АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XV 1969 Вып. 2

УДК 534.87

ДИСПЕРСИЯ ТЕКУЩЕЙ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ ВЗАИМНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ИЗЛУЧАЕМОГО СИГНАЛА И МОРСКОЙ РЕВЕРБЕРАЦИИ

В. В. Ольшевский

Определяется текущая частотно-временная взаимная корреляционная функция излучаемого сигнала и морской реверберации, и для дискретной модели рассеяния находится ее дисперсия. Рассмотрен пример частотной зависимости дисперсии для случая частотно-модулированного импульсного излучаемого сигнала.

При исследовании рассеяния звука в водной среде, а также при различного рода обработке реверберационного процесса возникает задача определения статистической оценки текущей частотно-временной взаимной корреляционной функции $\hat{K}_{SF}(\Omega, t)$ излучаемых сигналов $S(t)$ и реверберации $F(t)$

$$\hat{K}_{SF}(\Omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t' - t, \Omega)\tilde{F}(t')dt. \tag{1}$$

При получении $\hat{K}_{SF}(\Omega, t)$, согласно формуле (1), излучаемый сигнал сдвигается во времени на интервал t и также по частоте — на величину Ω; $\tilde{F}(t)$ — процесс, комплексно сопряженный $F(t)$.

Мы рассмотрим сигналы квазигармоничного типа, для которых справедливо представление

$$S(t) = S_{01}(t) \exp(j\omega_0 t), \tag{2}$$

где $S_{01}(t) \in L_2$ — комплексная функция модуляции сигнала, ω_0 — центральная частота его спектра.

Реверберация $F(t)$ в случае дискретной модели рассеяния звука может быть записана в виде суммы N элементарных рассеянных сигналов [1]:

$$F(t) = \sum_{i=0}^{N} a_i \Psi(t_i) S(t - t_i), \tag{3}$$

где a_i и t_i — случайные величины, характеризующие уровень i-го рассеянного сигнала и момент его прихода в точку приема; $\Psi(t)$ — функция, определяющая закон изменения уровня реверберации во времени. Подставляя формулы (2) и (3) в (1), получаем

$$\hat{K}_{SF}(\Omega, t) = \sum_{i=0}^{N} a_i \Psi(t_i) \exp[-j\omega_0(t - t_i)] \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} S_{01}(t' - t)\tilde{S}_{01}(t' - t_i) \exp[-j\Omega(t' - t)]dt'. \tag{4}$$

Сделаем, далее, замену $x = t' - t$ и перейдем к случайным величинам $\tau_i = t - t_i$, характеризующим флюктуации моментов прихода элементарных рассеянных сигналов в точку приема относительно момента времени t. Кроме того, учтем, что по определению [2]

$$\chi(\Omega, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{01}(x)\tilde{S}_{01}(x+\tau)\exp(-j\Omega x)\,dx \tag{5}$$

является функцией неопределенности излучаемого сигнала.

Принимая во внимание сказанное, а также формулы (4) и (5), мы приходим к следующему выражению для $\hat{K}_{SF}(\Omega, t)$:

$$\hat{K}_{SF}(\Omega, t) = \sum_{i=0}^{N} a_i \Psi(t-\tau_i)\exp(-j\omega_0\tau_i)\chi(\Omega, \tau_i). \tag{6}$$

Определим некоторые необходимые статистические характеристики случайных величин N, a_i и τ_i. Для дискретной модели рассеяния звука в статистически изотропной среде было показано [1], что распределение $P_T(N/t)$ для числа элементарных сигналов, приходящих в точку приема на интервале $(t - T/2,\ t + T/2)$, подчиняется закону Пуассона:

$$P_T(N/t) = \frac{[n(t)T]^N}{N!}\exp[-n(t)T], \tag{7}$$

где $n(t)$ — среднее число элементарных рассеянных сигналов, приходящих в точку приема в единицу времени; случайные величины a_i, a_k, а также τ_i, τ_k статистически независимы, т. е.

$$W(a_i, a_k) = W(a_i)\delta(a_k - a_i), \tag{8}$$

$$W(\tau_i, \tau_k) = W(\tau_i)\delta(\tau_k - \tau_i), \tag{9}$$

причем из формулы (7) вытекает, что

$$W(\tau_k) = \frac{1}{T}, \quad |\tau_k| \leqslant \frac{T}{2}; \tag{10}$$

Функция $\Psi(t - \tau_i)$ слабо изменяется в пределах длительности излучаемых сигналов, и следовательно,

$$\Psi(t) = \Psi(t - \tau_i). \tag{11}$$

Найдем, далее, дисперсию текущей корреляционной функции (6)

$$D_K(\Omega, t) = \langle \hat{K}_{SF}(\Omega, t)\tilde{\hat{K}}_{SF}(\Omega, t)\rangle. \tag{12}$$

Нетрудно видеть, что вследствие квазигармоничности излучаемого сигнала $S(t)$ мы имеем

$$\langle \hat{K}_{SF}(\Omega, t)\rangle = 0. \tag{13}$$

Учитывая далее соотношения (7) — (13) и полагая, что среднее число $\langle N\rangle$ элементарных рассеянных сигналов, образующих реверберационный процесс, удовлетворяет условию $\langle N\rangle \gg 1$, получаем для $D_K(\Omega, t)$ следующее выражение:

$$D_K(\Omega, t) = \langle a^2\rangle\, n^2(t)\,\Psi^2(t) \int_{-\infty}^{\infty} |\chi(\Omega, \tau)|^2 d\tau. \tag{14}$$

