Для толуола (фиг. 6): *1* — 0,8669, *2* — 0,8293, *3* — 0,7900, *4* — 0,7645, *5* — 0,7436.

Таким образом, при увеличении температуры поглощение ультразвука при постоянной плотности уменьшается. Интересно, что чем меньше плотность жидкости, тем интенсивнее уменьшение поглощения при увеличении температуры. Поведение скорости и поглощения ультразвука в *н*-гексане и циклогексане качественно такое же. Согласно полученным экспериментальным данным, скорость ультразвука при постоянной плотности жидкости пропорциональна $\sqrt{T}$. Поглощение до температур кипения жидкостей достаточно хорошо описывается функцией вида $A / T$. Выше этих температур зависимость поглощения от температуры более значительная. Ошибки при измерениях скорости ультразвука в наших опытах были не более 1%, поглощения — не более 6%.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Ю. В. Козлов, В. Ф. Яковлев. Ультразвуковая установка для определения скорости распространения и коэффициента поглощения ультразвуковых волн и сдвиговой вязкости при постоянной плотности вещества. Ультразвук. техника, 1966, 2, 64—68.
2. Б. И. Кальянов. Температурная зависимость скорости и поглощения ультразвука в этилацетате. Сб. «Примен. ультраакуст. к исслед. вещества», 1960, 10, 305—311.
3. М. Г. Ширкевич. Скорость и поглощение ультразвука в метиловом спирте. Сб. «Применен. ультраакуст. к исслед. вещества», 1960, 11, 219—223.



Московский областной педагогический институт им. Н. К. Крупской



Поступило в редакцию 6 апреля 1966 г.


---


УДК 534.231. 22


# ОБ УСРЕДНЕННОМ ЗАКОНЕ СПАДАНИЯ В ПРИПОВЕРХНОСТНОМ ЗВУКОВОМ КАНАЛЕ С НЕРОВНОЙ ГРАНИЦЕЙ


*Ю. П. Лысанов*


Усредненный закон спадания интенсивности звука с расстоянием в подводном звуковом канале на больших расстояниях описывается формулой Бреховских [1]:

$$I(r) = \frac{Wc_1^2}{2\pi c_0^2 r} \int\limits_{\chi_{0\,\min}}^{\chi_{0\,\max}} \frac{\sin 2\chi_0 e^{-2\beta(\chi_0)r}}{\sin\chi \cdot \sin\chi_1 D(\chi_0)} d\chi_0, \qquad (1)$$

где $\chi_0$, $\chi_1$, $\chi$ — углы скольжения луча соответственно на уровне оси канала, на глубине расположения излучателя $z_1$ и приемника $z$; $c_0$, $c_1$ — скорость звука на оси канала и на глубине расположения излучателя. Нижний предел интегрирования $\chi_{0\,\min}$ представляет собой минимальный угол скольжения, при котором звуковой луч попадает на горизонт как излучения, так и приема; верхний предел $\chi_{0\,\max}$ — максимальный угол скольжения, при котором луч еще удерживается в канале. Далее, величина $D(\chi_0)$ есть длина цикла луча, пересекающего ось канала под углом $\chi_0$, $W$ — излучаемая мощность, $\beta(\chi_0)$ — коэффициент затухания.

Формула (1) была детально проанализирована для ряда случаев, когда коэффициент затухания $\beta$ можно считать не зависящим от угла $\chi_0$ [2]. Это позволяет вынести экспоненциальный множитель в формуле (1) за знак интеграла. На основе формулы (1) может быть получен закон спадания интенсивности регулярной части звукового поля в приповерхностном звуковом канале с неровной границей. Рассеяние звука на неровной границе приводит к затуханию регулярного поля и к возникновению флюктуационного поля, которое в свою очередь может затухать из-за возможной утечки звуковой энергии из приповерхностного канала. Однако вопрос о флюктуационном поле здесь не рассматривается.

Первый шаг в решении рассматриваемой задачи состоит в нахождении явного вида функции $\beta(\chi_0)$. Обозначим интенсивность в падающем и отраженном (при однократном отражении) лучах через $I(\chi_0)$ и $I'(\chi_0)$ соответственно. Тогда имеем соотношение $\frac{I'(\chi_0)}{I(\chi_0)} = |V(\chi_0)|^2$, где $V(\chi_0)$ — коэффициент отражения (по давлению) в зеркальном направлении.

