АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том X 1964 Вып. 3

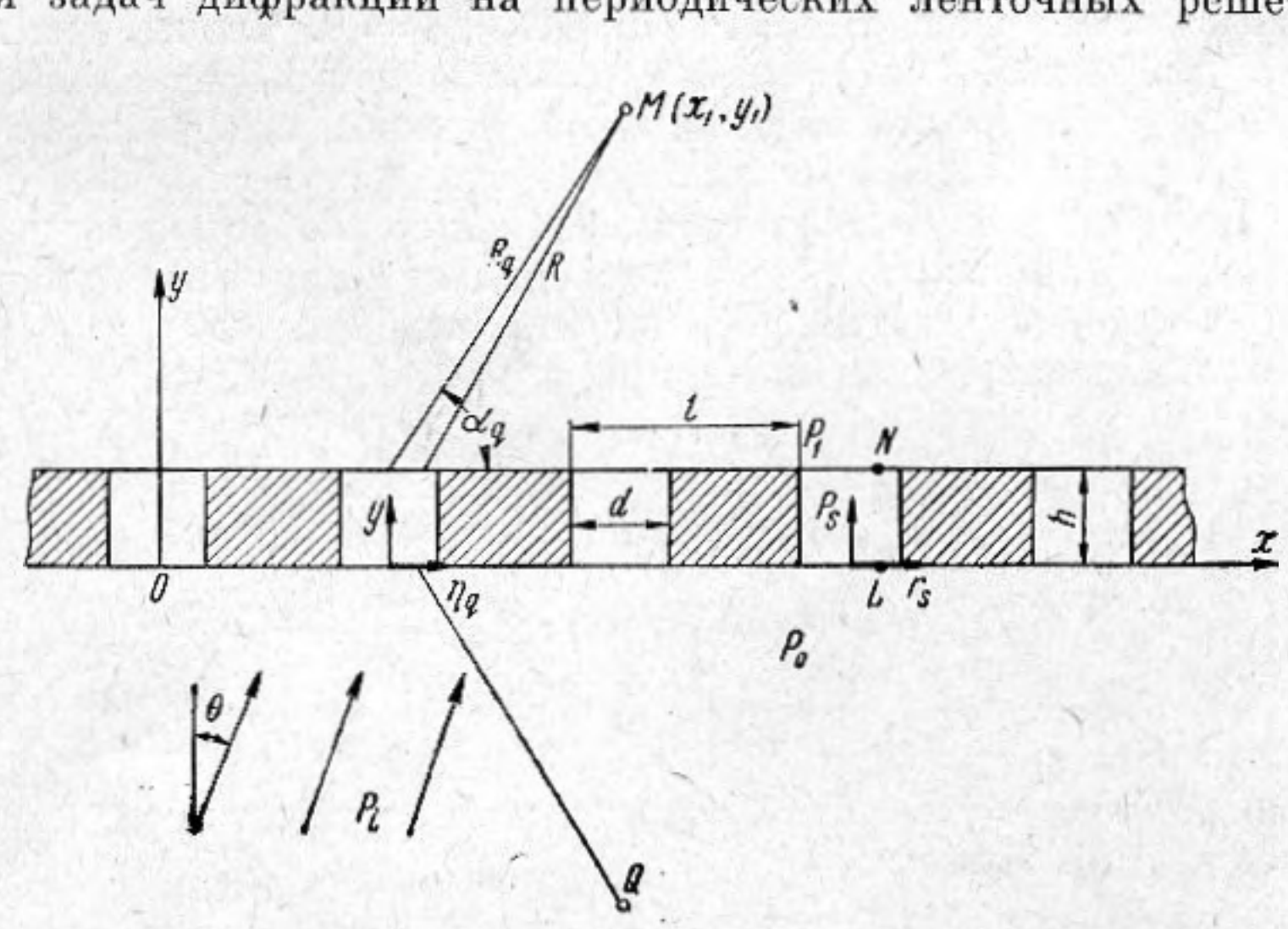
УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ ЗВУКА НА ЩЕЛЯХ В ЭКРАНЕ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

Е. Л. Шендеров

Найдено точное решение задачи дифракции монохроматической волны на периодически расположенных щелях в экране конечной толщины при наклонном падении. Путем разложения решения по собственным функциям построена бесконечная система линейных алгебраических уравнений, решение которой определяет коэффициенты разложения. Получены формулы для коэффициентов отражения и прохождения звука. В частных случаях из полученных формул следуют решения задач дифракции волн на решетке из параллельных полосок, а также на системе полосок, лежащих в одной плоскости. По полученным формулам произведены расчеты на электронной машине.

Вопросу о дифракции волн на плоских решетках посвящена обширная литература. В последнее время в работах [1, 2] были даны строгие решения задач дифракции на периодических ленточных решетках при



Фиг. 1

произвольных соотношениях между размерами решетки и длиной волны. Однако в этих работах предполагалось, что экран имеет нулевую толщину.

Прохождение волны сквозь экран конечной толщины изучено значительно меньше. В работе [3] проведена оценка коэффициента прохождения волны через экран малой волновой толщины ($kh \ll 1$) при нормальном падении. Точное решение задачи о прохождении электромагнитной волны E-поляризации (что в акустическом случае соответствует абсолютно мягкому экрану) через решетку из прямоугольных брусьев при нормальном падении выполнено в работе [4]. При этом использовался метод,

примененный в [5], для вычисления коэффициента отражения от периодически неровной поверхности.

