АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том X 1964 Вып. 2

УДК 534:548.0

УПРУГИЕ МОДУЛИ КРИСТАЛЛА ЛЬДА

В. В. Богородский

Обсуждаются результаты измерения упругих модулей естественного кристалла льда. Упругие модули δ_{ik} рассчитаны по величине скоростей продольных и сдвиговых волн, измеренных импульсным ультразвуковым методом на частоте 4 *мггц* при температурах 0, —10 и —15°.

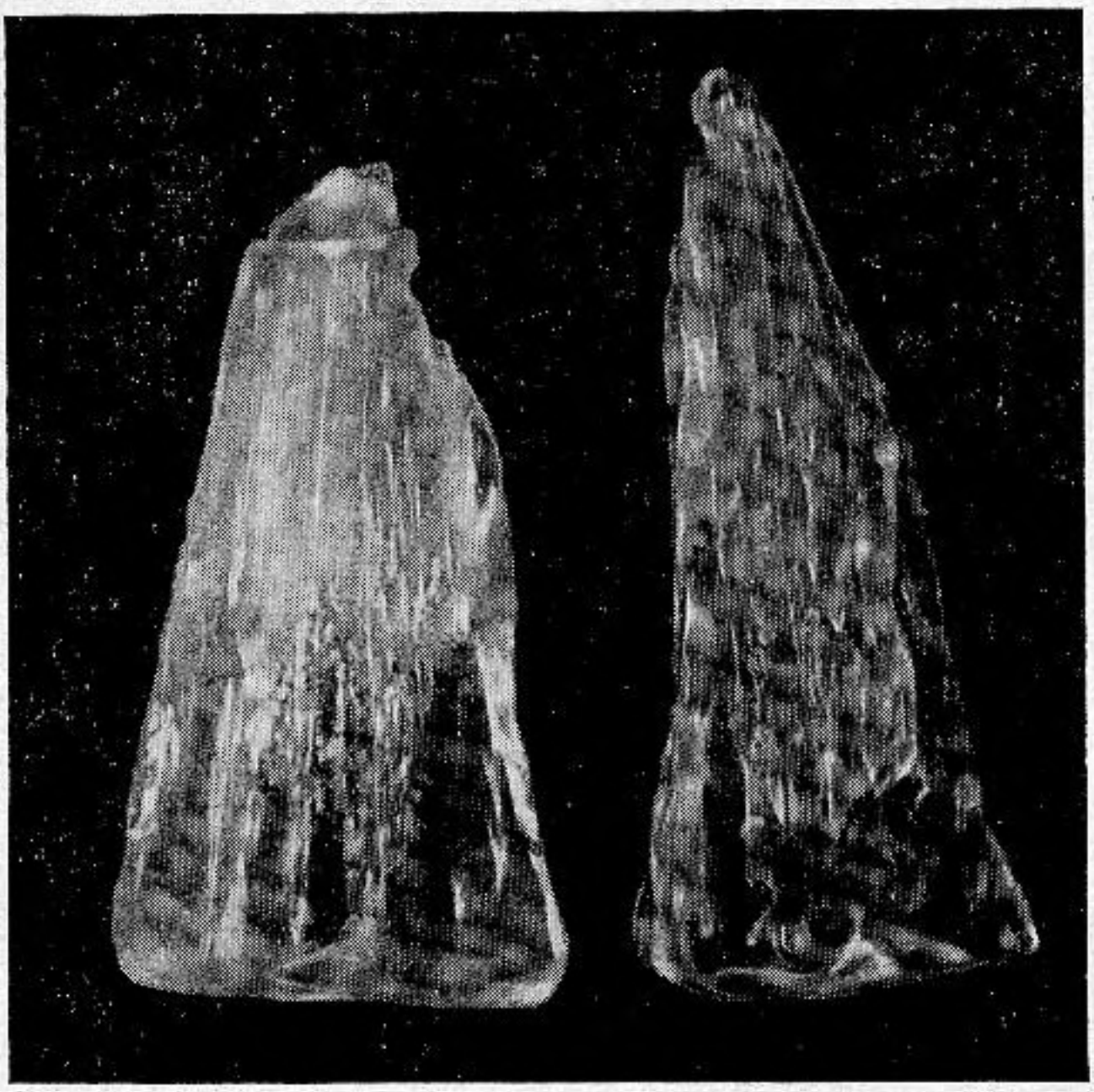
В настоящее время известно довольно большое число работ, в которых излагаются методы измерения упругих характеристик пресноводного и морского льда и соответственные экспериментальные данные. Однако в этих работах приводятся упругие характеристики лишь для поликристаллического льда. Вместе с тем, для решения задач, связанных с выбором физической модели реального льда и с расчетом рассеяния упругих волн в ледовых образованиях, необходимо знать величины упругих модулей кристалла льда. Насколько нам известно, впервые упругие модули кристалла льда были вычислены теоретически в работе [1]; расчет производился на основе динамической теории решетки Борна. При этом были использованы значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона для поликристаллического льда и геометрические размеры элементарной ячейки кристалла, отвечающие температуре 0°.

