

Отметим также, что электропроводность жидкого селена, согласно работам [9, 10], имеет полупроводниковую температурную зависимость, т. е. увеличивается с ростом температуры. По-видимому, отсутствие корреляции между электрическими и акустическими свойствами в жидком селене, также как и в сере, связано с непригодностью в этом случае модели почти свободных электронов.

В заключение подчеркнем, что, несмотря на наличие цепочечных молекул, для селена особых точек, подобных наблюдаемым для серы, при измерениях вязкости и электропроводности обнаружено не было, хотя отдельные авторы (см. библиографию в работе [9]) высказывают гипотезы о присутствии в селене не только низкомолекулярных колец, но и высокомолекулярных с числом звеньев 100—1000.

На кривой температурной зависимости скорости звука в селене особые точки также отчетливо не видны, хотя в области 425°С отмечается некоторое выпадение точек, повторяющееся при многих измерениях. Однако в этой области температур, довольно близкой к кипению, форма ультразвукового импульса сильно искажается, что приводит к увеличению ошибок измерений. Поэтому для выяснения этого вопроса необходимы дальнейшие исследования жидкого селена и, в частности, измерения поглощения в нем звука.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Б. Гитис, И. Г. Михайлов. Скорость звука и сжимаемость некоторых жидких металлов. Акуст. ж., 1965, 11, 4, 434—438.
2. М. Б. Гитис, И. Г. Михайлов. О связи скорости звука и электропроводности в жидких металлах. Акуст. ж., 1966, 12, 1, 17—21.
3. Б. Ф. Ормонт. Структура неорганических веществ. М., ГИТТЛ, 1950.
4. R. F. Vason, R. Fanell. The viscosity of sulfur. J. Am. Chem. Soc., 1943, 65, 4, 639—648.
5. F. Fécher, H. D. Lutz. Beiträge zur chemie des Schwefels, 70. Die elektrische Leitfähigkeit der flüssigem Schwefels. Z. anorgan. und allgem. Chem., 1964, 333, 4/6, 216—225.
6. В. В. Байдов, М. Б. Гитис, В. В. Дымов, Л. Л. Кунин, И. Г. Михайлов. Установка для измерения скорости звука в жидких металлах. Ультразв. техн., 1965, 2, 17—21.
7. W. Kowalski, Geschwindigkeit der Ultraschallausbreitung in flüssigem Schwefel. Z. Phys. Chem., 1962, 220, 5/6, 309—310.
8. O. J. Kleppa. Ultrasonic velocities of sound at 12 megacycles in liquid sulfur. J. Chem. Phys., 1950, 18, 1303.
9. В. И. Блум, А. Р. Регель. Исследование электропроводности и вязкости в расплавах Se — Te. Ж. техн. физ., 1953, 23, 6, 963—974.
10. Н. Г. Мокровский, А. Р. Регель. Некоторые особенности температурной зависимости плотности и электропроводности жидких расплавов Te — Se. Ж. техн. физ., 1955, 25, 12, 2093—2095.

Ленинградский государственный
университет

Поступило в редакцию
29 января 1966 г.

УДК 534—16:621.375

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ УСИЛЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

Е. А. Заболотская, С. И. Солуни

Известно, что среда, состоящая из воды с пузырьками воздуха, обладает дисперсией и нелинейностью. Рассмотрим условия, при которых возможно параметрическое усиление звуковых волн, распространяющихся в воде с равномерно распределенными пузырьками.

Полная система уравнений, описывающая распространение волн в такой среде, состоит из уравнений гидродинамики и уравнения движения одиночного пузыря:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho w) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2)$$

$$p_0 V_0^\gamma V^{-\gamma} - \sigma \left[2V^{-1/3} \frac{d^2 V}{dt^2} + \frac{1}{3} V^{-4/3} \left(\frac{dV}{dt} \right)^2 \right] = p. \quad (3)$$

Здесь ρ — плотность смеси, w — скорость среды, p — давление, V — объем пузыря, $\sigma = \frac{3}{4\pi} \frac{\sigma_0}{8\pi/3}$, ρ_0 — плотность воды.