В данной работе несколько иным способом получено решение задачи для наклонного падения и абсолютно жесткого экрана, причем искомые коэффициенты выражены через импеданцы излучения щелей в экране.

Пусть плоская звуковая волна $P_i = e^{ik(x \sin\theta + y\cos\theta)}$ падает из нижнего полупространства (фиг. 1) на бесконечный жесткий экран с произвольной толщиной h, в котором прорезаны щели шириной d с периодом l. Требуется определить звуковое поле, прошедшее через экран.

Граничными условиями задачи являются: 1) нормальная составляющая скорости равна нулю на всей поверхности экрана; 2) $P_0 = P_q|_{y=0}$, $P_1 = P_q|_{y=h}$, где P_0 — поле в нижней полуплоскости, P_q — поле в щели с номером q $(q = -\infty \ldots +\infty)$, P_1 — поле выше экрана.

Точное решение может быть построено путем разложения поля в щели в ряд по собственным функциям. Введем ряд систем координат с осями η_q, y и началом, совмещенным с серединой щели с номером q, как показано на фиг. 1. Тогда поле в щели с номером q может быть представлено в виде суммы бегущих и неоднородных волн, распространяющихся в обе стороны вдоль щели

$$P_q = e^{ikql\sin\theta} \sum_{m=0}^{\infty} (A_m e^{k_m y} + B_m e^{-k_m y}) \cos\left(\frac{\pi m_q}{d} - \frac{\pi m}{2}\right), \qquad (1)$$

где $k_m = \sqrt{(\pi m / d)^2 - k^2}$ — волновое число в щели для волны с номером m, k — волновое число падающей на пластину волны в пространстве вне щели.

Выражение (1) удовлетворяет на стенках щели, т. е. при $\eta = \pm d/2$, условию, требующему обращения в нуль нормальной составляющей колебательной скорости среды, т. е. $\partial P_q / \partial\eta|_{\eta=\pm d/2} = 0$. Члены, для которых $\pi m / d > k$ (т. е. $m > 2d/\lambda$), где λ — длина волны в среде, дают неоднородные волны с постоянной затухания k_m, члены с номерами $m < 2d/\lambda$ представляют собой бегущие волны вдоль оси y, нулевой член является волной поршневого типа, распространяющейся со скоростью звука в окружающей среде. Множитель $e^{ikql\sin\theta}$ определяет фазу колебаний в щели с номером q, которая задается падающей волной.

Колебательная скорость в щели при $|\eta_q| \leqslant d/2$ будет

$$v_q(\eta_q, y) = \frac{1}{i\omega\rho}\frac{\partial P_q}{\partial y} = \frac{e^{ikql\sin\theta}}{i\omega\rho} \times$$

$$\times \sum_{m=0}^{\infty} k_m (A_m e^{k_m y} - B_m e^{-k_m y}) \cos\left(\frac{\pi m \eta_q}{d} - \frac{\pi m}{2}\right), \qquad (2)$$

где ρ — плотность среды. При $|\eta_q| > d/2$ скорость $v_q = 0$.

Звуковое поле в точке $M(x_1, y_1)$, излучаемое всеми щелями, определяется следующим образом:

$$P^{(M)} = \frac{\omega\rho}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} v(x)\Big|_{y=h} H_0^{(1)}(kR)\, dx,$$

или, учитывая, что $v = 0$ при $|\eta_q| > d/2$,

$$P^{(M)} = \frac{\omega\rho}{2} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \int_{-q/2}^{} v_q(\eta_q, h) H_0^{(1)}(kR)\, \alpha\eta_q, \qquad (3)$$

где $R = \sqrt{(y_1 - h)^2 + (x_1 - lq - \eta_q)^2}$, $H_0^{(1)}$ — функция Ханкеля. Таким образом, задачей является определение пока неизвестной колебательной скорости в отверстии.

Совместим точку $M(x_1, y_1)$ с точкой N, находящейся в плоскости отверстия с номером S. Тогда $y_1 = h$ и $x_1 = ls + \eta_s$. Подставляя в формулу (3) выражение (2), получим

$$P^{(N)} = -\frac{i}{2}\sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{ikql\sin\theta}\sum_{m=0}^{\infty} k_m(A_m e^{-kmh} - B_m e^{-kmh})\times$$

$$\times\int_{-d/2}^{+d/2} H_0^{(1)}(k\,|\,l(s-q)+\eta_s-\eta_q\,|)\cos\left(\frac{\pi m\eta_q}{d}-\frac{\pi m}{2}\right)d\eta_q.$$

Пользуясь граничным условием $P_0 = P_q|_{y=0}$ для щели с номером S, получаем одно из уравнений для определения неизвестных коэффициентов A_m и B_m

$$-\frac{i}{2}\sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{ikql\sin\theta}\sum_{m=0}^{\infty} k_m(A_m e^{k_m h} - B_m e^{-ik_m h})\int_{-d/2}^{d/2}\cos\left(\frac{\pi m\eta_q}{d}-\frac{\pi m}{2}\right)\times$$

$$\times H_0^{(1)}(k\,|\,l(s-q)+\eta_s-\eta_q\,|)\,d\eta_q =$$

$$= e^{iksl\sin\theta}\sum_{m=0}^{\infty}\cos\left(\frac{\pi m\eta_s}{d}-\frac{\pi m}{2}\right)(A_m e^{k_m h} + B_m e^{-k_m h}). \qquad (4)$$

