ны ξ и ζ определяются как

$$\xi = \frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\chi}{\partial\varphi}; \qquad \zeta = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} - \frac{\partial\chi}{\partial r}. \tag{4}$$

Граничные условия, необходимые для решения задачи, определяются выражением (2) и равенством силы P сумме проекций напряжений, действующих в пластинке по контуру $r = a$, на направление действия этой силы. Последнее граничное условие можно написать в виде

$$P = h\left[\int_0^{2\pi} \sigma_{rr} r\cos\varphi\, d\varphi + \int_0^{2\pi} \tau_{r\varphi} r\sin\varphi\, d\varphi\right]_{r=a}, \tag{5}$$

где h — толщина пластины, σ_{rr} и $\tau_{r\varphi}$ — напряжения, действующие в сечении пластины, перпендикулярном координате r, в направлении координат r и φ. Согласно работе [3],

$$\sigma_{rr} = \frac{2\mu}{1-2\sigma}\left[(1-\sigma)\frac{\partial\xi}{\partial r} + \frac{\sigma}{r}\left(\xi + \frac{\partial\zeta}{\partial\varphi}\right)\right],$$
$$\tau_{r\varphi} = 2\mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\xi}{\partial\varphi} - \frac{\zeta}{r} + \frac{\partial\zeta}{\partial r}\right). \tag{6}$$

Определив с помощью формул (2)—(6) величины P и ξ_0 и подставив их в выражение (1), мы найдем импеданц бесконечной пластины по отношению к продольной силе P в виде

$$z = j\frac{\pi h\mu}{\omega}\left[8 + \frac{\nu_{сд}^2}{\alpha - 1}\right], \tag{7}$$

где

$$\alpha = \left[\frac{H_1^{(1)}(\nu_{сд.})}{\nu_{сд.} H_0^{(1)}(\nu_{сд.})} + \frac{H_1^{(1)}(\nu_{пр.})}{\nu_{пр} H_0^{(1)}(\nu_{пр})}\right]^{-1}; \quad \begin{array}{l}\nu_{пр} = k_{пр} a,\\ \nu_{сд.} = k_{сд.} a.\end{array}$$

При значениях аргументов $\nu_{пр}$ и $\nu_{сд}$, малых по сравнению с единицей ($\alpha \ll 1$), импеданц z принимает инерционный характер:

$$z = j\frac{8\pi\mu h}{\omega} = j\omega m = j\omega\rho\pi\left(\frac{\sqrt{2}}{\pi}\lambda_{сд}\right)^2 h.$$

Величина массы m приближенно равна массе участка пластины, ограниченной половиной длины сдвиговой волны $\lambda_{сд}$. При больших в сравнении с единицей значениях $\nu_{пр}$ и $\nu_{сд}$ импеданц z становится чисто активным: $z = \pi a h \rho (c_{пр} + c_{сд})$. Это выражение соответствует импеданцу полубесконечной полосы шириной πa по отношению к силе, возбуждающей в ней продольные и сдвиговые волны одинаковой амплитуды.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Cremer. Propagation of structural sound. Acustica, 1953, 3, 5, 317—355.
2. I. Dyer. Moment impedance of plates. J. Acoust. Soc. America, 1960, 32, 10, 90—97.
3. Baltruconis, W. Gottenberg, Schreiner. Dynamics of a hollow, elastic cylinder conteined by an infinitely long rigid circular-cylindrical tank. J. Acoust. Soc. America, 1960, 32, 12, 1539—1546.

Ленинград

Поступило в редакцию 6 декабря 1966 г.

УДК 534.23

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ В ЗВУКОВОМ ПОЛЕ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СЛУЧАЙНЫХ ФЛЮКТУАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ

Д. Д. Плахов

Корреляционные соотношения в звуковом поле бесконечной пластины при случайном возбуждении резко различны, в зависимости от того, расположены ли точки наблюдения вблизи, или вдали от пластины [1, 2].