Считая колебания пузыря малыми, запишем формулу (3) в виде

$$p' = -\kappa V' + \alpha V'^2 - \varepsilon \frac{d^2 V'}{dt^2}, \quad (4)$$

где p' и V' — отклонение p и V от равновесных значений, $\kappa = \gamma p_0 / V_0$, $\alpha = \gamma(\gamma + 1)p_0 / 2V_0^2$; $\varepsilon = 2\sigma / V_0^{1/3}$. Расчет показал, что нелинейность, обусловленная наличием пузырьков воздуха, в 10^3 — 10^4 раз больше, чем нелинейность гидродинамического характера. Поэтому уравнения (1) и (2) в данном случае можно считать линейными. Плотность смеси ρ выражается через концентрацию пузырьков n и сжимаемость воды β следующим образом:

$$1/\rho = (1/\rho_0)(1 + nV' - \beta p'). \quad (5)$$

Из уравнений (1) и (2) при учете выражения (5) следует

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \rho_0 n \frac{\partial^2 V'}{\partial t^2}. \quad (6)$$

Рассмотрим дисперсионные свойства среды. Считая $p' \sim e^{j\omega t}$ и $V' \sim e^{j\omega t}$ и опуская временно нелинейный член уравнения (4), мы получим из формул (4) и (6) выражение:

$$\frac{1}{c^2} = \frac{1}{c_0^2} + \rho_0 n / \kappa (1 - \omega^2 / \omega_0^2), \quad (7)$$

где $\omega_0^2 = \kappa / \varepsilon$ — собственная частота пузырька. Дисперсионная кривая среды показана на фигуре.

Возбуждая волну накачки на двойной частоте сигнала ($\omega_n = 2\omega$) и приняв $\omega_0 \approx 3\omega$, можно добиться эффективного взаимодействия только двух волн: волны сигнала и волны накачки. Волна же с частотой 3ω должна сильно отличаться от них по скорости.

Наряду с резонансными пузырьками ($\omega_0 \approx 3\omega$) в среде будут присутствовать пузырьки меньших размеров с более высокой собственной частотой [1]. Поэтому расстройки по скоростям, вносимые этими пузырьками, малы (фиг.). В то же время наличие этих пузырьков в воде существенно влияет на нелинейные свойства среды. Учетом наличие различных пузырьков непосредственно в уравнениях (4) и (6)*.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \rho_0 \left(n_1 \frac{\partial^2 V_1}{\partial t^2} + n_2 \frac{\partial^2 V_2}{\partial t^2} \right), \quad (8)$$

$$p = -\kappa_1 V_1 + \alpha_1 V_1^2, \quad (9)$$

$$p = -\kappa_2 V_2 - \varepsilon_2 \frac{d^2 V_2}{dt^2}. \quad (10)$$

Индексы 1 относятся к нерезонансным пузырькам; 2 — к резонансным, причем $\omega_{20}^2 = \kappa_2 / \varepsilon_2$, $\omega_{20} \approx 3\omega$, $\omega_{10} \gg \omega_{20}$. Отметим также, что проведенные оценки нелинейных и дисперсионных свойств резонансных пузырьков показали, что дисперсионные эффекты выражены сильнее; поэтому в уравнении (10) отсутствует нелинейный член.