Авторы работы [2] впервые экспериментально определили пять упругих модулей кристалла льда. Для экспериментов использовались искусственно выращенные кристаллы льда, имеющие форму куба с ребрами длиной 2,5—3 *см*. Расчет упругих модулей производился по дифракционным картинам, возникающим при просвечивании монокристалла льда, колеблющегося на частотах 15—18 *мггц*. Просвечивание производилось в двух направлениях: параллельно и перпендикулярно оптической оси (ось z). Поверхности кристаллов, перпендикулярные к направлению просвечивания, накрывались стеклянными пластинками, которые пришлифовывались и примораживались к образцу. В работе [3] приводятся значения упругих модулей также искусственно выращенных кристаллов льда, определенные импульсным ультразвуковым методом.

При выполнении настоящей работы автором были использованы естественные кристаллиты, выколотые из ледового покрова Ладожского озера. Извлечение кристаллитов производилось следующим образом. Из ледяного покрова выкалывались образцы льда размером 100 × 100 × 60 *см*. Поверхность образцов, соприкасающаяся с водой, посыпалась суриком и затем подвергалась солнечному облучению. Через 2—3 часа после начала облучения сурик, проникая в межкристаллические прослойки, разделял спаянные кристаллиты. Для экспериментов были извлечены кристаллиты, средние размеры которых достигали 25—30 *см* (фиг. 1). Затем небольшая часть целого кристаллита подвергалась кратковременному облучению мощных электроламп. В результате этой процедуры внутри облученной части кристаллита, в плоскостях спайности, образуются значительные расслоения — так называемые «ледяные цветы», расположенные в базисных плоскостях и одинаково ориентированные в каждом кристалле. Таким обра-

зом, кратковременное тепловое облучение выявляет (делает видимым) ориентировку базисных плоскостей, перпендикулярных оси z [4]. Уточнение направления оси z производилось с помощью столика Федорова. После окончательной ориентировки облученная часть кристаллита отсекалась.

Для экспериментов было изготовлено несколько десятков образцов. При помощи электроножа им придавалась форма параллелепипедов и кубов с размерами ребер от 3 до 15 *см*.



Фиг. 1

Кристаллиты льда относятся к гексагональной системе. Упругие свойства кристаллов описываются тензором модулей упругости 4-го ранга. Аналитическое выражение для определения гексагональных адиабатических тензорных модулей δ_{iklm} можно получить из решения уравнения движения:

$$\rho \ddot{U}_i = \partial \sigma_{ik} / \partial x_k, \tag{1}$$

где ρ — плотность, $\ddot{U}_i$ — ускорение, σ_{ik} — компоненты тензора напряжений.

Подробное решение уравнения (1) приведено в работе [5]. Оно, в частности, показывает, что в произвольном направлении в кристалле возможно распространение трех упругих волн с тремя различными скоростями. В изотропном теле эти волны соответствуют продольной и двум поперечным волнам.

В кристалле каждой скорости распространения соответствует волна, в которой вектор смещения обладает составляющими как параллельными, так и перпендикулярными к направлению распространения. Только в отдельных исключительных направлениях могут распространяться чисто поперечные и чисто продольные волны.

