Для достаточно тонких твердых (или жидких) слоев последним слагаемым в уравнении (7) можно пренебречь. Условия малости этого слагаемого, являющегося вообще величиной третьего порядка по сравнению с остальными слагаемыми в уравнении (7), можно написать в виде

$$\tau_1\tau_2 \ll (z_2c_{l_1} / z_1c_{l_1}) \left|x_1^2 - \varepsilon_1(2-\varepsilon_1)\right|^{-1};$$
$$\tau_2\tau_3 \ll (z_2c_{l_2} / z_3c_{l_3}) \left|x_3^2 - \varepsilon_3(2-\varepsilon_3)\right|^{-1};$$
$$\tau_1\tau_3 \ll (z_2^2c_{l_2}^2 / z_1c_{l_1}z_3c_{l_3}) \left|[x_2^2 - \varepsilon_2(2-\varepsilon_2)] / [x_1^2 - \varepsilon_1(2-\varepsilon_1)][x_3^2 - \varepsilon_3(2-\varepsilon_3)]\right|.$$

Собственная частота радиальных колебаний трехслойной оболочки на основании уравнения (7) определяется в первом приближении формулой

$$x_{i_p} = \frac{1}{c_{l_i}} \left[\frac{\sum\limits_{k=1}^{3} (2\varepsilon_k - \varepsilon_k^2)\rho_k c_{l_k}^2 \tau_k}{\sum\limits_{k=1}^{3} \rho_k \tau_k} \right]^{1/2}_{i=1,2,3} \tag{8}$$

Аналогично формулам (6) и (8) можно получить формулу для определения собственной частоты радиальных колебаний n-слойной цилиндрической оболочки:

$$x_{i_p} = \frac{1}{c_{l_i}} \left[\frac{\sum\limits_{k=1}^{n} (2\varepsilon_k - \varepsilon_k^2)\rho_k c_{l_k}^2 \tau_k}{\sum\limits_{k=1}^{n} \rho_k \tau_k} \right]^{1/2}_{i=1,2,\ldots,n} \tag{9}$$

Числитель подкоренного выражения формулы (9) представляет сумму величин, пропорциональных жесткостям отдельных слоев; знаменатель является суммой величин, пропорциональных массам слоев. Таким образом, для тонких слоистых оболочек собственная частота радиальных колебаний определяется эффективными жесткостью и массой оболочки.

Полученные в настоящей работе результаты могут быть также применены для системы концентрических цилиндрических слоев, когда их осевые длины малы по сравнению с длиной волны, и торцы свободны от напряжений. В этом случае необходимо считать $\varepsilon_i = 1 - \nu_i$ и $c_{l_i} = \sqrt{\dfrac{E_i}{\rho_i(1-\nu_i^2)}}$, где E_i — модуль Юнга, а ν_i — коэффициент Пуассона i-слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Б. Дианов, А. Г. Кузьменко. О входных сопротивлениях цилиндрических и сферических слоистых сред. Изв. ЛЭТИ, 1968, **63**, 53—59.

Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина)

Поступило в редакцию 10 июля 1968 г.

УДК 532.528

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ РАЗМЕРОВ СТАБИЛЬНЫХ ПУЗЫРЬКОВ В ЖИДКОСТИ

С. Н. Доброхотов, О. А. Капустина, Ю. Г. Статников

Известно, что в жидкости всегда присутствуют стабильные пузырьки газа, понижающие ее прочность. Поскольку ряд физических явлений, возникающих в жидкости при распространении звуковых волн, связывают с присутствием в ней пузырьков газа, определенный интерес представляет попытка теоретического рассмотрения вопроса о виде функции, описывающей распределение пузырьков по радиусам.

Для решения этой задачи используем общие принципы статистики Гиббса [1]. Выделим элементарный объем жидкости, равный 1 *см*^{3} и находящийся под гидростатическим давлением P_0, и предположим, что в нем существуют стабильные пузырьки, причем в любом выделенном объеме их число и функция распределения по радиусам неизменны. Далее, будем считать, что каждая группа из n_i пузырьков радиуса

R_i представляет собой некую подсистему. Так как мы рассматриваем равновесное состояние, то общее число молекул газа во всех пузырьках постоянно. Обозначим число молекул газа в пузырьках с радиусами в пределах R_i до $R_i + dR_i$ через m_i. Поскольку в объеме, занимаемом одной грамм-молекулой газа, содержится $6 \cdot 10^{23}$ молекул, очевидно, что

$$m_i = \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_i} \right) v_i n_i N_A / RT, \tag{1}$$

где R — газовая постоянная, T — температура среды, N_A — число Авогадро, n_i — плотность распределения пузырьков радиуса R_i, v_i — объем пузырька. Естественно, что при равновесии удовлетворяется равенство:

$$\sum_{i=1}^{k} m_i = M = \text{const}, \tag{2}$$

где M — общее количество молекул газа в пузырьках. Каждое распределение m_i соответствует определенному состоянию системы. Количество различных распределений W из M молекул, в которых во всех пузырьках радиуса R_1 содержится m_1 молекул, во всех пузырьках радиуса R_2 — m_2 молекул и так далее, определяется известным соотношением:

$$W = \frac{M!}{m_1!\, m_2! \ldots m_k!}. \tag{3}$$

Чтобы найти наиболее вероятную функцию распределения стабильных пузырьков, необходимо решить задачу о нахождении условного экстремума функции (3), причем вид распределения зависит от заданного условия. Если потребовать выполнения только соотношения (2), то, используя метод неопределенных коэффициентов Лагранжа, мы получаем функцию распределения в следующем виде:

$$n_i = \frac{B}{R_i^3 \left(P_0 + \dfrac{2\sigma}{R_i} \right)}, \tag{4}$$

где B — некоторая постоянная. Вводя дополнительное условие о постоянстве полной энергии системы