Второе уравнение может быть получено из граничных условий на нижней стороне экрана. Поле в нижнем полупространстве складывается из поля падающей волны P_i, поля волны, отраженной от экрана без щелей P_i', и поля P, излученного отверстием. Таким образом, поле в точке Q будет

$$P^{(Q)} = e^{ik(x_1\sin\theta + y_1\cos\theta)} + e^{ik(x_1\sin\theta - y_1\cos\theta)} - P. \qquad (5)$$

Совместим точку Q с точкой L, противоположной точке N, воспользуемся граничным условием $P_1 = P_q|_{y=h}$ и формулой (2). При этом мы получим уравнение

$$2e^{ik(ls+\eta_s)\sin\theta} + \frac{i}{2}\sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{ikql\sin\theta}\sum_{m=0}^{\infty} k_m(A_m - B_m)\times$$

$$\times\int_{-d/2}^{d/2}\cos\left(\frac{\pi m\eta_q}{d}-\frac{\pi m}{2}\right)H_0^{(1)}[k\,|\,l(s-q)+\eta_s-\eta_q\,|]\,d\eta_q =$$

$$= e^{iksl\sin\theta}\sum_{m=0}^{\infty}\cos\left(\frac{\pi m\eta_s}{d}-\frac{\pi m}{2}\right)(A_m + B_m). \qquad (6)$$

Таким образом, мы имеем два уравнения (4) и (6), необходимые для определения неизвестных коэффициентов. Умножим левые и правые части этих уравнений на $\cos(\pi n\eta_s/d - \pi n/2)$ и проинтегрируем в пределах $(-d/2,\ d/2)$. Поскольку

$$\int_{-d/2}^{+d/2}\cos\left(\frac{\pi m\eta}{d}-\frac{\pi m}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi n\eta}{d}-\frac{\pi m}{2}\right)d\eta = \begin{cases} 0 & m\neq n \\ d/\varepsilon_n & m = n, \end{cases}$$

где $\varepsilon_n = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 2 & n \neq 0 \end{cases}$, то в правых частях уравнений (4) и (6) все члены, кроме слагаемых с $m = n$, обратятся в нуль.

В результате мы получим следующую бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов A_n и B_n:

$$A_n e^{k_n h} + B_n e^{-k_n h} + i\varepsilon_n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{k_m}{k} (A_m e^{k_m h} - B_m e^{-k_m h}) Z_{mn} = 0,$$

$$A_n + B_n - i\varepsilon_n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{k_m}{k} (A_m - B_m) Z_{mn} = 2\varepsilon_n a_n(\sin\theta) \quad (n = 0, 1, \ldots, \infty) \tag{7}$$

Здесь введены обозначения

$$a_n(\sin\theta) = \frac{-i \sin\theta \left[e^{i\mu/2 \sin\theta} - (-1)^n e^{-i\mu/2 \sin\theta}\right]}{\mu \left[\sin^2\theta - (\pi n/\mu)^2\right]}, \tag{8}$$

причем при $\theta = 0$ $a_0 = 1$, $a_n = 0$ $(n > 0)$,

$$Z_{mn} = \sum_{r=-\infty}^{\infty} e^{i\delta r \sin\theta} Z_{mn}^{(r)}, \tag{9}$$

где

$$Z_{mn}^{(r)} = \frac{1}{2\mu} \int_0^{\mu} \int_0^{\mu} \cos\frac{\pi n u}{\mu} \cos\frac{\pi m v}{\mu} H_0^{(1)} |\delta r + v - u| \, du dv; \quad \mu = kd, \; \delta = kl.$$

Величина $Z_{mm}^{(0)}$ является сопротивлением излучения отверстия в бесконечном экране для формы колебаний с номером m, $Z_{mm}^{(0)}$ есть импеданц, характеризующий взаимодействие между формами колебаний с номерами m и n. $Z_{mn}^{(r)}$ — импеданц взаимодействия между формами колебаний m и n для отверстий, находящихся на расстоянии lr друг от друга. Суммарный импеданц Z_{mn} есть импеданц взаимодействия между формами колебаний m и n с учетом воздействия всех отверстий. Заметим, что Z_{mn} зависит от угла падения звука, так как фазы колебаний в отверстиях определяются фазой вынуждающей силы, т. е. фазой падающей звуковой волны.

Выражение (9) можно привести к более удобному для вычислений виду. Воспользуемся формулой суммирования Пуассона и преобразованием Фурье функции Ханкеля аналогично тому, как это было сделано нами ранее в работе [6]. В результате мы получим

$$Z_{mn} = \frac{\mu}{\delta} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \frac{a_m(\delta_r) \bar{a}_n(\delta_r)}{\sqrt{1 - \delta_r^2}}, \qquad \delta_r = \frac{2\pi r}{\delta} - \sin\theta. \tag{10}$$

Здесь $\bar{a}_m(\delta_r)$ означает, что в формуле (8) необходимо вместо $\sin\theta$ подставить δ_r; черта означает комплексно-сопряженную величину.