Рассмотрим влияние параметров пластины и сил на характер и глубину ближнего поля в случае воздействия аэродинамических сил на однослойную пластину. Встречающиеся в технике пластины обычно имеют малую волновую толщину kh

($k = \omega / c$ — волновое число среды); поэтому мы ограничим наше рассмотрение диапазоном изменения параметра $kh = 0 \div 0{,}2$. Корреляционную функцию сил $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega)$ выберем с учетом анизотропии турбулентных пульсаций: $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = \exp[-(0{,}7 + i2\pi)\sigma_x - 3{,}5\sigma_y] f / u$, причем σ_x, σ_y — разность декартовых координат точек на пластине, ось x направлена по потоку; f — частота пульсаций, $\omega = 2\pi f$; u — скорость переноса пульсаций [3, 4]. В качестве характеристик поля условимся рассматривать коэффициент корреляции $\gamma = \Gamma(\mathbf{R}, \mathbf{R}'; \omega) / \Gamma(\mathbf{R}, \mathbf{R}; \omega)$ в плоскости, параллельной пластине, и средний квадрат давления в точках поля $\Gamma(\mathbf{R}, \mathbf{R}; \omega)$, равный значению корреляционной функции $\Gamma(\mathbf{R}, \mathbf{R}'; \omega)$ при $\mathbf{R} = \mathbf{R}'$. Мы имеем

$$\Gamma(\mathbf{R}, \mathbf{R}'; \omega) = \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2 - i\infty} f(\theta, \varphi) |R(\theta, \varphi)^2 e^{i\mathbf{k}(\mathbf{R}-\mathbf{R}')} \sin\theta \, d\varphi \, d\theta,$$

где

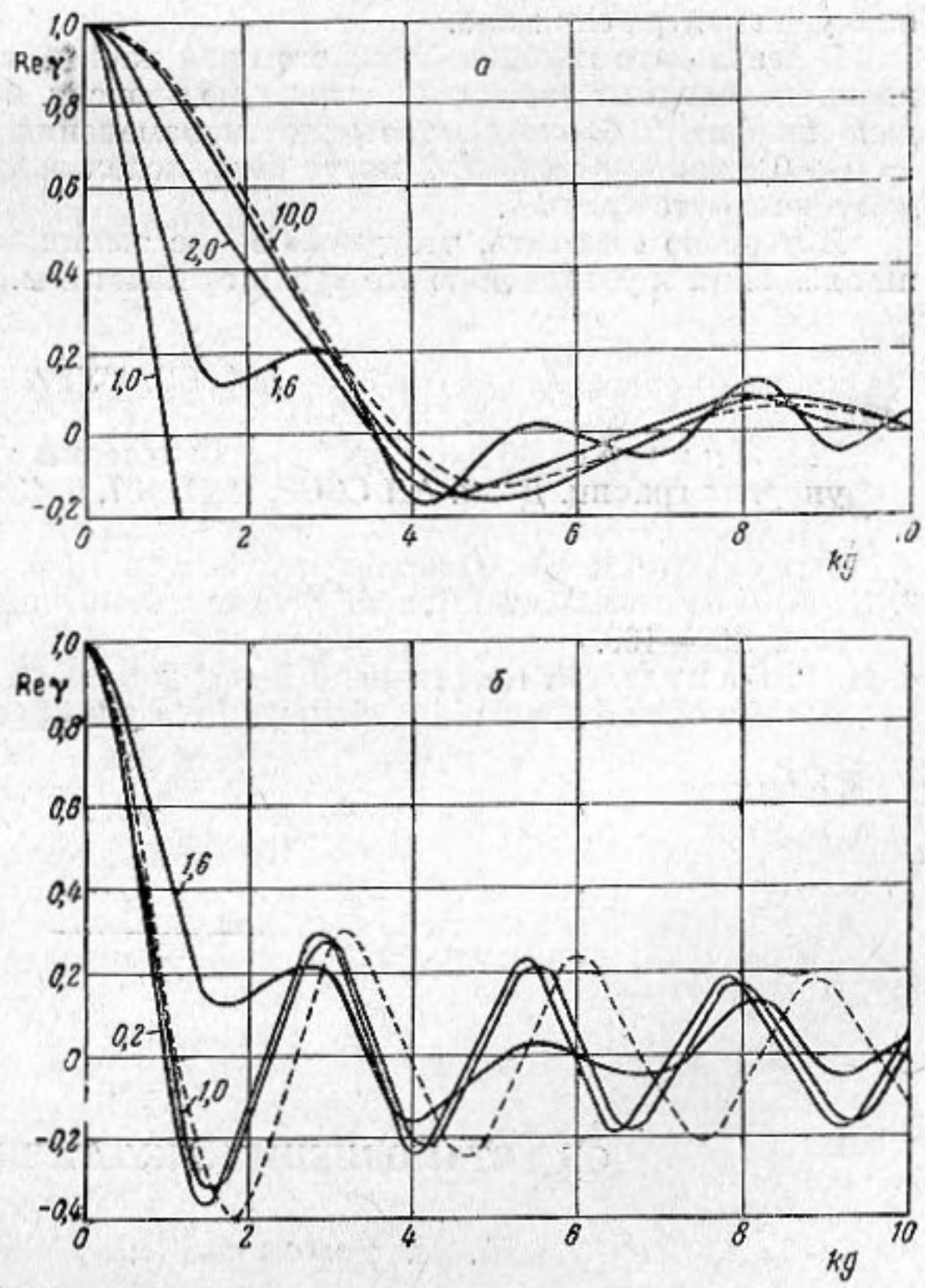
$$f(\theta, \varphi) = \frac{10}{\pi}\left(\frac{u}{c}\right)^2 \frac{0{,}01239 \cos\theta}{\left[0{,}01239 + \left(1 + \frac{u}{c}\sin\theta\cos\varphi\right)^2\right]\left[0{,}30975 + \left(\frac{u}{c}\sin\theta\sin\varphi\right)^2\right]},$$

