АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XI 1965 Вып. 1

УДК 534.833.524.2

ОБ УЧЕТЕ МЕСТНОГО СМЯТИЯ ПРИ РАСЧЕТЕ ИЗОЛЯЦИИ УДАРНОГО ШУМА

В. И. Заборов, Л. П. Тюменцева

Исследуется влияние смятия в месте удара на величину звукоизоляции ограждения. Излагается приближенный способ расчета, основанный на задании и закона изменения во времени силы взаимодействия между молотком ударной машины и плитой. Получена простая формула снижения уровня ударного шума за счет местного смятия в зависимости от частоты колебаний и времени удара. Время удара определяется на основе теории местных деформаций Герца. Теоретические результаты удовлетворительно согласуются с измеренными величинами снижения уровня ударного шума за счет смятия в месте удара.

Влияние местного смятия при ударе по перекрытию на величину изоляции ударного шума в предположении линейной зависимости между силой и деформацией исследовалось Кремером [1]. Им получено выражение дополнительной звукоизоляции за счет местного смятия в зависимости от частоты собственных колебаний системы, составленной из массы падающего груза и некоторой местной жесткости, величина которой не определена.

Для более точного решения задачи необходимо учесть действительный характер местных деформаций, возникающий при соударении упругих тел. Согласно теории Герца величина местного смятия α связана со значением силы P зависимостью $\alpha = kP^{2/3}$, где k — коэффициент пропорциональности. Строго говоря, эта теория применима, если продолжительность удара значительно превосходит период наиболее медленных собственных колебаний соударяющихся тел или время прохождения упругих волн по соударяющимся телам в прямом и обратном направлениях.

Кильчевский [2] предложил некоторое расширение теории удара упругих тел. Оно основано на применении аналогии между статической задачей Герца и задачей Герца в области изображений. Использование квазистатических уравнений приводит к меньшей относительной ошибке при определении напряжений смятия, чем применение статической теории. Основное уравнение теории удара принимается в виде $\alpha^* = kP^{*2/3}$ где α^* и P^* — изображения смятия и силы.

Определим колебательное движение тонкой прямоугольной шарнирно опертой плиты под действием периодически следующих через каждые T *сек* ударов, возникающих при свободном падении на плиту молотков ударной машины. Полагая, что в плите возникают только изгибные колебания, уравнение движения можно представить в форме $D\nabla^4 w = -m_2 \partial^2 w / \partial t^2 + q$, где w — смещение, m_2 — масса единицы площади, D — цилиндрическая жесткость плиты при изгибе, q — нагрузка.

Полное колебательное смещение падающего молотка считая от начала удара будет $s = \alpha + w$. Уравнение движения центра инерции молотка массой m_1 имеет вид

$$m_1 d^2 s / dt^2 = -P. \tag{1}$$

Напишем начальные условия $(ds/dt)_{t=0} = \dot{w}_0$, $(s)_{t=0} = \dot{w}_0$ и применим к уравнениям движения интегральное преобразование. С учетом начальных условий получим

$$\frac{m_2}{D} p^2 w^* + \nabla^4 w^* = \frac{m_2}{D} (w_0 p^2 + \dot{w}_0 p) + \frac{q^*}{D}, \tag{2}$$

$$P^* = -m_1 p^2 (a^* + w^*) + m_1 p \dot{w}_0 + m_1 p^2 w_0. \tag{3}$$

Следуя работе [3], находим из уравнения (2) для случая сосредоточенной силы, действующей в центре плиты, следующее выражение для изображения смещения:

$$w^* = \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty} \left[\frac{16}{mn\pi^2} \frac{p^2 w_0 + p\dot{w}_0}{p^2 + \lambda_{mn}^2} + \frac{4P^* (-1)^{\frac{m+n}{2}-1}}{abm_2 (p^2 + \lambda_{mn}^2)} \right] \psi(x, y), \tag{4}$$

где $\lambda_{mn} = \sqrt{\frac{D}{m_2}} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]$ — частота собственных колебаний,

$\varphi(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$ — фундаментальная функция для плиты со сторонами a, b.

