

7. I. Allem and, W. Webb. Photolysis of the potassium ferrioxalate solutions. J. Chem. Soc., 1929, II, 1518—1537.
8. E. A. Neppiras, B. E. Noltingk. Cavitation produced by ultrasonics: theoretical conditions for the onset of cavitation. Proc. Phys. Soc., 1951, 64B, 384, 1032.
9. Я. И. Френкель. Об электрических явлениях, связанных с кавитацией, обусловленной ультразвуковыми колебаниями в жидкости. Ж. физ. химии, 1940, 14, 3, 305—308.
10. А. Г. Гейдон. Энергии диссоциации и спектры двухатомных молекул. М., ИЛ, 1949.
11. H. Sponer. Molekulspektren und ihre Anwendung auf Chemische Probleme, vol. I. Tabellen. Springer — Verlag. Berlin, 1935, p. 102.
12. K. Niira. On the abnormal rotation of OH radical. J. Phys., Soc. Japan, 1952, 7, 2, 193—199.
13. A. Kuppermann. Radiation effects in physics, chemistry and biology. Proceedings of the second International Congress of Radiation Research. Harrogate. Great Britain, 1962. Amsterdam, 1963, p. 67.
14. C. A. Parker. Induced autooxydation of oxalate in relation of the photolysis of potassium ferrioxalate. Trans. Far. Soc., 1954, 50, 1213—21.

Московский государственный  
университет

Поступило в редакцию  
27 мая 1967 г.

УДК 534.231.3

## ИМПЕДАНЦ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНЫ ПО ОТНОШЕНИЮ К СИЛЕ, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ В ЕЕ ПЛОСКОСТИ

А. С. Никифоров

Импеданцы бесконечной пластины по отношению к поперечной силе и изгибающему моменту исследованы достаточно подробно [1, 2]. Однако возможно также возбуждение пластины силой, действующей в плоскости пластины. Такую силу мы будем называть продольной. Определим импеданц бесконечной пластины по отношению к продольной силе  $P$ , действующей на участок пластины, радиуса  $a$ .

Совместим полярную систему координат  $r, \varphi$  с центром участка пластины, на который действует сила  $P$ . Угол  $\varphi$  будем отсчитывать от направления действия силы (см. фигуру). Смещения сечений пластины в любой ее точке можно определить составляющими  $\xi$  и  $\zeta$ , первая из которых направлена по координате  $r$ , вторая — в перпендикулярном направлении т. е. по координате  $\varphi$ .

Возбуждаемый (осциллирующий) участок пластины возбудит в ней продольную волну, имеющую направленность вида  $\cos \varphi$ , и сдвиговую волну с направленностью вида  $\sin \varphi$ . Первая волна будет распространяться в пластине со скоростью  $c_{пр} = [E/\rho(1-\sigma^2)]^{1/2}$ , вторая — со скоростью  $c_{сд} = [\mu/\rho]^{1/2}$ . Здесь  $E$  и  $\mu$  — модули Юнга и сдвига,  $\sigma$  — коэффициент Пуассона,  $\rho$  — плотность.

По определению импеданц пластины по отношению к силе  $P$  есть

$$z = \frac{P}{j\omega\xi_0}, \quad (1)$$

где  $\xi_0$  — перемещение участка пластины, к которому приложена сила, по направлению ее действия, равное

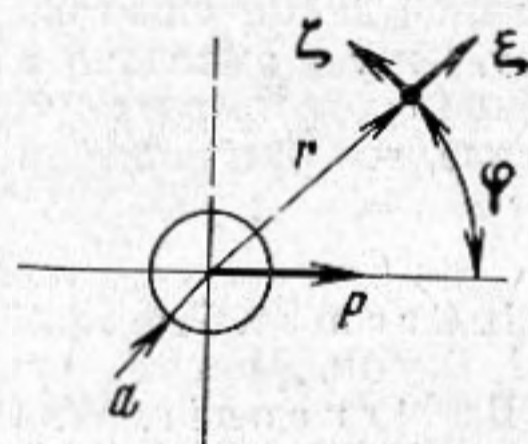
$$\xi_0 = \xi(r = a, \varphi = 0, \pi) = \zeta\left(r = a, \varphi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right). \quad (2)$$

Это граничное условие связывает перемещения возбуждаемого участка пластины и остальной ее части в месте их контакта. Расходящиеся от места действия силы продольную и сдвиговую волны определим в виде потенциалов колебательной скорости пластины, обусловленной соответственной деформацией:

$$\psi = A_\psi H_1^{(1)}(k_{пр}r) \cos \varphi; \quad \chi = A_\chi H_1^{(1)}(k_{сд}r) \sin \varphi, \quad (3)$$

где  $A_\psi, A_\chi$  — амплитуды потенциалов,  $H_1^{(1)}$  — функция Ганкеля первого рода,  $k_{пр}, k_{сд}$  — волновые числа.