$$|B(\theta, \varphi)|^2 = (2a^3b)^2 / [(2a^3b)^2 + (a^2 - \sin^4\theta)^2 \cos^2\theta],$$

$$a^2 = 12(1 - \nu^2)(c / c_0)^2 (kh)^{-2} (1 - i\varepsilon)^{-1}, \quad 2a^3b = 24(1 - \nu^2)(\rho / \rho_0)(c / c_0)^2 \times \times (kh)^{-3}(1 - i\varepsilon)^{-1}.$$

Здесь всюду ρc, $\rho_0 c_0$ — акустические сопротивления среды и материала пластины; ν, ε — коэффициент Пуассона и коэффициент внутренних потерь для материала пластины.

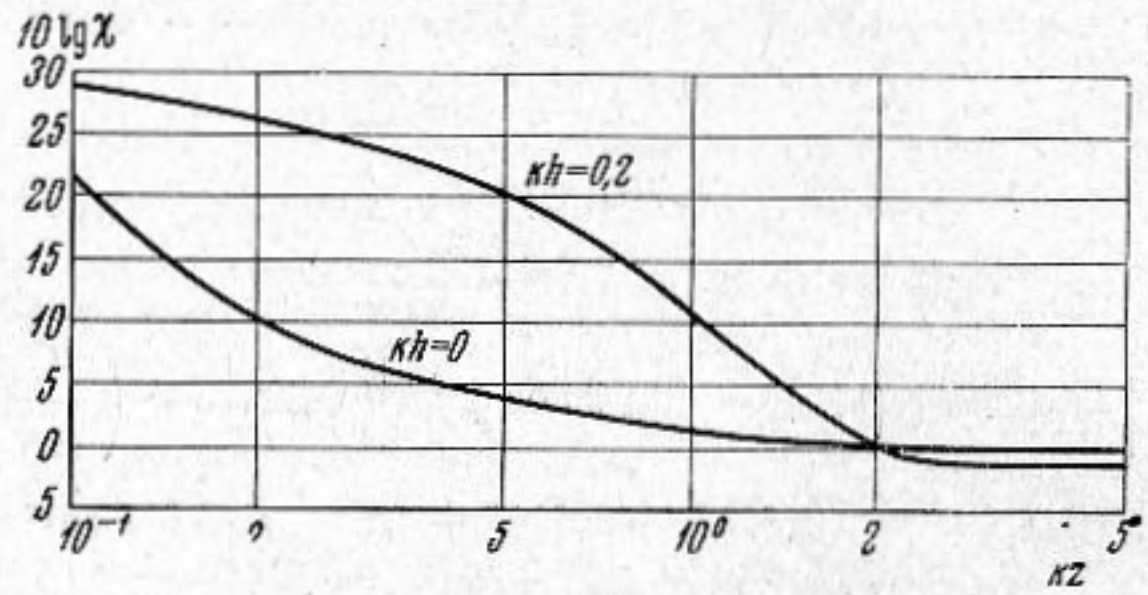
Коэффициент корреляции при выбранной функции $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ является комплексной величиной, вещественная и мнимая части которой зависят от ориентации точек наблюдения относительно потока. Однако на частотах ниже критической $a^2 \gg 1$ при скорости потока $u / c \ll 1$, мнимая часть коэффициента корреляции пренебрежимо мала, а вещественная часть не зависит от ориентации точек, т. е. поле изотропно в плоскости, параллельной пластине. Изменение вещественной части коэффициента корреляции $\mathrm{Re}\,\gamma$ при изменении расстояния kz от плоскости наблюдения до пластины можно проследить на фиг. 1, *а*, *б* для случая $kh = 0{,}2$; $a^2 = 23{,}16$; $2a^3b = 28{,}95$; $\varepsilon = 10^{-3}$; $u/c = 3 \cdot 10^{-3}$. По горизонтали отложено безразмерное расстояние $k\rho$ между точками наблюдения; цифрами у каждой кривой отмечено значение kz, для которого выполнен расчет. Из фиг. 1, *а* можно установить, что на больших расстояниях от пластины $kz \geqslant 2{,}0$ коэффициент корреляции близок к аналитическому выражению $2J_1(k\rho) / (k\rho)$, построенному на фиг. 1, *а* пунктиром. Вблизи пластины коэффициент $\mathrm{Re}\,\gamma$ близок к аналитической зависимости $J_0(k_0\rho)$, в которой k_0 — волновое число изгиба пластины $k_0 h = (kh)^{1/2}[12(1 - \nu^2)(c / c_0)^2]^{1/4}$. Соответственная кривая построена на фиг. 1, *б* пунктиром. Таким образом, коэффициент корреляции в ближнем поле пластины в рассматриваемом случае определяется корреляционными соотношениями в диффузном поле вибраций на пластине.



