УДК 534—16

ФАЗОВЫЕ СКОРОСТИ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН В ПЛАСТИНЕ КУБИЧЕСКОГО КРИСТАЛЛА

Л. Г. Меркулов, Д. А. Турсунов

В работе [1] выведены дисперсионные уравнения для упругих нормальных волн, распространяющихся вдоль осей [100], [110] пластины кубического кристалла (со свободными границами) и имеющих поляризацию векторов смещений в вертикальной плоскости:

$$s\text{-волны} \quad \frac{\operatorname{tg}\beta_2 qh}{\operatorname{tg}\beta_1 qh} = \frac{(\gamma_1+\beta_1)(c_{12}+c_{11}\beta_2\gamma_2)}{(\gamma_2+\beta_2)(c_{12}+c_{11}\beta_1\gamma_1)}, \tag{1}$$

$$a\text{-волны} \quad \frac{\operatorname{tg}\beta_2 qh}{\operatorname{tg}\beta_1 qh} = \frac{(\gamma_2+\beta_2)(c_{12}+c_{11}\beta_1\gamma_1)}{(\gamma_1+\beta_1)(c_{12}+c_{11}\beta_2\gamma_2)}. \tag{2}$$

Собственные значения фазовых скоростей $v = 2\pi f / q$ определяются из совместного использования формул (1), (2) и уравнений распространения для [100]:

$$\beta_{1,2}^2 = A_1 \pm \sqrt{A_1^2 - B_1}, \tag{3}$$

$$A_1 = \frac{(c_{11}+c_{44})\rho v^2 + c_{12}(c_{12}+2c_{44}) - c_{11}^2}{2c_{11}c_{44}}, \qquad B_1 = \frac{\rho^2 v^4 - (c_{11}+c_{44})\rho v^2}{c_{11}c_{44}} + 1;$$

для [110]:

$$\beta_{1,2}^2 = A_2 \pm \sqrt{A_2^2 - B_2}, \tag{4}$$

$$A_2 = \frac{1}{2c_{11}c_{44}}\left[(c_{11}+c_{44})\rho v^2 + c_{12}(c_{12}+2c_{44}) - \frac{c_{11}}{2}(c_{11}+c_{12}+2c_{44})\right].$$

$$B_2 = \frac{1}{c_{11}c_{44}}\left[\rho^2 v^4 - \left(\frac{4c_{44}+c_{11}+c_{12}}{2}\right)\rho v^2 + \frac{c_{44}(c_{11}+c_{12}+2c_{44})}{2}\right].$$

Величины, входящие в формулы (1)—(4) суть: $2h$ — толщина пластины, c_{ik} — модули упругости кристалла, ρ — плотность, $q\beta_{1,2}$ — составляющие волновых векторов парциальных волн вдоль h,

$$\gamma_{1,2} = \frac{\beta_{1,2}(c_{12}+c_{44})}{\rho v^2 - c_{11}\beta_{1,2}^2 - c_{44}}.$$

Рассмотрим предельные случаи. Когда $hf \to 0$, уравнение (1) дает

$$c_{12}(\rho v^2 - c_{44})\left[(\rho v^2 + c_{12}) - c_{11}(\beta_1^2+\beta_2^2)\right] - c_{11}^2 c_{44}\beta_1^2\beta_2^2 = 0. \tag{5}$$

Подставив сюда значения $\beta_{1,2}^2$ из формул (3) и (4), получим
[100]:

$$(\rho v^2 - c_{44})(c_{11}\rho v^2 + c_{12}^2 - c_{11}^2) = 0 \tag{6}$$

[110]:

$$(\rho v^2 - c_{44})\left[c_{11}\rho v^2 - \frac{1}{2}c_{11}(c_{11}+c_{12}+2c_{44}) + c_{12}^2\right] = 0. \tag{7}$$

Корень $\rho v^2 = c_{44}$ не соответствует нормальной волне,— его подстановка в формулу (1) приводит к $\beta_1 = \pm\beta_2$. Таким образом, в тонкой пластине существует одна симметричная волна со скоростью

$$v_{s_0[100]} = \sqrt{\frac{c_{11}^2 - c_{12}^2}{\rho c_{11}}}, \qquad v_{s_0[110]} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}c_{11}(c_{11}+c_{12}+2c_{44}) - c_{12}^2}{\rho c_{11}}}. \tag{8}$$

Из формулы (2) при $hf \to 0$ и $\rho v_0^2 \ll c_{ik}$ получаем уравнение для изгибной волны:

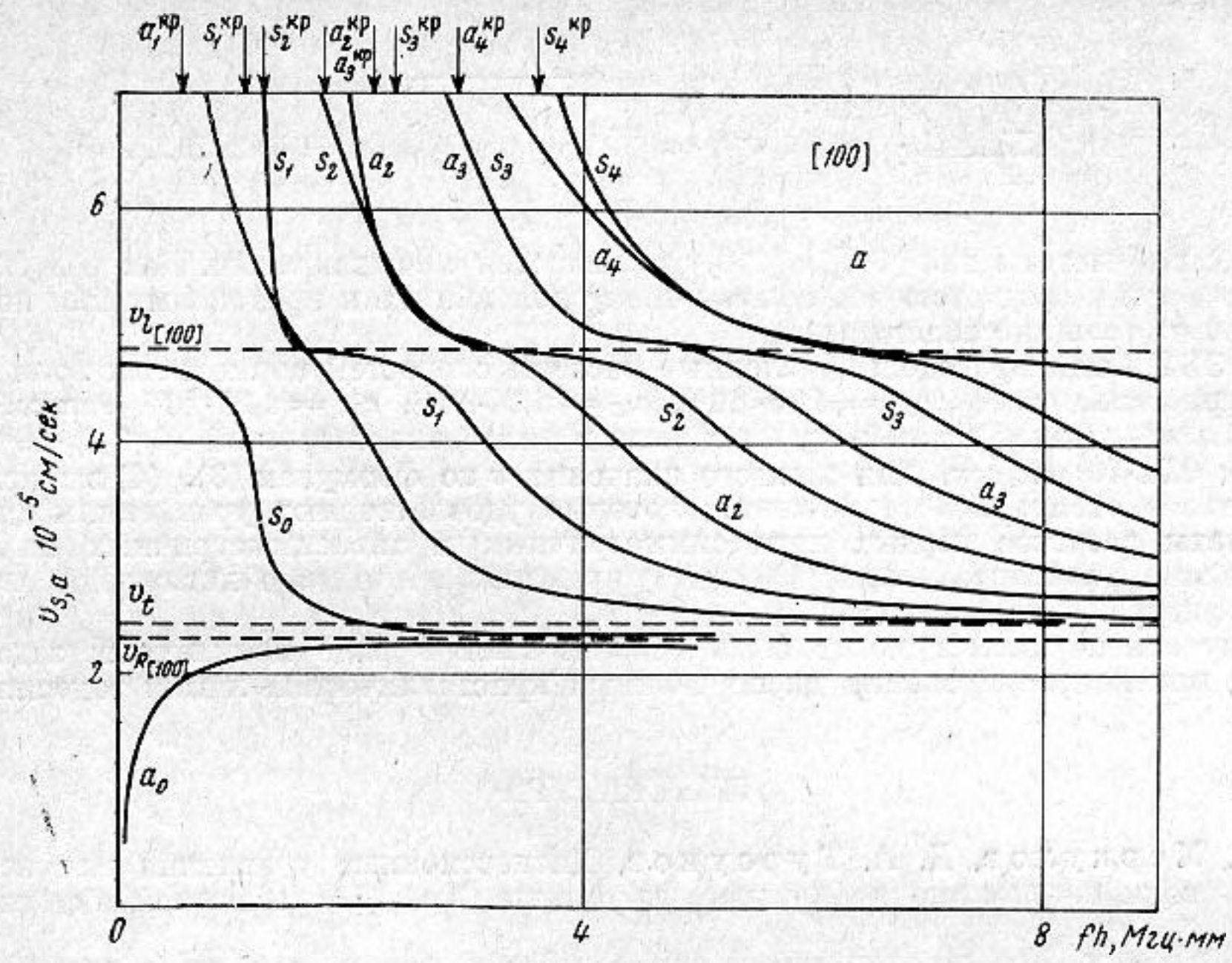
$$c_{11}\rho v_{a_0}^2(c_{44}+c_{12}) - \frac{4}{3}\left(\frac{\pi f h}{v_{a_0}}\right)^2 (c_{11}\beta_1^2 - c_{12})(c_{11}c_{44}\beta_2^2 - c_{12}c_{44}) = 0, \tag{9}$$