Используя далее соотношение между смятием и силой в области изображений, получим из выражений (3) — (4) уравнение для определения P^*:

$$z^3 - \frac{pk}{\dot{w}_0 + pw_0 - Ap} z - \frac{pu}{\dot{w}_0 + pw_0 - Ap} - \frac{1}{m_1 p (\dot{w}_0 + pw_0 - Ap)} = 0,$$

где

$$u = \frac{4}{abm_2} \sum_m \sum_n \frac{1}{p^2 + \lambda_{mn}^2}, \quad P^* = \frac{1}{z^3},$$

$$A = \sum_m \sum_n \frac{16(-1)^{\frac{m+n}{2}-1}}{mn\pi^2} \frac{p^2 w_0 + p\dot{w}_0}{p^2 + \lambda_{mn}}$$

Далее нужно определить функцию P. Чтобы найти ее чисто периодическую часть, значения w_0 и $\dot{w}_0$ нужно найти из того условия, что оригинал функции $F^* = P^* (1 - e^{-pT})$ должен тождественно обращаться в нуль при $t > T$. Получаемое при этом выражение для смещения содержит 74 члена, а выражение для среднего квадрата колебательной скорости плиты — 321 член. Даже после некоторых упрощений, допустимых при рассмотрении обычных ограждающих конструкций, такое решение использовать затруднительно. Ниже приводится приближенный способ решения рассматриваемой задачи.

Экспериментальные исследования одиночного удара молотка ударной машины по плите показали, что за время T молоток, как правило, успевает не только подскочить, но и сделать еще несколько ударов. Однако величины импульсов сил при повторных соударениях значительно меньше значения импульса силы при первом ударе, а время каждого из последующих ударов больше времени основного удара. Поэтому мы ограничимся в первом приближении учетом только первого удара. Закон изменения силы взаимодействия между плитой и молотком ударной машины за время $0 < t < T$ примем в виде

$$P = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ a_1 t (\tau - t) & \text{при } 0 < t < \tau \\ 0 & \text{при } \tau < t < T, \end{cases} \tag{5}$$

где a_1 — коэффициент пропорциональности, τ — время удара. Тогда

$$P \div P^* = \frac{F^*}{1-e^{-pT}} = a_1 \frac{\left(\frac{\tau}{p}-\frac{2}{p^2}\right)+\left(\frac{\tau}{p}+\frac{2}{p^2}\right)e^{-p\tau}}{1-e^{-pT}}.$$

Подставим это значение силы в уравнение (4) и найдем чисто периодические колебательные скорости смещения плиты:

$$\dot{w}_1 = \frac{4a_1}{abm_2}\sum_m\sum_n (-1)^{\frac{m+n}{2}-1}\times$$

$$\times\left[-\frac{1}{\lambda_{mn}^2\sin\frac{\lambda_{mn}T}{2}}\left(\frac{2}{\lambda_{mn}}\sin\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}-\tau\cos\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}\right)\times\right.$$

$$\times\sin\lambda_{mn}\left(t+\frac{T-\tau}{2}\right)+\frac{\tau}{\lambda_{mn}^2}-\frac{\tau}{\lambda_{mn}^2}\cos\lambda_{mn}t-$$

$$\left.-\frac{2t}{\lambda_{mn}^2}+\frac{2}{\lambda_{mn}^3}\sin\lambda_{mn}t\right]\psi(x,y) \qquad (6)$$

при $0<t<\tau$ и

$$\dot{w}_2 = -\frac{4a_1}{abm_2}\sum_m\sum_n (-1)^{\frac{m+n}{2}-1}\frac{1}{\lambda_{mn}^2\sin\frac{\lambda_{mn}T}{2}}\times$$

$$\times\left(\frac{2}{\lambda_{mn}}\sin\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}-\tau\cos\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}\right)\sin\lambda_{mn}\left(t-\frac{T+\tau}{2}\right)\psi(x,y)$$

при $\tau<t<T$.

Прямым сравнением можно показать, что при $\tau \ll T$ первый член в выражении среднего квадрата колебательной скорости за промежуток времени между ударами $\frac{1}{T}\int_0^T \dot{w}^2\,dt = \frac{1}{T}\left(\int_0^\tau \dot{w}_1^2\,dt+\int_\tau^T \dot{w}_2^2\,dt\right)$, пренебрежимо мал по сравнению со вторым. Введя коэффициент потерь путем замены λ_{mn} на $\lambda_{mn}\left(1+\frac{1}{2}i\eta\right)$, находим

$$|\dot{w}|_{\text{ср}}^2 = \frac{1}{abT}\int_0^a\int_0^b\int_\tau^T |\dot{w}_2|^2\,dx\,dy\,dt =$$

