В заключение заметим, что экспериментально, по-видимому, легче осуществить усиление ультразвуковых колебаний в жидкости при выполнении условия пространственного резонанса для продольных колебаний пластины, так как потери на излучение в среду в этом случае значительно меньше, чем в случае изгибных колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Лямшев. Прохождение звука через пьезополупроводниковую пластину в жидкости. Акуст. ж., 1968, 14, 3, 474—476.
2. Л. М. Лямшев. Отражение звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости. М., Изд-во АН СССР, 1955.
3. В. И. Пустовойт, М. Е. Герценштейн. О возможности усиления изгибных волн. Физ. тверд. тела, 1964, 6, 3, 879—887.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
24 февраля 1969 г.

УДК 534.222

ОБ ИЗМЕНЕНИИ СПЕКТРА НЕМОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В ДИССИПАТИВНОЙ СРЕДЕ

Б. И. Максимов

В работе [1] рассматривалось во втором приближении изменение спектра периодического сигнала, распространяющегося в идеальной среде. Представляет интерес исследовать изменение спектра непериодического сигнала при его прохождении через диссипативную среду.

Будем исходить из уравнения, которое описывает распространение волн конечной амплитуды в диссипативной среде в квадратичном приближении [2, 3]

$$\frac{\partial v}{\partial z} = bv\frac{\partial v}{\partial \tau} + \delta\frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2},$$

где v — скорость, $z = kx$, $\tau = \omega t - kx$, $\omega = kc_0$,

$$b = \frac{\gamma + 1}{2c_0}, \quad \delta = \frac{b'\omega}{2\rho_0 c_0^2}, \quad b' = \frac{4}{3}\eta + \eta' + \varkappa\left(\frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_v}\right),$$

η — коэффициент сдвиговой вязкости, η' — коэффициент объемной вязкости, $\varkappa$ — коэффициент теплопроводности. В случае непериодического сигнала, когда спектр является непрерывным, представим скорость $v(z, \tau)$ в виде интеграла Фурье:

$$v(z, \tau) = \int_0^\infty A(z, y)\cdot\cos y\tau\cdot d\tau + \int_0^\infty B(z, y)\sin y\tau\cdot d\tau, \tag{1}$$

где

$$A(z, y) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^\infty v(z, \tau)\cos y\tau\cdot d\tau, \quad B(z, y) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^\infty v(z, \tau)\sin y\tau\cdot d\tau \tag{2}$$

есть трансформанты Фурье для функции $v(z, \tau)$, а переменная y играет роль безразмерной частоты.

Перейдем в уравнении (1) к трансформантам Фурье $A(z, y)$, $B(z, y)$. Тогда получим следующие уравнения для A и B:

$$\frac{\partial A(z, y)}{\partial z} = \frac{by}{4}\int_0^\infty dy'\,[-B(z, y')\cdot A(z, y + y') + A(z, y')B(z, y + y') +$$
$$+ B(z, y')A(z, y - y') + A(z, y')B(z, y - y')] - \delta y^2 A(z, y). \tag{3}$$

$$\frac{\partial B(z, y)}{\partial z} = \frac{by}{4}\int_0^\infty dy'\,[-A(z, y')\cdot A(z, y + y') - B(z, y')B(z, y + y') -$$
$$- A(z, y')\cdot A(z, y - y') + B(z, y')B(z, y - y')] - \delta\cdot y^2 B(z, y). \tag{4}$$

Предположим для простоты, что исходный спектр имеет вид прямоугольника:

$$\begin{aligned} A(z=0,\ y) &= M_1[\theta(y-\sigma_0)-\theta(y-N\sigma_0)], \\ B(z=0,\ y) &= M_2[\theta(y-\sigma_0)-\theta(y-N\sigma_0)]. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь постоянные M_1, M_2, которые имеют размерность скорости, есть амплитуды трансформант Фурье A и B соответственно, σ_0 — безразмерная постоянная, играющая роль «частоты» при которой начинается спектр, N — целое число характеризующее ширину спектра, $\theta(x)$ — ступенчатая функция, определяемая формулой

$$\theta(x)=\begin{cases} 1 & \text{при} \quad x>0, \\ 0 & \text{при} \quad x<0. \end{cases}$$

Будем решать уравнения (3), (4) при граничном условии (5) методом последовательных приближений. В качестве первого приближения имеем

$$A_1(y)=A(z=0,\ y), \qquad B_1(y)=B(z=0,\ y). \tag{6}$$

Для получения второго приближения $A_2(z,\ y)$, $B_2(z,\ y)$ подставим в правые части уравнений (3), (4) вместо A и B их первые приближения (6). После элементарных преобразований получим

$$A_2(z,\ y)=\frac{bzy}{2}\cdot\alpha-\delta zy^2A_1(y), \tag{7}$$

где

$$\begin{aligned} \alpha = -M_1M_2\{2\sigma_0[\theta(y-2\sigma_0)-\theta(y-(N+1)\sigma_0)]+ \\ +2N\sigma_0[\theta(y-2N\sigma_0)-\theta(y-(N+1)\sigma_0)]- \\ -y[\theta(y-2\sigma_0)+\theta(y-2N\sigma_0)-2\theta(y-(N+1)\sigma_0)]\}. \end{aligned}$$

$$B_2(z,\ y)=\frac{bzy}{4}\beta-\delta\cdot y^2\cdot zB_1(y), \tag{8}$$

где

$$\beta=(M_1{}^2+M_2{}^2)\left\{\frac{\alpha}{M_1M_2}-2[(N-1)\sigma_0-y]\cdot[\theta(y)-\theta(y-(N-1)\sigma_0)]\right\}.$$

Полученные формулы (7), (8) справедливы при выполнении условий

$$bz\sqrt{M_1{}^2+M_2{}^2}\cdot y^2\ll 1, \qquad \delta zy^2\ll 1.$$

Из формул (6) — (8) можно сделать следующие выводы:

1. Исходный спектр при $z=0$, занимающий область «частот» (σ_0, $N\sigma_0$) расширяется в обе стороны. Спектр при $z\neq 0$ занимает область «частот» (0, $2N\sigma_0$).
2. Спектральная плотность сигнала увеличивается быстрее для высоких частот.
3. Спектр при $z=0$ имеет как амплитудную, так и фазовую характеристики, отличающиеся от таковых для исходного спектра.
4. Влияние диссипации имеет место только в области «частот» (σ_0, $N\sigma_0$) и проявляется сильнее для высоких частот.

Эти выводы согласуются с результатами, полученными в работах [1, 3] для дискретного спектра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. К. Зарембо. О нелинейном искажении плоской волны в недиссипативной среде. Акуст. ж., 1961, 7, 2, 189—194.
2. С. И. Солуян, Р. В. Хохлов. Распространение акустических волн конечной амплитуды в диссипативной среде. Вестн. МГУ, сер. физ., 1961, 3, 52.
3. Л. К. Зарембо, В. А. Красильников. Введение в нелинейную акустику. М., «Наука», 1966.

Институт народного хозяйства
им. Г. В. Плеханова
Москва

Поступило в редакцию
7 октября 1968 г.