параметры различны для разных температур и концентраций. Характер изменения параметров с ростом температуры следующий: A — уменьшается, B — увеличивается, частота релаксации ν_m — смещается в область более высоких частот. В таблице 2 приведены значения этих параметров.

Из приведенных данных видно, что при увеличении концентрации этилформиата в муравьиной кислоте параметры A, B и ν_m уменьшаются.

Полученные результаты показывают, что в исследованном интервале частот, температур и концентраций, по-видимому, проявляет себя релаксационный механизм, типичный для муравьиной кислоты, определяемый нарушением химического равновесия в реакции между ее димерами и мономерами.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ф. Ноздрев. Применение ультраакустики в молекулярной физике. М., Физматгиз, 1958.
2. Л. Г. Белинская, В. Ф. Ноздрев. В вопросу о поглощении ультразвуковых волн в ацетатах на высоких частотах. Сб. «Применение ультраакустики к исследованию вещества», М., МОПИ, 1961, 15, 75—78.
3. П. А. Бажулин. Поглощение ультраакустических волн в жидкостях. Ж. эксп. и теор. физ., 1938, 8, 457—471.
4. В. М. Ковалева, В. Ф. Ноздрев. К вопросу о релаксационных явлениях в формиатах. Сб. «Применение ультраакустики к исследованию вещества». М., МОПИ, 1962, 16, 83—91.

Московский областной
педагогический институт
им. Н. К. Крупской

Поступило в редакцию
22 апреля 1963 г.

УДК 534, 2—14

ОБ ОДНОМ ПРЕДЕЛЬНОМ ЗАКОНЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В ПРИРОДНЫХ ВОЛНОВОДАХ

Л. М. Бреховских

Пусть имеется слоистая среда, характеризуемая профилем скорости звука $c(z)$, обладающим одним минимумом на уровне оси волновода z_0.

При непрерывном излучении сила звука на достаточно больших удалениях от источника должна спадать по закону $1/r$ (цилиндрическое расхождение) с учетом соответствующего поглощения. То же самое будет справедливо при импульсном излучении для силы звука, проинтегрированной по всему звуковому сигналу в любой частотной полосе.

Если допустить применение лучевой теории и предположить, что затухание волн одинаково по всем лучам, можно найти полное выражение для средней * силы звука на любом уровне z **.

Рассмотрим тонкий пучок лучей с малым угловым раствором $\Delta\chi_1$, вышедший под углом χ_1 из излучателя, расположенного на произвольном уровне $z = z_1$. На достаточно большом расстоянии крайние лучи пучка разойдутся настолько, что в любую точку некоторого слоя $z' < z < z''$ попадает какой-либо луч пучка.

Если предположить, что мощность ненаправленного излучателя равна W, то поток энергии, уносимый пучком с учетом также цилиндрической симметрии картины, будет $W / 2\cos\chi_1\Delta\chi_1$. Найдем взнос в силу звука от рассматриваемого пучка лучей и аналогичного ему, вышедшего из излучателя под углом $-\chi_1$. Поток энергии $W\cos\chi_1\Delta\chi_1$, который несут оба пучка вместе, на достаточно большом расстоянии определенным образом распределится по сечению слоя $z' < z < z''$. Обозначим обусловленную им силу звука на оси волновода через ΔI_0 и на произвольном уровне z через ΔI ***. Очевидно $\Delta I / \Delta I_0 = f / f_0$, где f и f_1 — факторы фокусировки лучей, попадающих при данном r соответственно на горизонт z и ось волновода z_0.

В соответствии с работой [1], § 38, находим для заданного χ_1

---

* Под средней силой звука здесь понимается сила звука, усредненная по достаточно большой области пространства так, чтобы была «смазана» интерференционная структура поля. Это понятие полностью аналогично введенному ранее для более простого случая (см. [1], § 33).

** Напечатать изложенные в заметке соображения автора побудила статья Урика [2], где в зачатке имеются те же рассуждения, но с одним упущением, существенно изменяющим результат.

