}{r} \\ D_-(k\sin\vartheta, 0) & \text{при } \frac{\pi}{2} < \theta \leqslant \pi, \end{cases}$$
$$q(\vartheta) = \begin{cases} q(k\sin\vartheta, L) & \text{при } 0 \leqslant \theta < \frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{L}{r} \\ q(k\sin\vartheta, 0) & \text{при } \frac{\pi}{2} < \theta < \pi. \end{cases}$$

Интегрируя выражение (24) при $r \gg \lambda$ и $r \gg L$ методом перевала с точностью до $0\,[(kr)^{-3/2}]$, получим

$$\psi(r, \theta) = D(\theta)\, e^{-i[q(\theta)-\pi/4]}\, \frac{e^{-ikr}}{\sqrt{kr}}. \qquad (25)$$

При $r \gg L$ угол $\arcsin L/r$ мал, так что выражение (25) охватывает почти все верхнее полупространство.

Диаграмма направленности излученного поля имеет вид: $F(\theta) = |D(\theta)|$. Исследование диаграммы направленности проведем в предположении, что производная $d'(z)$ имеет один и тот же порядок величины внутри интервала $(0, L)$ и скачком принимает нулевое значение на концах интервала. В частности, d' может быть постоянной внутри интервала, т. е. $d = d(0) \pm \varepsilon z$.

В этом случае в формуле (22) можно произвести интегрирование. После интегрирования по частям с той же точностью до ε^2 получим

$$D_-^0(z) = \frac{ih_0'}{4h_0^2} \exp\left\{-2i\int_0^z h_0\, dz\right\}\Big|_z^L,$$
$$D_+(\varkappa, z) = \sqrt{\frac{2\alpha}{h_0}}\, \frac{\alpha'\varkappa \exp\left\{-i\int_0^z (h_0 - h)\, dz\right\}}{2iN(h_0 - h)_z^2}\Big|_0^z, \qquad (26)$$
$$D_-(\varkappa, z) = \sqrt{\frac{2\alpha}{h_0}}\, \frac{\alpha'\varkappa \exp\left\{-i\int_0^z (h_0 + h)\, dz\right\}}{2iN(h_0 + h)^2}\Big|_z^L.$$

Отсюда диаграмма направленности будет

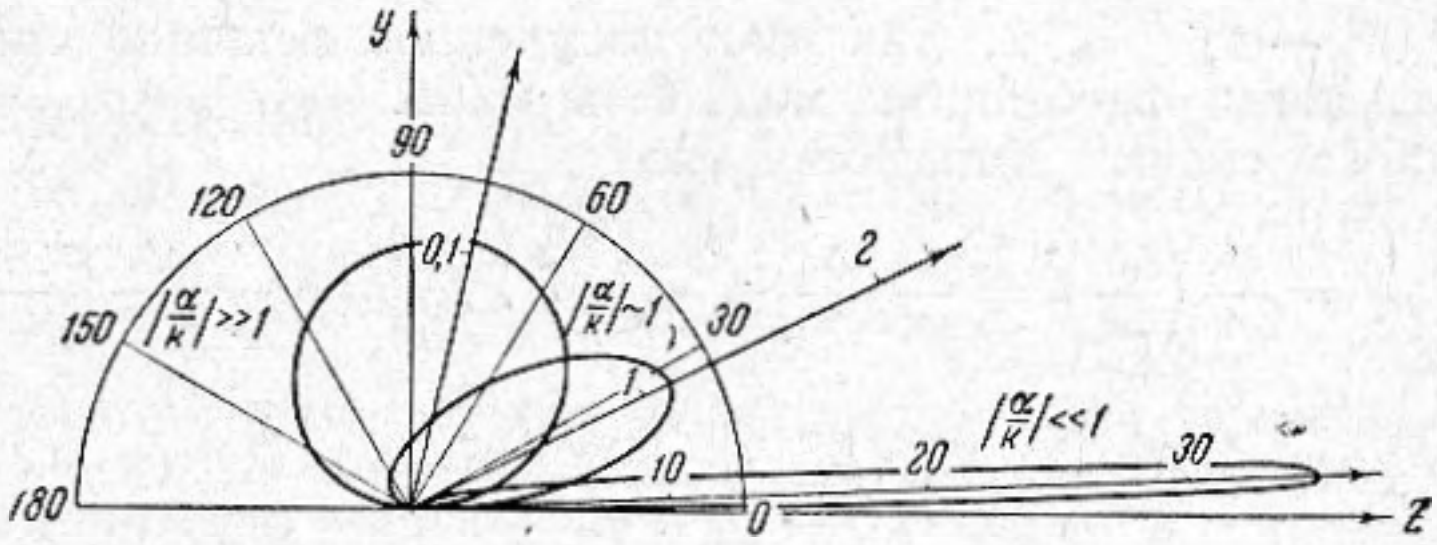
$$F(\theta) = \left| d' \sqrt{\frac{\alpha}{\pi h_0}}\, \frac{\alpha^2 k \sin\theta \exp\left\{-i\int_0^z (h_0 - k\cos\theta)\, dz\right\}}{\sqrt{\alpha^2 + k^2\sin^2\theta}\,(h_0 - k\cos\theta)^2}\Big|_0^L \right|. \qquad (27)$$