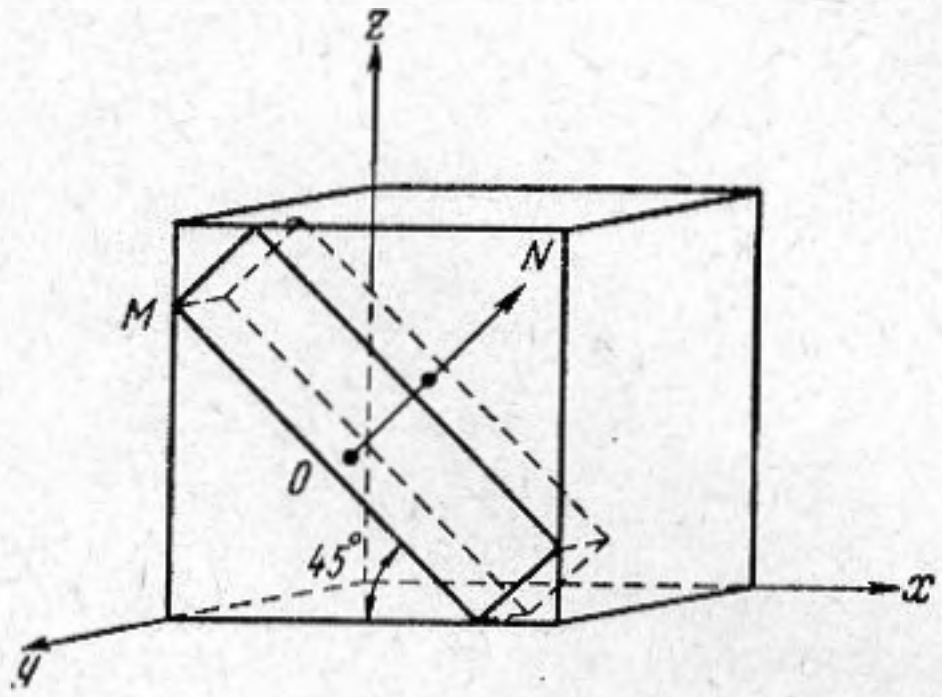
Численные расчеты, выполненные применительно к монокристаллам, обладающим даже сильной анизотропией, показывают, что отклонения от чисто поперечного или чисто продольного характера колебания невелики. Поэтому практически упругие волны в кристаллах следует рассматривать как «квазипродольные» и «квазипоперечные». В этом смысле мы и будем понимать поперечные и продольные волны в кристаллах [6].

Выражения для скоростей упругих волн в кристаллах гексагональной системы имеют вид:

$$C_{1,2} = \sqrt{\frac{2p}{\rho\sqrt{q \pm (q^2 - 4p)}}}, \tag{2}$$

$$C_3 = \sqrt{\frac{(\delta_{11} - \delta_{12})\cos^2\varphi + \delta_{44}\sin^2\varphi}{2\rho}}, \tag{3}$$

где C_2 — скорость продольной волны, C_1 и C_3 — скорости сдвиговых волн, поляризованных соответственно в плоскости распространения и перпенди-



Фиг. 2

кулярно плоскости распространения, ρ — плотность льда, $p = (\sin^2 2\varphi / 4)(\delta_{11}\delta_{33} - \delta_{12}^2 - 2\delta_{13}\delta_{44}) + \delta_{11}\delta_{44}\cos^4\varphi + \delta_{33}\delta_{44}\sin^4\varphi$, $q = \delta_{11}\cos^2\varphi + \delta_{33}\sin^2\varphi + \delta_{44}$, φ — угол между волновым вектором **K** и плоскостью, перпендикулярной к оптической оси.

Упругие свойства кристаллов с гексагональной решеткой определяются пятью независимыми модулями: δ_{11}, δ_{12}, δ_{13}, δ_{44}, δ_{33}. Для остальных модулей упругости имеют место следующие соотношения:

$$\left.\begin{aligned} &\delta_{22} = \delta_{11};\ \delta_{55} = \delta_{44};\ \delta_{66} = \frac{\delta_{11} - \delta_{12}}{2}\ \delta_{23} = \delta_{13}, \\ &\delta_{14} = \delta_{15} = \delta_{16} = \delta_{24} = \delta_{25} = \delta_{26} = \delta_{34} = \delta_{35} = \delta_{36} = \delta_{45} = \delta_{46} = \delta_{56} = 0 \end{aligned}\right\}. \tag{4}$$

При $\varphi = 0$ выражения (2) и (3) принимают следующий вид:

$$C_1 = \sqrt{\frac{\delta_{44}}{\rho}};\quad C_2 = \sqrt{\frac{\delta_{11}}{\rho}};\quad C_3 = \sqrt{\frac{\delta_{11} - \delta_{12}}{2}}. \tag{5}$$

В этом случае скорость упругих волн не зависит от угла, что объясняется изотропностью упругих свойств в любой плоскости, перпендикулярной к гексагональной оси кристалла.