*** Урик [2] предполагал, что ΔI распределено по сечению слоя равномерно, что противоречит действительности.

$$\Delta I = \Delta I_0 \frac{\sin \chi_0}{\sin \chi}, \tag{1}$$

где χ_0 и χ — углы скольжения лучей соответственно на уровне оси волновода и на уровне z.

Поток энергии, протекающий через боковую поверхность цилиндра радиуса r, ограниченную координатами z' и z'', с одной стороны, равен $2\pi r \int\limits_{z'}^{z''} \Delta I \cos \chi \, dz$, а с другой стороны, $W \cos \chi_1 \Delta \chi_1 e^{-\alpha r}$. Из равенства этих выражений с учетом соотношения (1), находим

$$\Delta I_0 = \frac{W \cos \chi_1 e^{-\alpha r} \Delta \chi_1}{2\pi r \sin \chi_0 \int\limits_{z'}^{z''} \frac{dz}{\operatorname{tg} \chi}}. \tag{2}$$

Тем самым с помощью выражения (1) определяется и ΔI.

Полная интенсивность в произвольной точке (r, z_2) получится путем интегрирования ΔI по χ_1 в пределах, которые соответствуют лучам, попадающим на уровень z_2.

Однако интегрирование по χ_1 целесообразно заменить интегрированием по χ_0. Из соотношения

$$\frac{\cos \chi_1}{c_1} = \frac{\cos \chi_0}{c_0} \tag{3}$$

находим $d\chi_1 = q_1 \frac{\sin \chi_0}{\sin \chi_1} d\chi_0$, $q_1 \equiv \frac{c_1}{c_0}$. Кроме того, обозначим

$$F(\chi_0) \equiv \int\limits_{z'}^{z''} \frac{dz}{\operatorname{tg} \chi}. \tag{4}$$

Тогда получаем для полной интенсивности выражение

$$I = \frac{W e^{-\alpha r}}{2\pi r} \int\limits_{\chi_{0\,\min}}^{\chi_{0\,\max}} \frac{q_1^2 \cos \chi_0 \sin \chi_0}{\sin \chi_1 \sin \chi_2} \frac{d\chi_0}{F(\chi_0)}, \tag{5}$$

$\chi_{0\,\min}$ соответствует наименьшему углу скольжения луча на уровне оси волновода, при котором луч достигает как уровня излучателя, так и уровня приемника, $\chi_{0\,\max}$ соответствует наибольшему углу скольжения канализируемых лучей.

Иногда, аппроксимируя реальную зависимость $c(z)$ простейшими функциями, оказывается удобным предполагать наличие в районе оси волновода однородного слоя толщины $2H$. Преобразуем (4), воспользовавшись связью между χ и z:

$$\frac{\cos \chi}{c(z)} = \frac{\cos \chi_0}{c_0}, \quad \frac{dz}{\operatorname{tg} \chi} = -c_0 q \left(\frac{dc}{dz}\right)^{-1} d\chi, \quad q \equiv \frac{c}{c_0}. \tag{6}$$

Тогда получим

$$F(\chi_0) = \frac{2H}{\operatorname{tg} \chi_0} + c_0 \int\limits_0^{\chi_0} \left[\left(q \left|\frac{dc}{dz}\right|^{-1}\right)_1 + \left(q \left|\frac{dc}{dz}\right|^{-1}\right)_2\right] d\chi, \tag{7}$$

где индексы 1 и 2 относятся соответственно к областям ниже и выше оси волновода, а при вычислении интеграла выражение в квадратной скобке должно быть выражено через χ, пользуясь снова соотношением (6).