Решение уравнений (8), (9) и (10) будем искать в виде трех волн: волны сигнала, волны накачки и волны суммарной частоты. Комплексные амплитуды этих волн являются медленно меняющимися функциями x . Напишем укороченные уравнения:

$$\frac{dp_1}{dx} = -j\Delta_1 p_1 + j\nu(p_1^* p_2 + p_3 p_2^*), \quad (11)$$

$$\frac{dp_2}{dx} = -j\Delta_2 p_2, \quad (12)$$

$$\frac{dp_3}{dx} = -j\Delta_3 p_3 + 3j\nu p_1 p_2, \quad (13)$$

где p_1 , p_2 , p_3 — комплексные амплитуды волн сигнала, накачки и суммарной волны, соответственно,

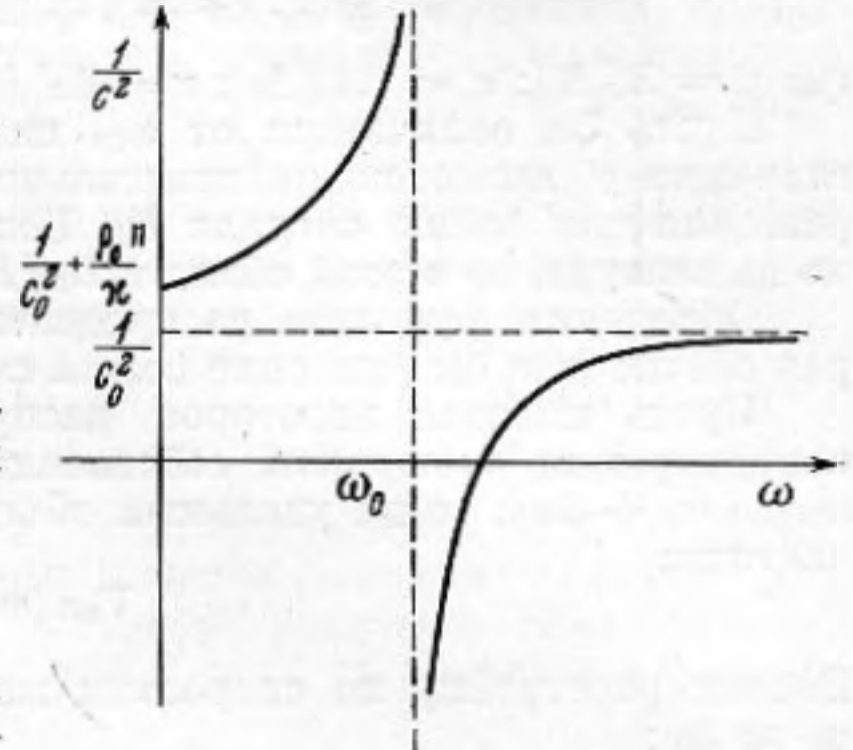
$$\Delta_1 = \frac{\rho_0 n_2 c^0 \omega}{2\kappa_2 (1 - \omega^2 / \omega_{20}^2)}; \quad \Delta_2 = \frac{\rho_0 n_2 c^0 \omega}{\kappa_2 (1 - 4\omega^2 / \omega_{20}^2)}; \quad \Delta_3 = \frac{3\rho_0 n_2 c^0 \omega}{2\kappa_2 (1 - 9\omega^2 / \omega_{20}^2)}, \quad (14)$$

$$\nu = \rho_0 n_1 c^0 \omega \alpha_1 / 2\kappa_1^3; \quad 1/c^0 = 1/c_0 + \rho_0 n_2 c_0 / 2\kappa_2.$$

Написав решение уравнений (11), (12) и (13) в виде

$$p_1 = B_1(x) e^{-j\Delta_1 x/2}; \quad p_2 = A e^{-j\Delta_2 x}; \quad p_3 = B_3(x) e^{-j3\Delta_2 x/2}, \quad (15)$$

* В дальнейшем избыточное давление и избыточный объем мы будем обозначать без штриха.



мы получим уравнения для B_1 и B_3 :

$$\frac{dB_1}{dx} = -j\Delta_1' B_1 + j\nu A (B_1^* + B_3); \quad \frac{dB_3}{dx} = -j\Delta_3' B_3 + 3j\nu A B_1, \quad (16)$$

$$\text{где } \Delta_1' = \Delta_1 - \Delta_2/2; \quad \Delta_3' = \Delta_3 - 3\Delta_2/2. \quad (17)$$

Представляя решение уравнений (16) в виде

$$B_1 = C e^{\lambda x} + D e^{\lambda^* x}; \quad B_3 = G e^{\lambda x} + H e^{\lambda^* x}, \quad (18)$$

мы приходим к характеристическому уравнению

$$y^4 + (r^2 + 1 + 5x^2)y^2 + 9x^4 - 6rx^2 - x^2 + r^2 = 0, \quad (19)$$

где $y = \lambda / \Delta_3'$; $x = \nu A / \Delta_3'$; $r = \Delta_1' / \Delta_3'$.

