

Таким образом, влияние нелинейных искажений в высокочастотной области спектра настолько велико, что приводит к формированию универсального вида спектра, независимо от характера спектра источника возмущений.

В заключение отметим следующий факт. При изучении спектра шума, излучаемого изотропной турбулентностью, в работе [3] на основе известной модели Лайтхилла получены результаты о характере распределения энергии шума по спектру, по существу совпадающие с выводами, полученными здесь. В рамках предположений, сделанных в работе [3], характер зависимости в высокочастотной области спектра ($\epsilon, \omega^{-7/2}$) является универсальным и не зависит от природы сил, вынуждающих турбулентное движение, в то же время спектр низкочастотного шума зависит от крупномасштабных вихрей и не может определяться универсальным образом. По-видимому, такое совпадение при описании различных нелинейных явлений не случайно, а является результатом некоторой общности динамики нелинейных взаимодействий в механике сплошных сред.

Автор благодарит Р. В. Хохлова за полезное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГТТИ, 1953.
2. R. V. Khokhlov, K. A. Naugolnych, S. I. Solyan. Waves of moderate amplitudes in absorbing media. *Acustica*, 1964, 14, 5, 248—253.
3. W. Meecham, G. Ford. Acoustic radiation from isotropic turbulence. *J. Acoust. Soc. America*, 1958, 30, 318.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
10 февраля 1969 г.

УДК 534.231.3

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ ИМПЕДАНЦ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПО ОТНОШЕНИЮ К ТОЧЕЧНОЙ СИЛЕ

В. Т. Ляпунов, Т. Д. Рожина

Концепция характеристического импеданца многорезонансных колебательных систем, предложенная Скучиком [1], позволяет получить некоторое осредненное значение механического сопротивления системы (среднее между его максимальными и минимальными значениями на резонансах и антирезонансах соответственно), знание которого может быть использовано при приближенной оценке взаимодействия системы, в частности оболочки, с различными присоединенными к ней конструкциями (например сосредоточенными массами). Физически такое сопротивление соответствует случаю достаточно большой конструкции, когда резонансов настолько много, что резонансные кривые соседних мод перекрываются.

Рассмотрим задачу о гармонических колебаниях ограниченной по длине круговой цилиндрической оболочки (l — длина оболочки, R — радиус) под действием гармонической сосредоточенной силы частоты ω . Зависимость от времени вида $\exp(+i\omega t)$ в дальнейшем для краткости опускается. Вынужденные колебания оболочки и возмущающее усилие, как обычно [2, 3], представим в виде ряда по собственным функциям колебаний оболочки $\psi_{mn}(x, y)$ (x, y — текущие координаты по оси и окружности оболочки):

$$W = i\omega \sum_{m,n} \frac{P_{mn} \psi_{mn}(x, y)}{M [\omega_{mn}^2 (1 + i\eta) - \omega^2]} \quad (1)$$

где W — колебательная скорость оболочки в направлении радиуса, m — число полуволн в направлении оси, n — число волн по окружности, M — масса оболочки на единицу площади поверхности, ω_{mn} — собственные частоты, η — коэффициент потерь, P_{mn} — коэффициент разложения возмущающего усилия. Задав сосредоточенную в точке x_0, y_0 силу как распределение давлений по поверхности оболочки в виде δ -функции $P(x, y) = F_0 \delta(x - x_0) \delta(y - y_0)$, получим $P_{mn} = \psi_{mn}(x_0, y_0) 4F_0 / S$ (S — площадь поверхности оболочки) и выражение для механического сопротивления оболочки