Часто, предполагая условно, что волна распространяется по сферическому закону до расстояния r_0, а затем ее распространение соответствует цилиндрическому расхождению, записывают силу звука на некотором расстоянии r в виде

$$I = \frac{W}{4\pi r r_0} e^{-\alpha r}. \tag{8}$$

Сравнивая формулы (5) и (8), получаем для обратной величины «переходного расстояния» r_0 выражение

$$\frac{1}{r_0} = 2 \int\limits_{\chi_{0\,\min}}^{\chi_{0\,\max}} \frac{q_1^2 \cos \chi_0 \sin \chi_0}{\sin \chi_1 \sin \chi_2} \frac{d\chi_0}{F(\chi_0)}. \tag{9}$$

В реальных условиях, с достаточной для нас точностью можно положить $q_1 \approx 1$, $\cos\chi_0 \approx 1$, $\sin\chi_0 \approx \chi_0$, $\sin\chi_1 \approx \chi_1 \approx \sqrt{\chi_0^2 - 2(q_1-1)}$ и аналогично для $\sin\chi_2$. Тогда мы получаем

$$\frac{1}{r_0} = 2\int\limits_{\chi_{0\,\min}}^{\chi_{0\,\max}} \frac{\chi_0\, d\chi_0}{\sqrt{[\chi_0^2 - 2(q_1-1)]\,[\chi_0^2 - 2(q_2-1)]}\, F(\chi_0)}. \tag{10}$$

В выражении (9) для $F(\chi_0)$ также можно положить $q \approx 1$, $\operatorname{tg}\chi_0 \approx \chi_0$.

Рассмотрим для примера простейший волновод, состоящий из однородного слоя $2H$, вне которого скорость возрастает вниз с градиентом $a_1 = \frac{1}{c_0}\left(\frac{dc}{dz}\right)_1$, и вверх с градиентом $a_2 = \frac{1}{c_0}\left(\frac{dc}{dz}\right)_2$. Излучатель пусть будет на оси волновода, а приемник ниже оси, на удалении $z_2\,(z_2 > H)$ от нее. В этом случае $q_1 = 1$, $q_2 = 1 + a_2(z_2 - H)$, $\chi_{0\,\min} = \sqrt{2(q_2-1)}$, $\chi_{0\,\max} = \frac{\pi}{2}$, $F(\chi_0) = \frac{2H}{\chi_0} + \frac{\chi_0}{a_{\text{эфф}}}$, $\frac{1}{a_{\text{эфф}}} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}$. Из (10) получаем

$$r_0 = \frac{\sqrt{2}}{\pi a_{\text{эфф}}} \sqrt{a_2(z_2 - H) + a_{\text{эфф}} H}. \tag{11}$$

Выражение для r_0 в случае, когда приемник также находится в пределах однородного слоя, можно получить из формулы (11), положив $z_2 = H$. Тогда

$$r_0 = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2H}{a_{\text{эфф}}}}.$$

Наконец, если слой симметричен, то $\frac{1}{a_{\text{эфф}}} = \frac{2}{a}$, $r_0 = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{H}{a}}$.

В заключение отметим, что нельзя трактовать r_0 как расстояние, на котором формируется цилиндрическое расхождение волны. В действительности, величина $1/r_0$ является просто мерилом амплитуды волны на достаточно больших расстояниях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Бреховских. Волны в слоистых средах. М., Изд-во АН СССР, 1957.
2. R. J. Urick. Low-Frequency Sound Attenuation in the Deep Ocean. J. Acoust. Soc. America, 1963, **35**, 1413.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
29 ноября 1963 г.

УДК 534.28—1

ЗАТУХАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ И ОБЪЕМНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН

И. А. Викторов

Затухание объемных (продольных и поперечных) ультразвуковых волн в твердых телах изучено довольно подробно (см. например, монографию [1]). В то же время затухание поверхностных ультразвуковых волн (волн Рэлея) почти не исследовано. Поэтому большой интерес представляет установление связи между затуханием объемных и поверхностных волн. Простейший способ установления такой связи заключается в учете затухания путем введения мнимых частей в волновые числа и получении из характеристического уравнения выражения для мнимой части волнового числа поверхностной волны через мнимые части волновых чисел объемных волн. Такой подход, примененный в работах [2, 3], приводит к формуле

$$\gamma = \frac{3\eta^6 - 16\eta^4 + 24\eta^2 - 16\xi^2}{\eta^2(3\eta^4 - 16\eta^2 - 16\xi^2 + 24)}\beta + \frac{16\xi^2(1-\eta^2)}{\eta^2(3\eta^4 - 16\eta^2 - 16\xi^2 + 24)}\alpha, \tag{1}$$