Непосредственно система уравнений (7) не может быть решена, поскольку ряды, составленные из коэффициентов, расходятся. Для приведения этой системы к удобному для расчетов виду введем подстановку

$$A_n = \frac{e^{-k_n h/2}}{\operatorname{sh} k_n h}\left(A_n' \operatorname{ch}\frac{k_n h}{2} + B_n' \operatorname{sh}\frac{k_n h}{2}\right),$$

$$B_n = \frac{e^{k_n h/2}}{\operatorname{sh} k_n h}\left(A_n' \operatorname{ch}\frac{k_n h}{2} - B_n' \operatorname{sh}\frac{k_n h}{2}\right) \tag{11}$$

Тогда система (7) может быть разбита на две независимые системы уравнений:

$$A_n' + i\varepsilon_n \operatorname{th}\frac{k_n h}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{k_m}{k} Z_{mn} A_m' = \varepsilon_n a_n (\sin\theta) \operatorname{th}\frac{k_n h}{2}, \qquad (12)$$

$$B_n' + i\varepsilon_n \operatorname{cth}\frac{k_n h}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{k_m}{k} Z_{mn} B_m' = -\varepsilon_n a_n (\sin\theta) \operatorname{cth}\frac{k_n h}{2} \qquad (13)$$

$$(n = 0, 1, \ldots, \infty)$$

Полученные выражения представляют собой бесконечные системы алгебраических уравнений типа

$$X_n + \sum_{m=0}^{\infty} C_{mn} X_m = b_n \quad (n = 0, 1, \ldots, \infty),$$

$$C_{mn} = \left.\begin{matrix} \operatorname{th} k_n h/2 \\ \operatorname{cth} k_n h/2 \end{matrix}\right\} i\varepsilon_n (k_m/k) Z_{mn}.$$

Проведем оценку матричных коэффициентов этой системы при $m, n \to \infty$.

Из выражения (8) видно, что при больших m и n $a_n \sim 1/n^2$ и $Z_{mn} \sim 1/n^2 m^2$. При этом $C_{mn} \underset{m,\, n\to\infty}{\sim} 1/mn^2$.

Таким образом, матричные коэффициенты систем уравнений удовлетворяют условию Коха $\sum\limits_{m,\, n} |C_{mn}|^2 < \infty$. Следовательно, полученные системы могут быть решены методом редукции или методом последовательных приближений [7, 8].

Таким образом, нами точно определено поле в плоскости $y = h$. Теперь в том или ином приближении можно определить звуковое поле в точке $M(x_1, y_1)$, считая коэффициенты разложения известными. Мы будем вычислять звуковое поле в удаленной точке (нулевой спектр прошедшей волны) при $y_1 \gg l$ и $y_1 \gg \lambda$. Возвратимся для этого к формуле (3) и подставим в нее выражение (2).

Положим $R \approx R_q + \eta_q \cos\alpha_q$, где α_q определяет направление на точку M, как показано на фиг. 1. После интегрирования мы получим

$$P^{(M)} = -\frac{id}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi k}}\, e^{-i\pi/4} \sum_{m=0}^{\infty} k_m \left(A_m e^{k_m h} - B_m e^{-k_m h}\right) \sum_{q=-\infty} \frac{e^{i\delta q \sin\theta + ikR_q}}{\sqrt{R_q}}\, a_m(\cos\alpha_q).$$

Для точки, лежащей на большом расстоянии от пластины, вычисление суммы по q, стоящей в последнем выражении, было проведено ранее в [6]. Эта сумма равна

$$\sqrt{2\pi/\delta l}\,[\bar{a}_m(\sin\theta)/\cos\theta]\, e^{ik(y_1 - h) + i\pi/4}.$$

Окончательно с учетом подстановки (11) получаем

$$P^{(M)} = \frac{-i\mu}{\delta\cos\theta} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{k_m}{k} (A_m' + B_m')\, \bar{a}_m(\sin\theta)\, e^{ik(y_1 - h)\cos\theta}.$$

Коэффициент прохождения звука B сквозь пластину со щелями определится в виде

$$B = \frac{P^{(M)}}{P_i^{(M)}} = \frac{-i\mu e^{-ikh\cos\theta}}{\delta\cos\theta} \sum_{m=0} \frac{k_m}{k} (A_m' + B_m')\, \bar{a}_m(\sin\theta).$$

Аналогичным образом можно определить коэффициент отражения звука

$$A = 1 + \frac{i\mu}{\delta \cos \theta} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{k_m}{k} (B_m' - A_m') \bar{a}_m(\sin \theta). \qquad (15)$$

Для частного случая $h = 0$ мы получаем следующие выражения:

$$B = \frac{-i\mu}{\delta \cos \theta} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{k_m}{k} C_m \bar{a}_m(\sin \theta), \quad A = 1 - B,$$

где C_m определяются из системы уравнений

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{k_m}{k} C_m Z_{mn} = i a_n \, (n = 0, 1, \ldots, \infty).$$

В частном случае $\mu = \delta$ формула (14) определяет коэффициент прохождения звука через решетку из параллельных полос.

При $\mu \ll 1$ можно считать, что в переносе звуковой энергии через отверстия играет роль в основном поршневая волна. Оставляя лишь нулевые члены в уравнениях, получаем

$$B = \frac{-4\mu e^{-ikh \cos \theta}}{\delta \cos \theta \left[e^{ikh} (1 - Z_{00})^2 - e^{-ikh} (1 + Z_{00})^2 \right]}, \qquad (16)$$

где $Z_{00} \approx (\mu / \delta) \cos \theta$. При $kh = n\pi$, т. е. при $h = n\lambda / 2$, из последнего выражения следует $|B| = 1$. Это соответствует явлению полного прохождения звука через полуволновую пластину. Если устремить h к нулю, то при $\mu_1 \delta \ll 1$ получим $B \approx 1$, т. е. при малых отверстиях и нулевой толщине экрана волна полностью проходит через экран при любом коэффициенте перфорации.