Соотношения (5) позволяют определить величину трех модулей: δ_{11}, δ_{12}, δ_{44}. Для определения модуля δ_{13} измеряется скорость продольной волны в образце, вырезанном под углом 45° к оси z (фиг. 2), или скорость сдвиговой волны (по направлению OM) поляризованной в плоскости MON. Величина δ_{13} вычисляется на основании соотношения:

$$(\delta_{13} + \delta_{44})^2 = (\delta_{11} + \delta_{44} - 2\rho C_1^2)(\delta_{33} + \delta_{44} - 2\rho C_1^2). \tag{6}$$

Модуль δ_{33} рассчитывается по измеренной скорости продольной волны, распространяющийся параллельно оси z, при этом $\delta_{33} = \rho C_1^2$.

Экспериментальное определение скоростей распространения звука в кристаллах льда выполнялось нами импульсным ультразвуковым мето-

дом [7]. В табл. 1 приведены результаты измерения скорости продольных и сдвиговых волн в зависимости от температуры льда.

Относительная ошибка при измерении скорости упругих волн ультразвуковым методом составляла не более 5%.

Таблица 1

Тип упругой волны	Направление распространения	Значение скорости, 10^3 *м/сек*, t°C		
		0	—10	—15
Продольная	$\perp$ оси z	3,3	3,66	3,85
Продольная	$\parallel$ оси z	3,8	4,21	4,32
Сдвиговая	$\parallel$ оси z	1,77	1,85	1,98
Сдвиговая (поляриз. в плоск. x, y)	$\perp$ оси z	1,39	1,73	1,91
Продольная	45° к оси z	3,52	3,91	4,06

В табл. 2 приведены значения упругих модулей для различной температуры льда, рассчитанные по результатам обсуждаемых экспериментов, значения δ_{ik}, приведенные в работах [2, 3], и теоретические данные, заимствованные из работы [1]. Погрешность измерения δ_{ik} ультразвуковым методом лежит в пределах 10%.

Таблица 2

Модули	δ_{ik}, 10^{10} *дин/см²*, t°C			Данные [1] при —16°C	Данные [2]	Данные [3]
	0	—10	—15			
δ_{11}	9,82	12,08	13,37	15,2	13,845±0,08	13,33±1,98
δ_{12}	6,33	6,68	6,79	8,0	7,07 ±0,12	6,03±0,72
δ_{13}	5,16	7,13	7,78	7,0	5,81 ±0,16	5,08±0,72
δ_{33}	13,02	15,99	16,83	16,2	14,99 ±0,08	14,28±0,54
δ_{44}	2,83	3,09	3,36	3,2	3,19 ±0,03	3,26±0,08

Измерения скорости продольных и сдвиговых упругих волн показали, что степень анизотропии в кристаллите льда невелика и почти эквивалентна, например, упругой анизотропии кристалла магния.

В заключение автор выражает благодарность А. В. Гусеву и Д. Д. Добротину за помощь, оказанную при выполнении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. A. Angella, A. Penny. Theoretical determination of the elastic constants of ice. Proc. Cambridge Philos., 1948, **44**, 3, 423—439.
2. F. Iona, P. Scherrer. Die elastischen Konstanten von Eis-Einkristallen. Helv. Phys. Acta, 1952, 25, 35—54.
3. R. E. Green, L. Mackinnon. Determination of the elastic constants of ice single crystals by an ultrasonic pulse method. J. Acoust. Soc. America, 1956, 28, 6, 1631.
4. П. А. Шумский. Основы структурного ледоведения. М., Изд-во АН СССР, 1955, стр. 115—125.
5. Л. Д. Ландау и Е. М. Лившиц. Механика сплошных сред, М., ГИТТЛ, 1951, стр. 756.
6. К. С. Александров. Распространение упругих волн по особенным направлениям в кристаллах (канд. диссертация). Ин-т кристаллографии АН СССР, 1957.
7. В. В. Богородский. Импульсный ультразвуковой метод исследования физических свойств льдов. Тр. семинара по физике и применению ультразвука. Изд. Ленингр. электротехн. института им. В. И. Ульянова (Ленина), 1958, стр. 76—85.

Арктический и антарктический
н.-и. институт
Ленинград

Поступила в редакцию
1 декабря 1962 г.