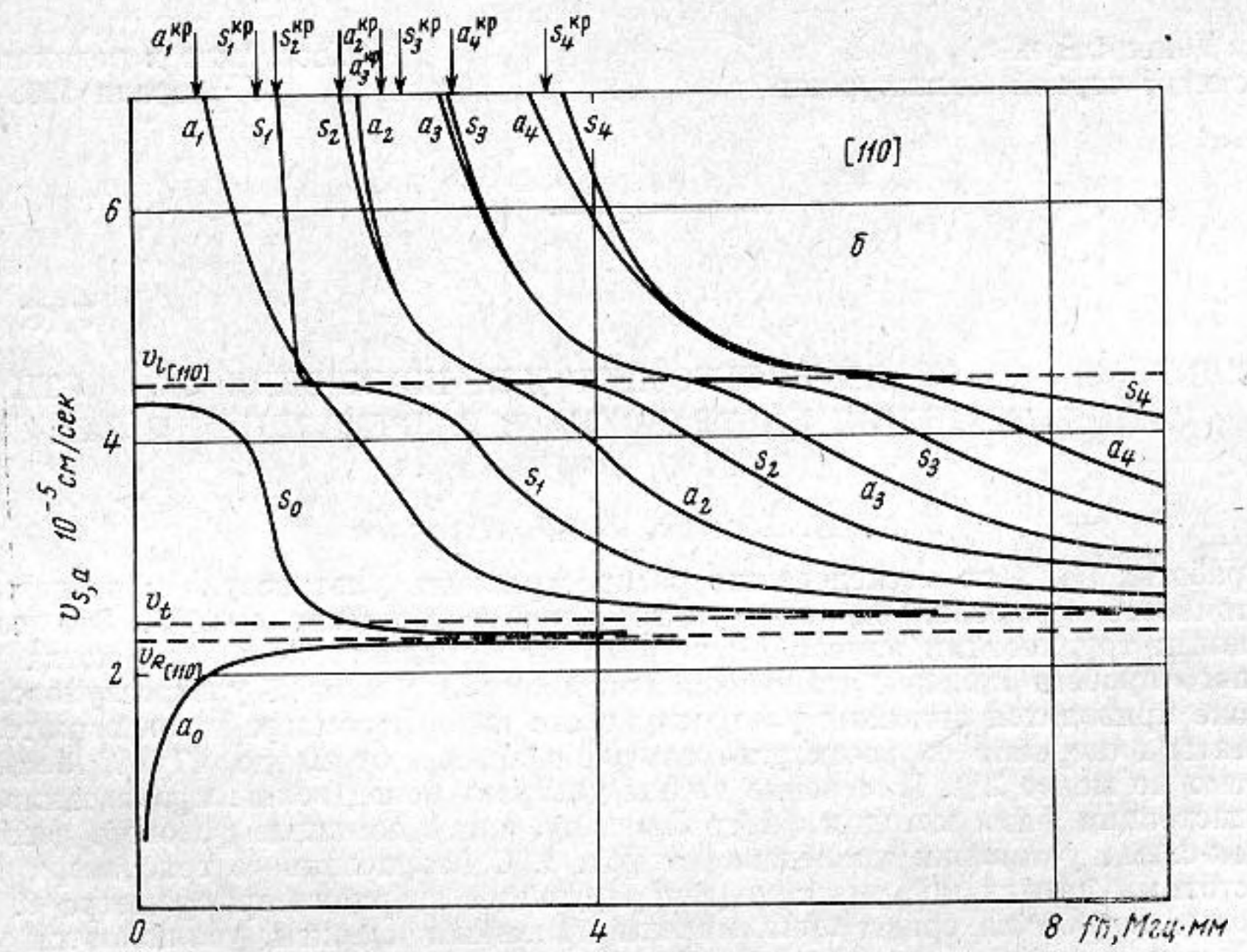
как следует из (3) и (4), в этом случае $\beta_1^2 < 0$, $\beta_2^2 < 0$.

Положив в формулах (8), (9) $c_{11} = \lambda + 2\mu$, $c_{12} = \lambda$, $c_{44} = \mu$ (λ, μ — постоянные Лямэ), приходим к известным выражениям v_{s_0}, $v_{a_0}|_{hf\to 0}$ для изотропной пластины.

В обратном предельном случае больших hf имеем уравнение поверхностных волн, выведенное ранее в работе [2]:

$$(\gamma_1+\beta_1)(c_{12}+c_{11}\beta_2\gamma_2) = (\gamma_2+\beta_2)(c_{12}+c_{11}\beta_1\gamma_1). \tag{10}$$





Последнее легко получается из формул (1) или (2), если $\rho v^2 < c_{44}(\beta_1^2 < 0)$, $\rho v^2 < c_{11}(\beta_2^2 < 0)$ и следовательно, $\operatorname{tg} \beta_{1,2} qh|_{hf\to\infty} \to 1$.