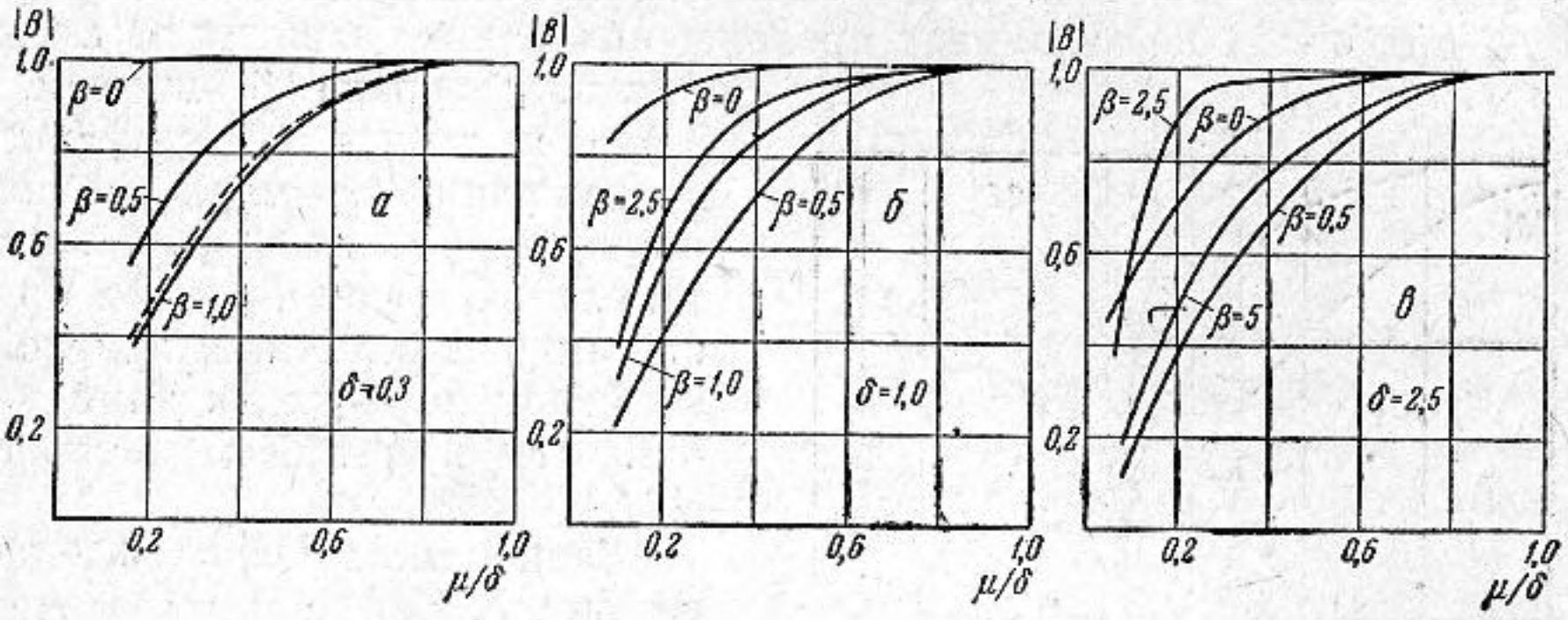
Из выражения (10) следует, что при $\delta_r = \pm 1$, т. е. при $\sin \theta_0 = \lambda / lr \pm 1$, импеданцы Z_{mn} обращаются в бесконечность, и коэффициент прохождения становится равным нулю. При $\theta = \theta_0$ разность хода падающей звуковой волны, приходящей к данному отверстию, и звуковых волн, излучаемых всеми отверстиями, составляет целое число длин волн [6]. Поэтому падающая волна и волны, излучаемые всеми отверстиями, приходят к данному отверстию в одной и той же фазе, что сильно увеличивает сопротивление излучения.

Решение бесконечных систем уравнений (12) и (13) целесообразнее всего производить методом последовательных приближений, взяв за нулевое приближение решение, которое получается, если положить $Z_{mn} = 0$ при $m \neq n$. Тогда в матрице коэффициентов систем (12), (13) остаются лишь диагональные члены $X_n^{(0)} = b_n / (1 + C_{nn})$. Подставляя это решение в бесконечную сумму, получим рекуррентное соотношение для любого приближения $\nu + 1$, а именно $X_n^{(\nu+1)} = b_n - \sum_{m=0}^{\infty} C_{mn} X_m^{(\nu)}$.

Последовательность решений $X_n^{(\nu)}$ по ν быстро сходится, так как основную роль в излучении звука играют импеданцы излучения Z_{nn}, и нулевое приближение сразу определяет главную часть решения. При $\theta = 0$ в выражении (14) остается лишь член $n = 0$. Бесконечный ряд (10) сходится при этом достаточно быстро (на 5—7-м члене), а в системах уравнений при любых δ можно ограничиться членами $n = 0, 2, 4$. При этом все вычисления практически можно провести вручную. При $\theta \neq 0$ вычисления возможны (за исключением случая $\delta < 1$, когда можно пользоваться формулой (16)) лишь при помощи электронной вычислительной техники.