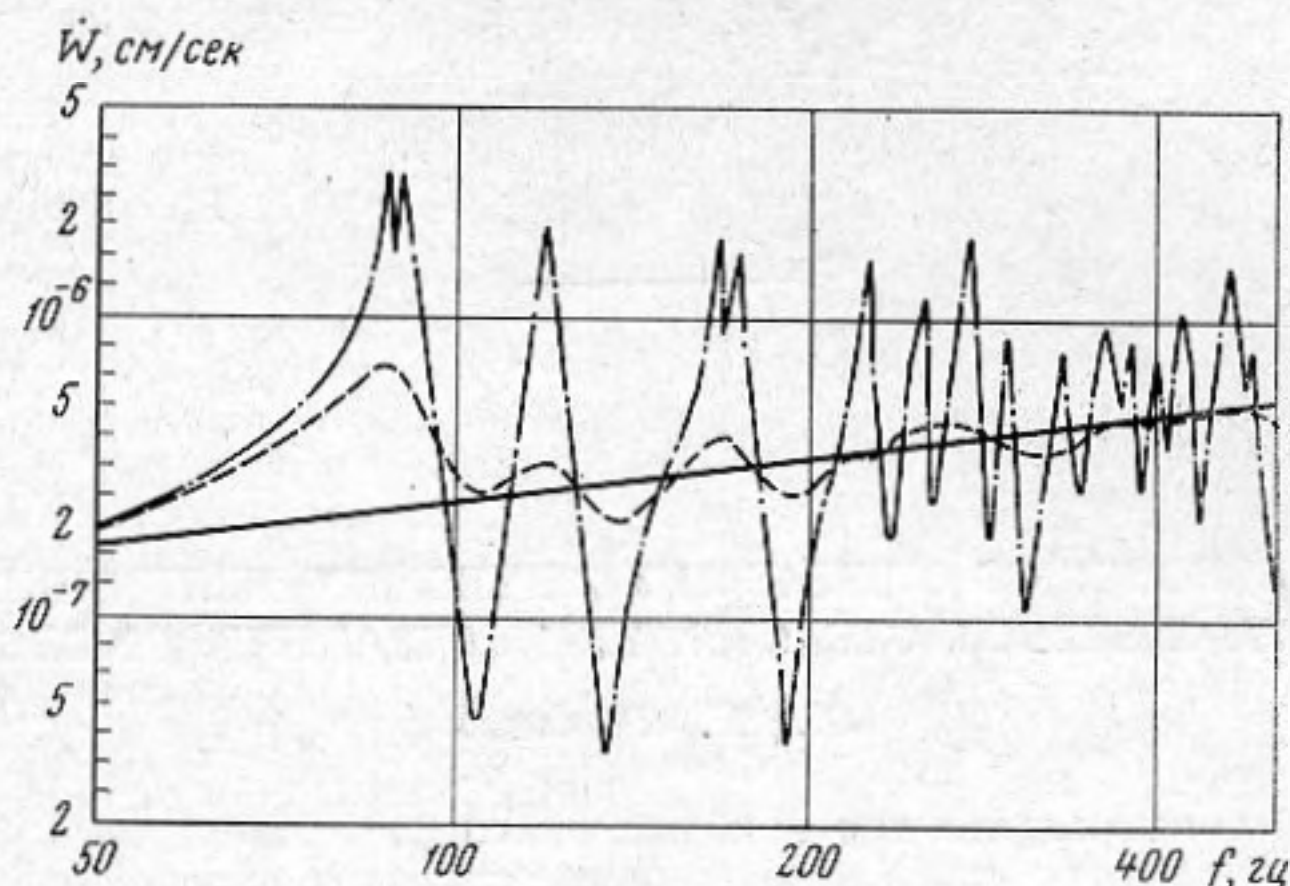
$$Z_0(x_0, y_0; x, y) = \frac{S}{4i\omega} \left\{ \sum_{m,n} \frac{\psi_{mn}(x, y) \psi_{mn}(x_0, y_0)}{M [\omega_{mn}^2 (1 + i\eta) - \omega^2]} \right\}^{-1} \quad (2)$$

Расчет вынужденных колебаний по формуле (2) хотя и не сложен, но требует применения ЦВМ. В соответствии с концепцией характеристического импеданца в формуле (2) можно от суммирования перейти к интегрированию по собственным частотам всех мод, используя при этом асимптотические данные о средней плотности резонансов $\partial N / \partial \omega_{mn}$ системы