Рассмотрим некоторые частные типы излучаемых сигналов. Пусть $S(t)$ имеет колокольную огибающую и частотную модуляцию по линейному закону, так что

$$S_{01}(t) = S_0 \exp\left(-\frac{\pi t^2}{2\delta_{\text{эфф}}^2} + j\frac{\pi \Delta F_{\text{м}} t^2}{2\delta_{\text{эфф}}}\right), \tag{15}$$

где S_0 — амплитуда сигнала, $\delta_{эфф}$ — его эффективная длительность, $\Delta F_м$ — параметр, характеризующий девиацию частоты. Функция неопределенности $|\chi(\Omega, \tau)|^2$, рассчитанная с учетом формул (5) и (15), для рассматриваемого типа сигнала описывается выражением

$$|\chi(\Omega, \tau)|^2 = S_0^2 \exp\left[-\left(\pi\Delta F^2{}_м + \frac{\pi}{4\delta^2_{эфф}}\right)\tau^2 - \Delta F_м \delta_{эфф}\Omega\tau - \frac{(\Omega\delta_{эфф})^2}{4\pi}\right]. \tag{16}$$

Поставив выражение (16) в формулу (14), получаем

$$D_k(\Omega, t) = \langle a^2\rangle n^2(t)\,\Psi^2(t)\exp\left[-\frac{(\Omega\delta_{эфф})^2}{2\pi}\right]\times$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-\left(2\pi\Delta F_м^2 + \frac{\pi}{2\delta^2_{эфф}}\right)\tau^2 - 2\Delta F_м\delta_{эфф}\Omega\tau\right]d\tau. \tag{17}$$

Воспользуемся табличным интегралом

$$\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-A^2\tau^2 \pm B\tau)\,d\tau = \frac{\sqrt{\pi}}{A}\exp\left(\frac{B^2}{4A^2}\right), \qquad A > 0, \tag{18}$$

и введем обозначения

$$F = \frac{\Omega}{2\pi}, \qquad \mu = \Delta F_м\delta_{эфф}, \qquad \nu = F\delta_{эфф}, \tag{19}$$

где F — частота, μ — параметр, характеризующий степень «сложности» излучаемого сигнала, а ν — относительная расстройка частоты относительно центральной частоты спектра реверберации. Тогда на основании формул (17) — (19) мы получаем следующее выражение для $D_K(\nu, t)$:

$$D_K(\nu, t) = S_0^2\langle a^2\rangle n^2(t)\,\Psi^2(t)\,\delta_{эфф}\left(\frac{2}{4\mu^2+1}\right)^{1/2}\exp\left[-\frac{\nu^2}{8\pi^3(4\mu^2+1)}\right]. \tag{20}$$

Для анализа влияния параметра μ на вид функции $D_K(\nu, t)$ удобно провести нормировку дисперсии по ее максимальному значению, которое соответствует $\mu = 0$, $\nu = 0$. Тогда для относительного среднеквадратичного значения

$$\sigma_K(\nu) = \left[\frac{D_K(\nu, t)}{\max D_K(\nu, t)}\right]^{1/2} \tag{21}$$

на основании формул (20) и (21) мы получаем выражение:

$$\sigma_K(\nu) = \frac{1}{(4\mu^2+1)^{1/4}}\exp\left[-\frac{\nu^2}{16\pi^3(4\mu^2+1)}\right]. \tag{22}$$

Отсюда следует, что функция $\sigma_K(\nu)$ имеет вид квадратичной экспоненты, показатель которой убывает с возрастанием параметра μ, т. е. при увеличении сложности излучаемого сигнала, при этом значение $\sigma_K(0)$ падает.

Интересно отметить, что при наличии в морской среде одного сосредоточенного препятствия нормированная взаимная частотно-временная корреляционная функция $R_{SS}(\nu, \tau)$ излучаемого сигнала вида (15) и сигнала, отраженного от этого препятствия, определяется соотношением типа (16):

$$R_{SS}(\nu, \tau) = \exp\left[-\frac{\pi(4\mu^2+1)}{4}\left(\frac{\tau}{\delta_{эфф}}\right)^2 - \frac{\mu(\nu-\nu_0)}{2\pi}\frac{\tau}{\delta_{эфф}} - \frac{(\nu-\nu_0)^2}{16\pi^3}\right], \tag{23}$$

где параметр ν_0 характеризует смещение центральной частоты спектра отраженного сигнала по сравнению с излучаемым. (Последнее может быть вызвано, например, движением препятствия.)

Нетрудно видеть, что при $\tau = 0$ убывание функции $R_{ss}(\nu, 0)$ по частотной оси описывается квадратичной экспонентой

$$R_{ss}(\nu, 0) = \exp\left[-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{16\pi^3} \right], \tag{24}$$

вид которой не зависит от параметра μ, т. е. от сложности сигнала. Для реверберации такой же результат имеет место только в случае тонального излучения; это следует из формулы (23), если положить $\mu = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Ольшевский. Статистические свойства морской реверберации. М., «Наука», 1966.
2. Ф. М. Вудворд. Теория вероятностей и теория информации с применением в радиолокации. М., «Сов. радио», 1955.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
15 мая 1968 г.