Диаграмму направленности (27) можно интерпретировать так, как если бы она была образована при интерференции полей двух излучателей, расположенных в местах $z = 0$ и $z = L$ с аналогичными диаграммами направленности, но возбуждаемыми с различными амплитудами и фазами. Вследствие интерференции общая диаграмма при $L \gg \lambda$ будет, вообще говоря, многолепестковой.

На графиках фиг. 2 построены диаграммы направленности одного такого «излучателя» для трех случаев: $\alpha/k = 10;\ 1;\ 0{,}1$. Во всех трех случаях мощность падающей волны одинакова. Масштабная единица равна $|d'|/\sqrt{\pi}$. При этом в случае $\alpha/k = 10 \gg 1$ диаграмма увеличена в десять раз, а в случае $\alpha/k = 0{,}1 \ll 1$ — уменьшена во столько же раз. Эти графики дают представление об огибающей общей диаграммы.

То, что излучение происходит только от концов неоднородного участка, можно объяснить, например, в случае линейного изменения d следую-

щим образом. Падающая поверхностная волна в начале участка преобразуется в поверхностную волну с цилиндрическим фронтом, которая, как показано в работе [4], может распространяться без излучения вдоль неоднородной импеданцной поверхности с зависимостью $\alpha(z) = \alpha(0)/[1 \pm \varepsilon\alpha(0)\, z]$. Приближенно эта волна описывается здесь выражением (13). В конце участка происходит обратное преобразование в плоскую поверхностную волну. Таким образом, возмущение поля с излучением происходит только на концах неоднородного участка.



Фиг. 2

Полученные результаты позволяют, в частности, получить решение для малого скачка импеданца. Для этого, отказавшись от выполнения условия $|d'| \ll 1$, но, считая, что относительное изменение импеданца, а следовательно, и d, мало, устремим $L \to 0$. В результате получим

$$D_-^0 = \frac{\Delta h_0}{2h_0} = -\frac{\Delta d}{d}\frac{\alpha^2}{2h_0^2}$$

$$D_\pm(\varkappa) = -\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{2\alpha}{h_0}}\frac{\Delta\alpha\varkappa\sqrt{\pi}}{2N(h_0 \mp h)} = \frac{\Delta d}{d}\sqrt{\frac{2\alpha}{h_0}}\frac{\alpha\varkappa}{2N(h_0 \mp h)}. \qquad (28)$$

Решение для малого скачка можно было бы также получить и непосредственно, решая задачу методом малых неоднородностей [2].

Диаграмма направленности для скачка имеет один лепесток. Эта диаграмма похожа (но не тождественна) на диаграмму отдельного «излучателя». Результаты для скачка совпадают с полученными в работе [5].