Для установления критических частот, соответствующих $v_{s,a} \to \infty$ можно использовать формулы (3) и (4), из которых находим

$$\left(\frac{\beta_1}{v}\right)^{\text{кр}} = \left(\frac{\rho}{c_{44}}\right)^{1/2} = \frac{1}{v_t}, \quad \left(\frac{\beta_2}{v}\right)^{\text{кр}} = \left(\frac{\rho}{c_{11}}\right)^{1/2} = \frac{1}{v_l}.$$

Подставив эти соотношения в формулы (1) и (2), получим

s-волны	*a*-волны
$\dfrac{\operatorname{tg} \beta_2 qh}{\operatorname{tg} \beta_1 qh} \to \infty,$	$\dfrac{\operatorname{tg} \beta_2 qh}{\operatorname{tg} \beta_1 qh} = 0,$

откуда следует, что

$$(2hf)_s^{\text{кр}} = \begin{cases} nv_l, \\ \dfrac{(2n-1)\,v_l}{2}; \end{cases} \qquad (2hf)_a^{\text{кр}} = \begin{cases} \dfrac{(2n-1)\,v_l}{2}, \\ nv_l, \end{cases} \quad n = 1,\ 2,\ 3\ldots \tag{11}$$

Критические частоты для [100] и [110] оказываются совпадающими. Как и в изотропном случае, они соответствуют целому числу половин длин продольных или поперечных волн на толщине пластины.

На ЭВМ были проведены численные расчеты скоростей нормальных волн в пластине кристалла NaCl ($c_{11} = 4{,}96\cdot 10^{11}$, $c_{12} = 1{,}24\cdot 10^{11}$, $c_{44} = 1{,}29\cdot 10^{11}$ *дин/см*^{2}, $\rho = 2{,}17$ *г/см*^{3}). Поиск корней производился в диапазоне скоростей $(1 \div 7)\cdot 10^5$ *см/сек* с шагом $0{,}01\cdot 10^5$ *см/сек*. Для каждого значения v по формулам (3), (4) вычислялись $\beta_{1,2}$ и далее отбирались те решения, которые удовлетворяют уравнениям (1), (2). Результаты расчетов первых пяти симметричных и антисимметричных волн для направлений распространения [100], [110] представлены в виде дисперсионных кривых на фигуре.

Полученные данные могут быть использованы в ряде прикладных задач, например, при конструировании дисперсионных кристаллических линий задержки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Г. Меркулов, Д. А. Турсунов. Дисперсионные уравнения для нормальных волн в пластине кубического кристалла. Тр. VI Всесоюзной акустической конференции, 1968.
2. R. Stonely. The propagation of surface elastic waves in a cubic crystal. Proc. Roy. Soc., 1955, A232, 447—458.

Донецкий н.-и.
институт черной металлургии

Поступило в редакцию
13 февраля 1968 г.

УДК 534.22

УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА В РАЗРЕЖЕННЫХ ГАЗАХ ДО 20 000 *Мгц/атм*

Е. Д. Попов, В. Ф. Яковлев

В работах [1, 2] по исследованию распространения ультразвука в разреженных газах точность измерения скорости ультразвука не превышала 10%. Это связано с большими трудностями измерений в газах при низких давлениях, когда длина свободного пробега молекул становится соизмеримой с длиной ультразвуковой волны. Ниже приводится описание ультразвукового интерферометра и предварительные результаты измерения скорости ультразвука в аргоне от 60 до 17 000 *Мгц/атм*, с точностью не менее 2%. Измерение длины ультразвуковой волны производилось путем регистрации фазы методом фигур Лиссажу, или с помощью фазового детектора.

Блок-схема установки приведена на фиг. 1. С кварцованного генератора *1* высокочастотный сигнал поступает на генерирующий кварц интерферометра *2*. Ультразвуковые колебания среды принимаются приемным кварцем, усиливаются усилителем *3* и подаются на пластины *Y* осциллографа, или на вход фазового детектора *6*. С того же генератора опорный сигнал подается на ультразвуковой фазовращатель *4*, усилитель *5* и затем на пластины *X*, или на вход опорного сигнала детектора *6*. Изменение акустического пути между кварцами в интерферометре *2* вызывает сдвиг фазы между сигналом, проходящим через исследуемую среду, и опорным сигналом, что обнаруживается на осциллографе по изменению формы эллипса, или по показаниям фазового детектора. Плавный акустический фазовращатель *4* представляет собой жидкостный интерферометр с переменной длиной акустического пути. Он позволяет смещать начало отсчета фазы в любую точку отрезка акустического пути интерферометра *2*, путем сдвига фазы по линии опорного сигнала. В процессе измерения фаза опорного сигнала не изменяется.

К конструкции механической части интерферометра предъявлялись следующие требования: возможность стабилизации параллельности кварцев в процессе измерения и сохранение ее на большом акустическом пути; возможность настройки на параллельность в любой период работы при закрытой камере. Это достигается тем,