Пусть 3ω отличается от ω_{20} на 10%, тогда $\Delta_3' / \Delta_1' = 30$. При $0,03 < x < 0,365$ величина y является действительной и, следовательно, существуют нарастающие решения для волны сигнала B_1 . Волна суммарной частоты B_3 также увеличивается по амплитуде, но в этой области $B_3 / B_1 \sim 10^{-1}$.

Определим функцию распределения резонансных пузырьков по размерам, которая обеспечила бы усиление волны сигнала.

Пусть имеется некоторое распределение пузырьков по частотам $n(\omega_0) d\omega_0$ — концентрация пузырьков, собственные частоты которых изменяются в пределах от ω_0 до $\omega_0 + d\omega_0$; тогда удельный объем, занимаемый пузырьками, является функцией частоты:

$$V_0 n(\omega_0) d\omega_0 = f(\omega_0) d\omega_0. \quad (20)$$

Введем расстройку по скоростям между волнами аналогично формуле (14), считая $\omega_0 \approx 3\omega$:

$$\Delta_1 = \frac{9\rho_0 c^0 \omega \beta \Phi}{16}; \quad \Delta_2 = \frac{9\rho_0 c^0 \omega \beta \Phi}{5}; \quad \Delta_3 = \frac{3\rho_0 c^0 \omega \beta \Phi}{4} \frac{1}{1 - 3\omega/\omega_0}. \quad (21)$$

Здесь β — сжимаемость воздуха, $\Phi = \int f(\omega_0) d\omega_0$ — полный объем, занимаемый пу-

зырьками, черта означает, что берется величина средняя по распределению. Из выражения (21) можно найти Δ_1' и Δ_3' согласно формуле (17). При $\Delta_3' / \Delta_1' = 30$ имеет место усиление волны сигнала. Чтобы обеспечить $\Delta_3' / \Delta_1' = 30$, распределение пузырьков по частотам (по размерам) должно быть таким, чтобы $\Delta\omega / \omega_0 \approx 0,1$.

Относительно затухания волн в среде с пузырьками известно, что основной вклад в затухание вносят резонансные пузыри. В нашем случае это приведет к интенсивному поглощению волны 3ω . Поглощение звука пузырьками нерезонансных размеров составляет обычно менее 5% от поглощения при резонансе [1].

Проведем численные оценки возможного усиления волны, распространяющейся в такой гипотетической среде. Допустим, что концентрация нерезонансных пузырьков обеспечивает содержание воздуха — 10^{-5} частей воздуха на одну часть воды и амплитуда волны накачки равна 0,1 ат (мощность 10^{-3} вт/см²). Тогда можно ожидать увеличения амплитуды сигнала в e раз на расстояниях, равных примерно 10 длинам волн.

Авторы приносят благодарность Р. В. Хохлову за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Физические основы подводной акустики, М., ИЛ, 1955, 597—635.

Кафедра волновых процессов
Московского государственного
университета

Поступило в редакцию
23 апреля 1966 г.

УДК 534.222

К ВОПРОСУ О ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В ТРУБЕ

Л. К. Зарембо

В настоящее время вопрос о нелинейных колебаниях акустических резонаторов исследован еще мало. Насколько мне известно, за исключением нескольких работ по стоячим волнам в пространстве, ограниченном абсолютно жесткими параллельными стенками [1—3] и анализа собственных колебаний трубы, нагруженной на концах различными импедансами [4], а также экспериментальной работы по резонансному