$$=\sum_m\sum_n \frac{4a_1^2\left[\frac{1}{\eta}\operatorname{sh}\frac{1}{2}\eta\lambda_{mn}(T-\tau)-\frac{1}{2}\sin\lambda_{mn}(T-\tau)\right]}{a^2b^2m_2^2\lambda_{mn}^5\left(\sin^2\frac{\lambda_{mn}T}{2}\operatorname{ch}^2\frac{1}{4}\eta\lambda_{mn}T+\cos^2\frac{\lambda_{mn}T}{2}\operatorname{sh}^2\frac{1}{4}\eta\lambda_{mn}T\right)}\times$$

$$\times\left[\frac{4}{\lambda_{mn}^2}\left(\sin^2\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}\operatorname{ch}^2\frac{1}{4}\eta\lambda_{mn}\tau+\cos^2\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}\operatorname{sh}^2\frac{1}{4}\eta\lambda_{mn}\tau\right)-\right.$$

$$-\frac{2\tau}{\lambda_{mn}}\left(\sin\lambda_{mn}\tau+\frac{1}{2}\eta\operatorname{sh}\frac{1}{2}\eta\lambda_{mn}\tau\right)+$$

$$\left.+\tau^2\cos^2\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}\operatorname{ch}^2\frac{1}{4}\eta\lambda_{mn}\tau+\sin^2\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}\operatorname{sh}^2\frac{1}{4}\eta\lambda_{mn}\tau\right)\Bigg].$$

Это выражение необходимо еще усреднить в пределах небольших изменений значений $\lambda_{mn}T$. В результате мы получаем

$$\dot{w}_{\text{ср}}^2 = \frac{32a_1^2}{a^2b^2m_2^2T\eta}\sum_m\sum_n\frac{\left(\sin\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}-\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}\cos\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{8}\eta\lambda_{mn}^2\tau^2\right)^2}{\lambda_{mn}^7}$$

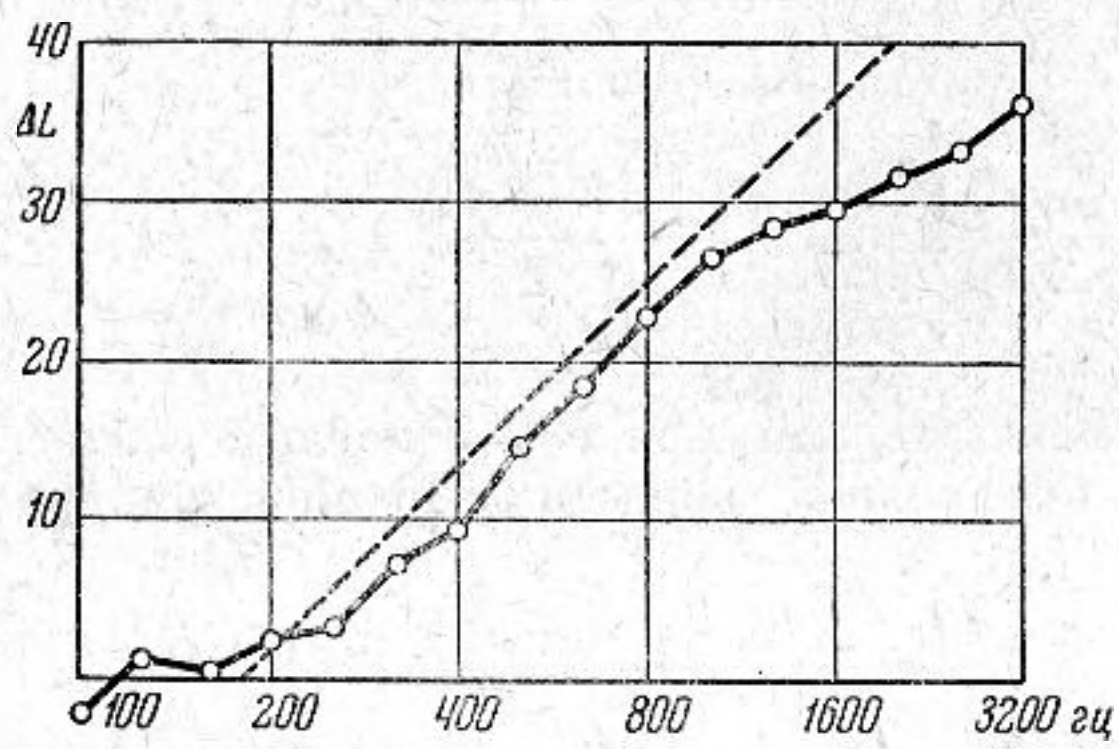
Далее, следуя работе [3], находим величину снижения уровня ударного шума за счет местного смятия при частоте λ_{mn}

$$\Delta L = 10\lg\left(\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}\right)^6 \Big/ 9\left[\left(\sin\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}-\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}\cos\frac{\lambda_{mn}\tau}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{8}\eta\lambda_{mn}^2\tau^2\right)^2\right].$$