Относительное уменьшение интенсивности звука на горизонтальном расстоянии между двумя последовательными отражениями от поверхности (т. е. на длине цикла луча) вследствие рассеяния будет

$$\frac{\Delta I(\chi_0)}{I(\chi_0)} = -[1 - |V(\chi_0)|^2],$$

где $\Delta I(\chi_0) \equiv I'(\chi_0) - I(\chi_0)$. Относительное изменение интенсивности звука при изменении горизонтального расстояния на $dr$ выразится так:

$$\frac{dI(\chi_0)}{I(\chi_0)} = -\frac{[1 - |V(\chi_0)|^2]}{D(\chi_0)}\, dr.$$

Интегрируя последнее равенство в пределах от 0 до $r$, получаем

$$I(r; \chi_0) = I(0; \chi_0)\, e^{-\frac{[1-|V(\chi_0)|^2]}{D(\chi_0)} r}$$

и, следовательно,

$$2\beta(\chi_0) = \frac{[1 - |V(\chi_0)|^2]}{D(\chi_0)}. \tag{2}$$

Рассмотрим случай, когда приповерхностный канал образован линейным возрастанием скорости звука от поверхности до глубины $h$; ниже этой глубины скорость звука остается либо постоянной, либо убывает с глубиной. Дно предполагается абсолютно поглощающим, поэтому луч, проникший в область $z > h$, в приповерхностный канал уже не возвращается.

Тогда

$$D(\chi_0) = \frac{2\,\mathrm{tg}\,\chi_0}{a} \qquad (z < h), \tag{3}$$

где $a$ — относительный градиент скорости звука. Подстановка выражения (3) в (2) дает

$$2\beta(\chi_0) = \frac{a[1 - |V(\chi_0)|^2]}{2\,\mathrm{tg}\,\chi_0}. \tag{4}$$

Выражение для коэффициента затухания $\beta$ будет различным в зависимости от характера неровностей. Для достаточно пологой поверхности, неровности которой распределены по нормальному закону, в приближении Кирхгофа [3] имеем

$$V(\chi_0) = -e^{-2(k\zeta_0 \sin \chi_0)^2}, \tag{5}$$

где $\zeta_0^2$ — среднеквадратичное значение высоты неровностей, $k$ — волновое число звука.

Ограничимся рассмотрением случая, когда $(k\zeta_0 \sin \chi_0)^2 \ll 1$, так как только при этом условии возможно распространение звука на достаточно большие расстояния. Тогда

$$2\beta(\chi_0) \simeq a(k\zeta_0)^2 \sin 2\chi_0. \tag{6}$$

Подставляя выражение (6) в (1) и считая углы скольжения $\chi_0$ малыми, получаем

$$I(r) = \frac{aWc_1^2}{2\pi c_0^2 r} \int\limits_{\sqrt{2az_{\max}}}^{\sqrt{2ah}} \frac{e^{-2ar(k\zeta_0)^2\chi_0}}{\sqrt{\chi_0^2 - 2az_1}\,\sqrt{\chi_0^2 - 2az}}\, d\chi_0, \tag{7}$$

где $z_{\max} = z_1$ при $z_1 > z$ и $z_{\max} = z$ при $z > z_1$. Для определенности будем предполагать, что $z_1 > z$.

Значение интеграла (7) существенно зависит от соотношения между различными параметрами задачи: $\gamma = 2(k\zeta_0)^2 ar$, $\alpha = \sqrt{2az_{\max}}$, $s = \sqrt{2ah}$, $\sigma = \sqrt{2az_{\min}}$.

1) Пусть $2\alpha\gamma \gg 1$, $\gamma(s - \alpha) \gg 1$. Тогда

$$I(r) = \frac{aWc_1^2}{2\pi c_0^2 r}\, \frac{e^{-\gamma\alpha}}{2\alpha} \left\{ e^{\frac{\gamma(\alpha^2-\sigma^2)}{4\alpha}} K_0\left[\frac{\gamma(\alpha^2 - \sigma^2)}{4\alpha}\right] + O\left(\frac{1}{4\alpha\gamma} + \frac{e^{-\gamma(s-\alpha)}}{\gamma\sqrt{s^2 - \alpha^2}\,\sqrt{s^2 - \sigma^2}}\right)\right\} \tag{8}$$

где $K_0$ — функция Ганкеля нулевого порядка от мнимого аргумента.