Расчет коэффициента прохождения звука был выполнен А. Л. Бродской и С. В. Гуревич под руководством Л. А. Ладыженского на электронной счетной машине БЭСМ-2 Вычислительного центра Рижского государственного университета.

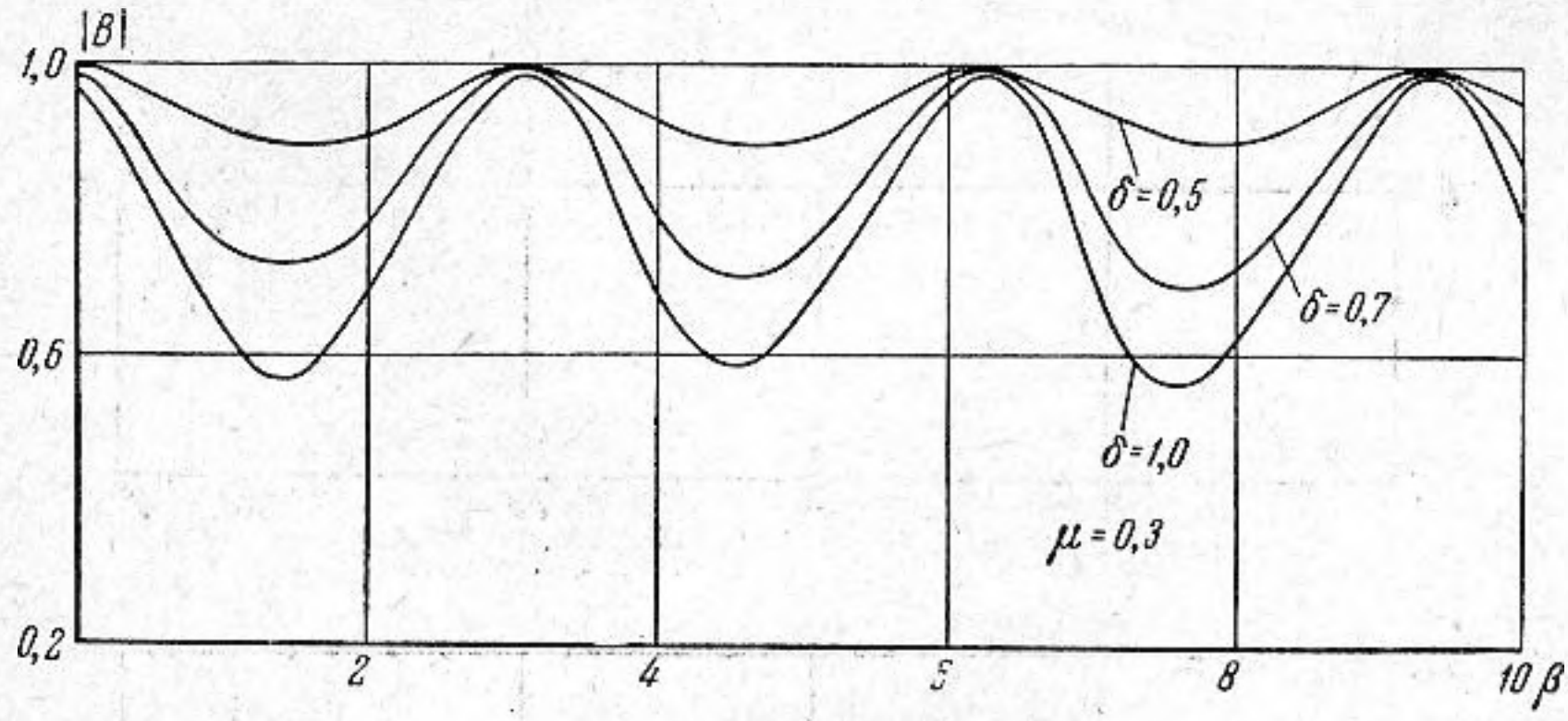
На фиг. 2, *а*, *б*, *в* приведены зависимости коэффициента прохождения звука при $\theta = 0$ от коэффициента перфорации μ / δ для случаев $kl = 0{,}3$;



Фиг. 2

1,0; 2,5. Параметром является волновая толщина экрана $\beta = kh$. Пунктиром на фиг. 2, *а* показан результат расчета по формуле (16). Сплошная линия — второе приближение. Третье приближение везде практически совпадает со вторым.

На фиг. 3 показаны кривые коэффициента прохождения звука в функции волновой толщины пластины β для случаев $\theta = 0$, $kd = 0{,}3$, $kh =$