При выводе данного выражения учтено, что в нашем случае импульс силы $I = a_1\tau^3/6$. Если $\lambda_{mn}\tau > 5{,}5$, то, полагая для плиты допустимым колебания со всеми частотами f, мы приходим к весьма простой формуле, по внешнему виду совпадающей с формулой Кремера,

$$\Delta L = 40\lg f/f_0, \tag{7}$$

где $f_0 = 0{,}465/\tau$ — частота, с которой начинает проявляться влияние местного смятия. Заметим, что формула (7) справедлива и для случая плиты с мягким покрытием (ковер, линолеум, релин и т. д.), если длина продольной волны в упругом слое значительно больше его толщины. На высоких частотах, вследствие возникновения в слое резонансных колебаний, следует ожидать ослабления роста ΔL. Отсюда следует, что решающее значение для повышения изоляции ударного шума при использовании упругого покрытия, имеет увеличение времени удара.



Время удара может быть определено из решения системы двух уравнений: уравнения количества движения $m_1v = \int_0^{\tau/2} P\,dt$ для промежутка времени от начала удара до момента наибольшего сжатия и уравнения (1). Задав силу в форме (5), найдем значение a_1, по методу Галеркина [4]. При вычислении a_1 можно ограничиться одним членом ряда (6). Составим выражение:

$$\int_0^{\tau}\left(m_1\frac{d^2s}{dt^2}+P\right)t(\tau-t)\,dt = 0.$$

Полагая $\alpha = kP^{2/3}$, находим

$$a_1 = \frac{1117k^3m_1^3}{\tau^8[1+25{,}4m_1/abm_2+232(m_1/abm_2)^2+780(m_1/abm_2)^3]},$$

а затем

$$\tau = \left\{\frac{93k^3m_1^2}{v[1+25{,}4m_1/abm_2+232(m_1/abm_2)^2+780(m_1/abm_2)^3]}\right\}^{1/5}$$

Здесь $k = \left[\frac{9}{16R}\left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1}+\frac{1-\mu_2^2}{E_2}\right)^2\right]^{1/3}$, R — радиус кривизны нижней поверхности молотка, E_1 и E_2 — модули упругости, μ_1 и μ_2 — коэффициенты Пуассона плиты и молотка, v — скорость молотка в момент соприкосновения с плитой. Поскольку для реальных перекрытий $m_1 \ll abm_2$, то приближенно $a_1 = 1117\, k^3 m_1^3 / \tau^8$, $\tau = 2{,}48\ (k^3 m_1^2 / v)^{1/5}$. При точном решении задачи об ударе шара по плоской поверхности [5] $\tau = 3{,}23\ (k^3 m_1^2 / v)^{1/5}$.

Таким образом, время удара молотка ударной машины практически не зависит от размеров перекрытия. Поэтому величина τ может определяться на любом достаточно массивном элементе с плоской поверхностью, выполненном из того же материала, что и перекрытие.

Поскольку согласно измерениям время удара зависит от качества поверхности плиты, то, следовательно, на высоких частотах возможны расхождения в результатах измерений изоляции ударного шума железобетонных плит одного типа, но изготовленных различными способами.

На фигуре приведены измеренные [6] и вычисленные (пунктирная прямая) по формуле (7) значения снижения уровня ударного шума для рулонного пола из трехслойного релина. Измеренная величина $\tau = 2{,}55$ *мсек*.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. u L. Cremer. Theorie der Entstehung des Klopfschalls. Frequens, 1948, 2, 61—84.
2. Н. А. Кильчевский. Теория соударений твердых тел. М.— Л., ГТТИ, 1949.
3. В. И. Заборов. Теория звукоизоляции ограждающих конструкций. М., Госстройиздат, 1962.
4. Л. В. Канторович и В. И. Крылов. Приближенные методы высшего анализа. М.— Л., ГТТИ, 1952.
5. А. Н. Динник. Избранные труды, т. 1. Киев, Изд-во АН УССР, 1952.
6. В. Н. Никольский, В. И. Заборов. Звукоизоляция крупнопанельных зданий. М., Стройиздат, 1964.

Уральский государственный н.-и. институт
сборных железобетонных изделий и конструкций
Челябинск

Поступила в редакцию
11 марта 1964 г.