Фиг. 1

Для уточнения глубины ближнего поля рассмотрим изменение среднего квадрата давления при увеличении kz. Функция χ, равная отношению среднего квадрата давления в поле пластины к среднему квадрату давления в предельном случае

$|B(\theta, \varphi)|^2 = 1$, $kz = \infty$ показана на фиг. 2. При $kz \geqslant 2{,}0$ функция χ практически не отличается от предельного значения при $kz = \infty$. Величину $kz = 2{,}0$ можно условно считать границей зоны ближнего поля, что соответствует в случае $kh = 0{,}2$ расстоянию $z = 0{,}7\lambda_0$, где λ_0 — длина волны изгиба в пластине. Этот результат можно распространить на пластины произвольной толщины (на докритических частотах). Действительно, ближнее поле определяется неоднородными волнами, возникающими в результате передачи через пластину в поле составляющих пространственного спектра сил с волновым числом, бо́льшим волнового числа среды k. Пластина из-за присущей ей избирательной способности выделяет составляющие спектра с волновым числом, близким к волновому числу изгиба, порождая при колебаниях



Фиг. 2

неоднородные волны строго определенной периодичности λ_0 в плоскости, параллельной пластине. В силу свойств неоднородной волны глубина ее проникновения по нормали к пластине пропорциональна λ_0. В рассматриваемом случае возбуждения коэффициент пропорциональности на основании фиг. 2 можно считать равным 0,7. При уменьшении толщины kh длина волны λ_0 уменьшается, избирательность пластины снижается и смещается в сторону больших волновых чисел, на которых амплитуда спектра сил мала.

В результате глубина ближнего поля начинает определяться характером спектра внешних сил и от свойств пластины не зависит. Функция χ в случае $kh = 0$ приведена на фиг. 2. В силу монотонности изменения этой функции в диапазоне $kh = 0 \div 0{,}2$ кривые на фиг. 2 могут быть использованы при интерполяции значений χ для промежуточных kh.

Интересно отметить, что уменьшение толщины kh приводит к снижению давления вблизи и к увеличению его вдали от пластины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Лямшев. Об акустическом излучении турбулентного потока при наличии упругих границ. Докл. АН СССР, 1961, **137**, 6, 1343—1346.
2. Д. Д. Плахов. Акустическое поле бесконечной пластины при воздействии случайных пульсаций давления. Акуст. ж., 1966, **12**, 4, 479—483.
3. G. M. Corcos. Resolution of pressure in turbulence. J. Acoust. Soc. America, 1963, **35**, 2, 192—199.
4. H. P. Bakewell. Narrow-band investigations of the longitudinal space-time correlation function in turbulent airflow. J. Acoust. Soc. America, 1964, **36**, 1, 146—148.

Ленинград

Поступило в редакцию
15 июня 1966 г.

УДК 534.222

ОБ УСТАНОВЛЕНИИ АКУСТИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ

Н. Г. Семенова, Ю. Г. Статников

Пусть плоский источник радиуса r_1 начинает излучать звуковую волну с момента $t > 0$. Примем, что длина звуковой волны очень мала по сравнению с размерами излучателя $\lambda \ll r_1$ и, следовательно, звуковая волна распространяется в виде цилиндрического пучка радиуса r_1. Требуется определить время установления акустического течения, вызванного этим звуковым пучком.