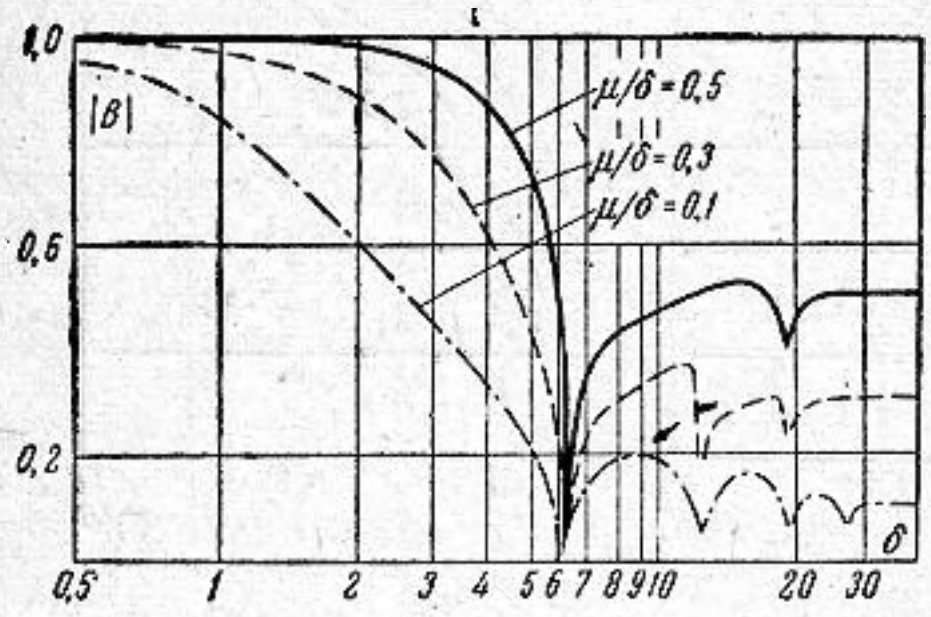
Фиг. 3

$= 0{,}5$; 0,7; 1,0. При $kh = \pi$, 2π ... в соответствии со сказанным выше, наблюдаются максимумы коэффициента прохождения звука. Чем меньше коэффициент перфорации, тем острее максимумы.

Интересна зависимость коэффициента прохождения звука от волнового размера периода решетки при постоянном коэффициенте перфорации, т. е. отношении d / l. Эти кривые приведены на фиг. 4. Отношение $\mu / \delta = d / l$ выбрано равным 0,5. Коэффициент прохождения звука увеличивается при уменьшении размеров отверстий. Действительно, при больших размерах отверстий справедлива геометрическая акустика, и коэффициент прохождения в этом случае равен коэффициенту перфорации. При уменьшении волновых размеров отверстий все бóльшую роль начинают играть дифракционные явления, и прохождение звука улучшается. Таким образом, при раздроблении большого отверстия на ряд малых коэффициент прохождения звука должен увеличиваться. Однако при раздроблении

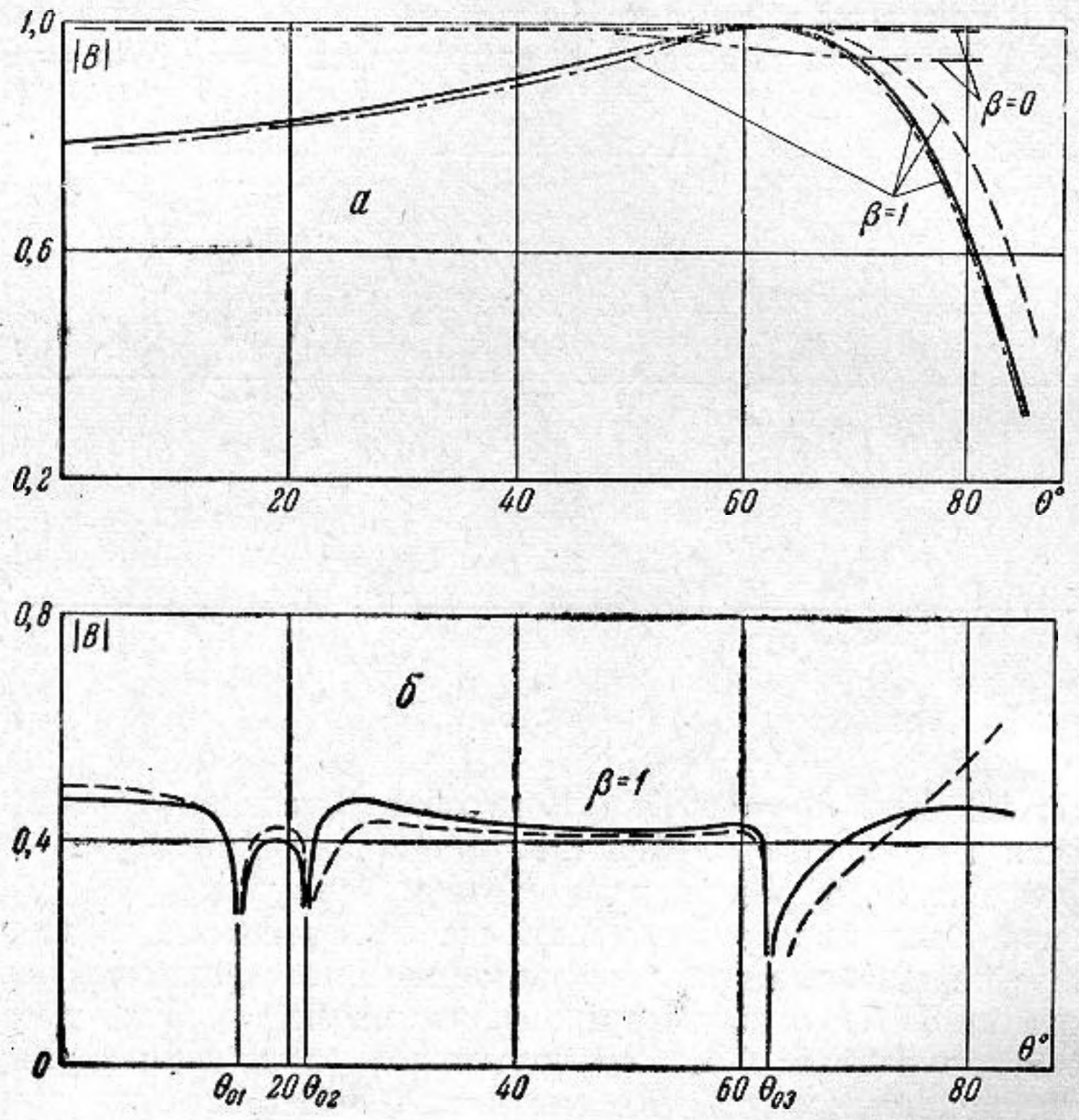
малого по сравнению с длиной волны отверстия на ряд еще более малых коэффициент прохождения остается постоянным. При малых δ волна не «замечает» отдельного отверстия и реагирует лишь на общее изменение коэффициента перфорации. Поэтому при малых отверстиях коэффициент прохождения звука не зависит от размеров отверстия. Провалы кривой являются следствием увеличения Z_{mn} при δ, кратном 2π.