Решая задачу в первом приближении, мы получили, что коэффициент прохождения по мощности, равный $|D_+^0|^2$, совпадает с единицей. Отличие от единицы должно было бы возникнуть только во втором приближении. Чтобы найти потерянную мощность, нужно вычислить мощность рассеянного поля.

В нашей постановке задачи можно считать, что мощность падающей волны $P_{\text{пад}} = 1$. Рассеянная мощность $P_{\text{рас}} = P_{\text{отр}} + P_{\text{изл}}$, где

$$P_{\text{отр}} = |D_-^0|^2;\ P_{\text{изл}} = \int_0^\pi F^2(\theta)\, d\theta = \int_0^\pi |D(\theta)|^2\, d\theta. \qquad (29)$$

Простые выражения для рассеянной мощности получаются в том случае, когда справедливы формулы (26) и при $kL \gg 1$:

$$P_{\text{отр}} = U^2(0) + U^2(L) - 2U(0)\,U(L)\cos\left(2\int_0^L h_0\, dz\right),$$

$$P_{\text{изл}} = V^2(0) - U^2(0) + V^2(L) - U^2(L) + d'(0)\,d'(L)\cdot 0\,[(kL)^{-3/2}], \qquad (30)$$

$$P_{\text{рас}} = V^2(0) + V^2(L) - 2U(0)\,U(L)\cos\left(2\int_0^L h_0\, dz\right) + d'(0)\,d'(L)\cdot 0\,[(kL)^{-3/2}].$$

Здесь введены обозначения:

$$U(z)=\frac{d'(z)}{4}\cdot\left[\frac{\beta^2(z)-1}{\beta^2(z)}\right]^{3/2};\ V(z)=\frac{d'(z)}{4}\cdot\left[\frac{\beta^2(z)+4}{\beta^2(z)-1}\right]^{1/2}, \tag{31}$$

где $\beta=h_0/k=(1+\alpha^2/k^2)^{1/2}$ — замедление поверхностной волны.

Для того чтобы результаты оставались верными при очень малом замедлении, должно удовлетворяться более жесткое требование, чем $|d'|\ll 1$, а именно нужно, чтобы выполнялось условие $|d'|/\sqrt{\beta^2-1}=|Z'/Z_0k|(\beta^2-1)^{-3/2}\ll 1$, так как полученное решение справедливо лишь тогда, когда рассеянная мощность мала.

Для малого скачка импеданца имеем

$$P_{\text{отр}}=\frac{1}{4}\left(\frac{\Delta h_0}{h_0}\right)^2=\frac{1}{4}\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2\left(\frac{\beta^2-1}{\beta^2}\right)^2,\ P_{\text{изл}}=\frac{1}{4}\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2\frac{2\beta^2-1}{\beta^4}$$

$$P_{\text{рас}}=\frac{1}{4}\left(\frac{\Delta\alpha}{\alpha}\right)^2=\frac{1}{4}\left(\frac{\Delta Z}{Z}\right)^2=\frac{1}{4}\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2, \tag{32}$$

где Z — поверхностный импеданц.

Настоящая работа, как и работа [1], выполнена под руководством Б. З. Каценеленбаума, которому автор выражает свою глубокую признательность.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Шевченко. Собственные волны однородной плоской импеданцной поверхности. Акуст. ж., 1963, 9, 2, 215—221.
2. Б. З. Каценеленбаум. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. М., Изд-во АН СССР, 1961.
3. В. В. Шевченко. Неоднородные акустические волноводы. Акуст. ж., 1961, 7, 4, 484—491.
4. В. И. Таланов. О поверхностных электромагнитных волнах в системах с неоднородным импеданцем. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 1959, 2, 1, 132—133.
5. Н. Г. Тренев. Дифракция поверхностных электромагнитных волн на импеданцной ступеньке. Радиотехн. и электрон., 1958, 3, 1, 27—37.

Московский физико-технический институт

Поступила в редакцию
15 июля 1962 г.