Нетрудно убедиться, что потенциалы (3) удовлетворяют волновым уравнениям:  $\Delta\psi + k_{пр}^2\psi = 0, \Delta\chi + k_{сд}^2\chi = 0$ . Согласно работе [3], составляющие смещений пласти-





ны  $\xi$  и  $\zeta$  определяются как

$$\xi = \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial \varphi}; \quad \zeta = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} - \frac{\partial \chi}{\partial r}. \quad (4)$$

Граничные условия, необходимые для решения задачи, определяются выражением (2) и равенством силы  $P$  сумме проекций напряжений, действующих в пластинке по контуру  $r = a$ , на направление действия этой силы. Последнее граничное условие можно написать в виде

$$P = h \left[ \int_0^{2\pi} \sigma_{rr} r \cos \varphi d\varphi + \int_0^{2\pi} \tau_{r\varphi} r \sin \varphi d\varphi \right]_{r=a}, \quad (5)$$

где  $h$  — толщина пластины,  $\sigma_{rr}$  и  $\tau_{r\varphi}$  — напряжения, действующие в сечении пластины, перпендикулярном координате  $r$ , в направлении координат  $r$  и  $\varphi$ . Согласно работе [3],

$$\sigma_{rr} = \frac{2\mu}{1-2\sigma} \left[ (1-\sigma) \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\sigma}{r} \left( \xi + \frac{\partial \zeta}{\partial \varphi} \right) \right], \quad (6)$$

$$\tau_{r\varphi} = 2\mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \xi}{\partial \varphi} - \frac{\zeta}{r} + \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right).$$

Определив с помощью формул (2) — (6) величины  $P$  и  $\xi_0$  и подставив их в выражение (1), мы найдем импеданс бесконечной пластины по отношению к продольной силе  $P$  в виде

$$z = j \frac{\pi h \mu}{\omega} \left[ 8 + \frac{v_{сд}^2}{\alpha - 1} \right], \quad (7)$$

где

$$\alpha = \left[ \frac{H_1^{(1)}(v_{сд.})}{v_{сд.} H_0^{(1)}(v_{сд.})} + \frac{H_1^{(1)}(v_{пр.})}{v_{пр.} H_0^{(1)}(v_{пр.})} \right]^{-1}; \quad v_{пр.} = k_{пр.} a, \\ v_{сд.} = k_{сд.} a.$$

При значениях аргументов  $v_{пр.}$  и  $v_{сд.}$ , малых по сравнению с единицей ( $\alpha \ll 1$ ), импеданс  $z$  принимает инерционный характер:

$$z = j \frac{8\pi \mu h}{\omega} = j \omega m = j \omega \pi \left( \frac{\sqrt{2}}{\pi} \lambda_{сд.} \right)^2 h.$$

Величина массы  $m$  приближенно равна массе участка пластины, ограниченной половиной длины сдвиговой волны  $\lambda_{сд.}$ . При больших в сравнении с единицей значениях  $v_{пр.}$  и  $v_{сд.}$  импеданс  $z$  становится чисто активным:  $z = \pi a h \rho (c_{пр.} + c_{сд.})$ . Это выражение соответствует импедансу полубесконечной полосы шириной  $\pi a$  по отношению к силе, возбуждающей в ней продольные и сдвиговые волны одинаковой амплитуды.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. L. Cremer. Propagation of structural sound. *Acustica*, 1953, 3, 5, 317—355.
2. I. Dyer. Moment impedance of plates. *J. Acoust. Soc. America*, 1960, 32, 10, 90—97.
3. Baltruconis, W. Gottenberg, Schreiner. Dynamics of a hollow, elastic cylinder contained by an infinitely long rigid circular-cylindrical tank. *J. Acoust. Soc. America*, 1960, 32, 12, 1539—1546.

Ленинград

Поступило в редакцию

6 декабря 1966 г.

УДК 534.23

### КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ В ЗВУКОВОМ ПОЛЕ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СЛУЧАЙНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ

Д. Д. Плахов

Корреляционные соотношения в звуковом поле бесконечной пластины при случайном возбуждении резко различны, в зависимости от того, расположены ли точки наблюдения вблизи, или вдали от пластины [1, 2].

Рассмотрим влияние параметров пластины и сил на характер и глубину ближнего поля в случае воздействия аэродинамических сил на однослойную пластину. Встречающиеся в технике пластины обычно имеют малую волновую толщину  $kh$