Существенно отметить также следующее. Как видно из графиков фиг. 2, при $\delta < 1$ коэффициент прохождения сильно зависит от волновой толщины экрана β, причем при $\beta = 0$ и малых δ коэффициент прохождения почти не зависит от коэффициента перфорации и весьма близок к единице. При приближении β к величине, кратной 2π, коэффициент прохождения увеличивается при любом отношении d/l.



Фиг. 4

Зависимость $|B|$ от θ показана на фиг. 5. Все кривые рассчитаны для $d/l = 0{,}5$. На фиг. 5, *а* приведены графики для $\delta = 1$, на фиг. 5, *б* — для $\delta = 10$. Сплошные кривые отвечают точному расчету, пунктирные — нулевому приближению, штрих-пунктирные — расчету по формуле (16). При приближении θ к θ_0 (фиг. 5, *б*) коэффициент прохождения резко уменьшается.



Фиг. 5

При $h = 0$ можно сравнить расчеты по приведенным здесь формулам с результатами работы [2], в которой методом интегральных уравнений получено решение задачи о прохождении электромагнитной волны через плоскую решетку.

Приведенные в работе [2] результаты для E-поляризации эквивалентны в акустическом случае абсолютно мягкому экрану с граничным условием $P = 0$. Осуществим переход по формулам (53), (54) работы [2] к случаю H-поляризации, соответствующему абсолютно жесткому экрану ($\partial P / \partial n = 0$), рассматриваемому в настоящей работе. Для определения коэффициента прохождения звука в этом случае можно воспользоваться графиками работы [2], если заменить на оси ординат коэффициент отражения коэффициентом прохождения, а на оси абсцисс заменить коэффициент заполнения $1 - d/l$ коэффициентом перфорации d/l. Расчет по нашим формулам в частном случае плоской решетки приводит к значениям, совпадающим с графиками работы [2].

Приведенный здесь метод решения является, на наш взгляд, довольно общим. Действительно, вид уравнений (12) и (13) не зависит от формы отверстий и их расположения. При этом вся информация о геометрии отверстий заключена в выражениях для импеданцев излучения и взаимодействия Z_{mn}. Поэтому таким способом можно решать задачи о дифракции звука на любом числе отверстий в экране конечной толщины, при произвольной форме и произвольном расположении отверстий; необходимо только, чтобы было известно решение уравнения Гельмгольца $\nabla^2 P + k^2 P = 0$ в замкнутой области, ограниченной контуром отверстия, с заданными граничными условиями на контуре. Для областей, в которых переменные в уравнении Гельмгольца разделяются (для прямоугольника, круга и некоторых других форм областей), эти решения хорошо изучены.

В нашей задаче предполагалось, что условия на границе являются граничными условиями Неймана. Не представляет труда видоизменить решение для граничных условий Дирихле.

Можно также с некоторыми изменениями найти решение и более сложных практических задач, предположив, например, что с одной или двух сторон экрана щели закрыты пластинами, которые могут колебаться под действием падающей волны.

В заключение автор выражает признательность Л. А. Ладыженскому, А. Л. Бродской и С. В. Гуревич за программирование задачи и проведение расчетов на электронной вычислительной машине.

ЛИТЕРАТУРА

1. З. С. Аграновича, В. А. Марченко, В. П. Шестопалов. Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках. ЖТФ, 32, № 4, 381—394.
2. В. В. Малин. К теории ленточных решеток конечного периода. Радиотехника и электроника, 1963 г., № 2, 211—220.
3. I. W. Miles. The diffraction of a plane wave trough a grating. Quart. of Appl. Math. 1949, v. VII, № 1, 45—64.
4. С. А. Маслов, И. Е. Тарапов. «Дифракция электромагнитных волн на пространственно периодической решетке, составленной из брусьев прямоугольного поперечного сечения». Радиотехника и электроника, 1964, 9, № 1, 53—60.
5. Л. Н. Дерюгин. «Уравнения для коэффициентов отражения волн от периодически неровной поверхности». ДАН СССР, 1952, 87, 913.
6. Е. Л. Шендеров. Прохождение звуковой волны через тонкую пластину с промежуточными опорами. Акуст. ж., 1963, 9, № 3, 359—367.
7. Л. В. Канторович и В. И. Крылов. Приближенные методы высшего анализа. Физматгиз, 1962, М.—Л., 708 стр.
8. Л. В. Канторович. Функциональный анализ и прикладная математика. Усп. мат. наук, 1948, 3, № 6, 89—185.

Ленинград

Поступила в редакцию
8 сентября 1963 г.