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{2\sigma}{R_i} m_i = E = \text{const}, \tag{5}$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения, и учитывая формулу (2), получаем, что функция (3) должна иметь максимум при

$$m_i = A e^{-\frac{2\sigma}{R_i (P_0 + 2\sigma/R_i)} \beta}. \tag{6}$$

Отсюда, используя формулу (1), имеем

$$n_i = B e^{-\frac{\beta'}{R_i (P_0 + 2\sigma/R_i)}} / R_i^3 \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_i} \right), \tag{7}$$

где $\beta' = 2\sigma\beta$, β и B — постоянные. Заметим, что физически условие (5) означает, что полная поверхность пузырьков сохраняет постоянное значение.

Проведенное рассмотрение показывает, что, если в жидкости существуют стабильные пузырьки, их распределение с необходимостью должно описываться функциями (4) или (7) в соответствии с поставленными условиями.

Заметим, что положение максимума в распределении, описываемом функцией (7), можно определить из условия $\partial n_i / \partial R_i = 0$ следующим соотношением:

$$3P_0^2 R_i^2 + P_0 (10\sigma - \beta') R_i + 8\sigma^2 = 0. \tag{8}$$

Если бы был известен механизм стабилизации пузырьков, можно было, используя кинетические уравнения, точно рассчитать постоянные β' и B в соотношении (7). Использованный при его выводе метод статистики Гиббса настолько универсален, что оказалось возможным найти вид функции распределения в общем виде, не прибегая к кинетическим уравнениям Больцмана (к сожалению, с точностью до постоянных).

Однако соотношение (7) позволяет установить асимптотику функции распределения; при $R_i \gg 2\sigma / P_0$ эта функция ведет себя как $1 / R_i^3$, а при $R_i \to 0$ число пузырьков стремится к бесконечности, как $1 / R_i^2$. Из соотношения (7) следует также, что распределение пузырьков обладает максимумом при значении R_i, удовлетворяющем соотношению (8).

Постановка настоящей задачи была предложена покойным Л. Д. Розенбергом, который принял также участие в дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Зоммерфельд. Термодинамика и статистическая физика. М., ИЛ, 1955.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
23 декабря 1968 г.

УДК 534.835.464

О РАСЧЕТЕ ЗАТУХАНИЯ ШУМА В ГЛУШИТЕЛЯХ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

И. Ф. Егоров

Строгое решение задачи о затухании звука в глушителе активного типа может быть дано только на основании волновой теории [1, 2]. При этом звукопоглощающая облицовка глушителя должна характеризоваться ее нормальным импеданцем. Однако в тех случаях, когда приходится иметь дело с глушителями сложной конфигурации, которые включают в себя элементы, способствующие образованию в глушителе нерегулярного звукового поля (повороты, сужения, расширения, выступы или экраны), расчет глушителей на основании волновой теории становится практически невозможным.

Глушители сложной конфигурации, применяющиеся в основном для снижения аэродинамического шума крупных промышленных установок, представляют собой конструкции, линейные размеры которых превышают длины звуковых волн почти во всем диапазоне частот, представляющих интерес. Это позволяет применить для разработки расчетного способа определения частотных характеристик таких глушителей статистические методы архитектурной акустики.

Пусть E_1 и E_2 представляют соответственно звуковые энергии на входе и выходе глушителя. Связь между ними может быть представлена соотношением $E_2 = E_1(1-\alpha)^n$, где α — коэффициент звукопоглощения облицовки глушителя, n — число отражений. Известно, что среднее число отражений в единицу времени $n_1 = c_0 S / 4V$, где c_0 — скорость звука в воздухе. S и V представляют в данном случае соответственно площадь внутренних поверхностей глушителя, облицованных звукопоглотителем, и объем его проходного канала.

За время t, потребное для прохождения звуковых волн через глушитель, число отражений будет $n = c_0 S t / 4V$. Время t может быть представлено как $t = l / c_0$, где l — длина глушителя. Тогда $E_2 = E_1(1-\alpha) Sl / 4V$.

Затухание звука в глушителе Δ может быть определено теперь следующим образом:

$$\Delta = 10 \lg \frac{E_2}{E_1} = -2{,}5 \frac{Sl}{V} \lg(1-\alpha)\, дб. \qquad (1)$$

Принятая выше модель затухания звука в глушителе сложной конфигурации аналогична той, которая использовалась Эйрингом при выводе формулы для времени реверберации звука в помещении. Заметим, что в глушителе сложной конфигурации не может быть осевых или касательных волн. В связи с этим процесс затухания в нем будет определяться однозначно, так как коэффициенты затухания косых волн приблизительно одинаковы. Это подтверждает возможность использования формулы (1) при расчетах глушителей сложной конфигурации.

Полагая, что статически неупорядоченный характер звукового поля сохраняется по всей длине глушителя, можно установить связь между зависимостью (1) и известной формулой Белова [3], характеризующей затухание шума в глушителях, имеющих простые геометрические формы:

$$\Delta = 1{,}09 \frac{\Pi l}{S_0} \alpha \; дб, \qquad (2)$$

где Π и S_0 — соответственно периметр и площадь проходного сечения глушителя, l — его длина, α — коэффициент звукопоглощения облицовки глушителя. Для прямо-