На расстояниях, удовлетворяющих дополнительному условию $\gamma(\alpha^2-\sigma^2)/4\alpha \geqslant 1$, функцию $K_0$ можно заменить первым членом ее асимптотического разложения, в результате чего получаем

$$I(r) \sim \frac{aWc_1^2}{2\pi c_0^2 r}\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha\gamma(\alpha^2-\sigma^2)}}\, e^{-\gamma\alpha}. \tag{9}$$

2) Пусть $2\alpha\gamma \gg 1$, $\dfrac{\gamma(\alpha^2-\sigma^2)}{4\alpha} \gg 1$. Тогда

$$I(r) = \frac{aWc_1^2}{2\pi c_0^2 r}\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha\gamma(\alpha^2-\sigma^2)}}\, e^{-\gamma\alpha}\Phi(\sqrt{\gamma(s-\alpha)})\left[1+O\left(\frac{1}{8\alpha\gamma}+\frac{\alpha}{\gamma(\alpha^2-\sigma^2)}\right)\right]$$

$$\Phi(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^u e^{-t^2}\,dt,$$

где $\Phi(u)$ — интеграл вероятности. $\Phi(\sqrt{\gamma(s-\alpha)}) \sim 1$ при $\gamma(s-\alpha) \gg 1$ и мы снова получаем формулу (9).

Таким образом, на достаточно больших расстояниях экспоненциальное спадание полной интенсивности происходит с тем же коэффициентом затухания, что и интенсивности, соответствующей лучу с минимальным углом скольжения, а степенное спадание соответствует закону $1/r^{3/2}$.

Рассмотрим случай, когда нормированная функция корреляции неровностей задана в виде

$$N(u) = e^{-(u/u_0)^2}\cos qu.$$

Предположим, что выполняются условия $q/k \ll 1$, $qu_0 \gg 1$ ($u_0$ — пространственный радиус корреляции неровностей, $q$ — волновое число квазипериодических неровностей), означающие, что длина звуковой волны мала по сравнению с периодом неровностей, который в свою очередь мал по сравнению с пространственным радиусом корреляции неровностей.

Предположив, что $(k\zeta_0 \sin\chi_0)^2 \ll 1$, легко получить следующее выражение для коэффициента отражения:

$$V(\chi_0) = -1 + \frac{(k\zeta_0)^2}{2}\sin\chi_0\left[\sqrt{1-(\cos\chi_0+q/k)^2}+\sqrt{1-(\cos\chi_0-q/k)^2}\right],$$

которое при малых углах скольжения принимает вид $V(\chi_0) =$
$= -1 + \dfrac{(k\zeta_0)^2}{2}\sqrt{2q/k}(1+i)\chi_0.$

Тогда из формулы (4) следует, что $2\beta = a\sqrt{2q/k}\,(k\zeta_0)^2$ не зависит от угла скольжения. Следовательно, величину $e^{-2\beta r}$ в выражении (1) можно вынести за знак интеграла. После интегрирования получаем

$$I(r) = \frac{aWc_1^2}{2\pi c_0^2 r}\, e^{-\sqrt{2q/k}(k\zeta_0)^2 ar}\,\frac{F(\mu, t)}{\sqrt{2az_{\max}}}$$

где $F(\mu, t)$ — эллиптический интеграл 1-го рода;

$$t = \sqrt{\frac{z_{\min}}{z_{\max}}}, \qquad \mu = \arcsin\sqrt{\frac{h-z_{\max}}{h-z_{\min}}}$$

В данном случае коэффициент затухания пропорционален частоте звука в степени $^3/_2$, что соответствует известному эмпирическому закону [4].

## ЛИТЕРАТУРА


1. Л. М. Бреховских. Об одном предельном законе распространения волн в природных волноводах. Акуст. ж., 1964, 10, 1, 114—116.
2. Л. М. Бреховских. Усредненное поле в подводном звуковом канале. Акуст. ж., 1965, 11, 2, 148—159.
3. М. А. Исакович. Рассеяние волн от статистически-шероховатой поверхности. Ж. экспер. и теор. физ., 1952, 23, 3, 305—314.
4. M. T. Sheehy, R. Halley. Measurement of the attenuation of low-frequency underwater sound. J. Acoust. Soc. America, 1957, 29, 4, 464—469.



Акустический институт АН СССР
Москва



Поступило в редакцию
28 октября 1965 г.