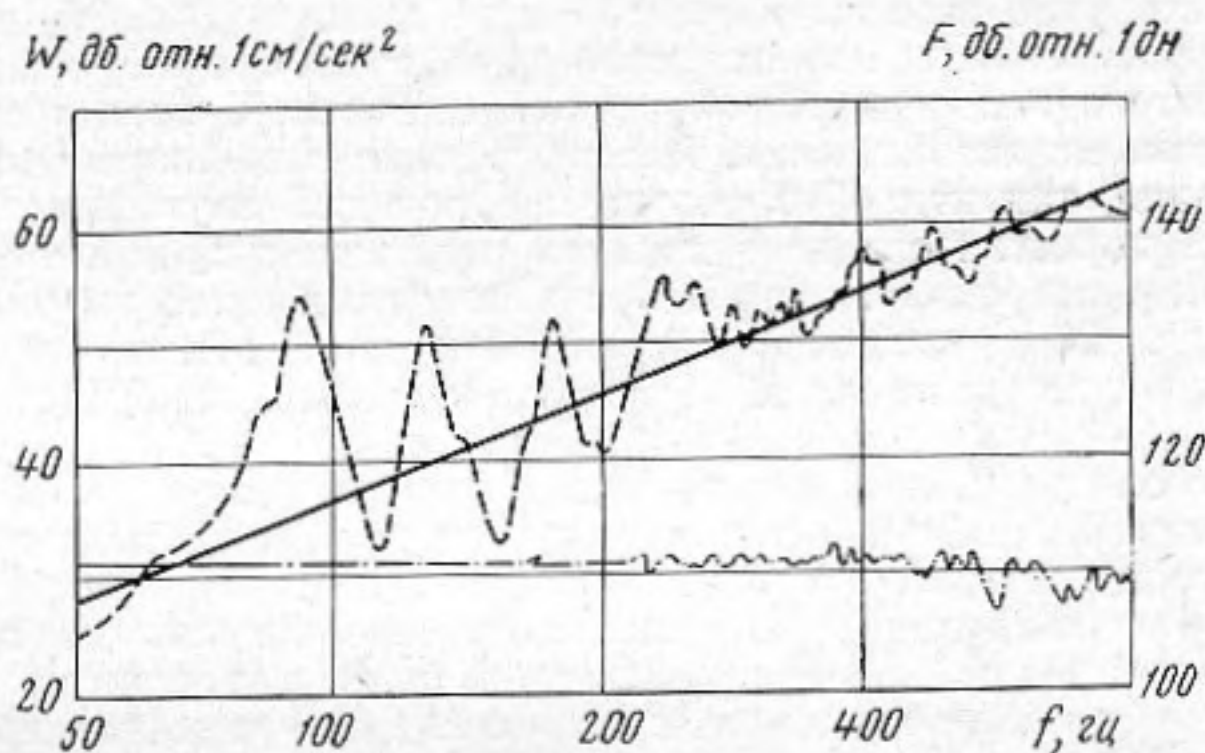
$$\frac{1}{Z_c} = \frac{4i\omega}{SM} \int_{\omega_1}^{\infty} \frac{\partial N}{\partial \omega_{mn}} \cdot \frac{\partial \omega_{mn}}{\omega_{mn}^2(1+i\eta) - \omega^2}, \quad (3)$$

где ω_1 — низшая резонансная частота системы.

На частотах, превышающих так называемую кольцевую частоту ($\omega > \omega_0 = c_L / R$, c_L — скорость продольных волн в материале оболочки), плотность резонансов для цилиндрической оболочки, по данным Хекля [2], практически не зависит от частоты и соответствует плотности резонансов пластины такой же толщины и длины с шириной, равной половине окружности оболочки. На низких частотах ($\omega < \omega_0$) плотность резонансов оболочки уменьшается приблизительно пропорционально корню из частоты. Соответственно, на высоких частотах характеристическое сопротивление оболочки совпадает с характеристическим сопротивлением пластины $Z_p = 8\sqrt{MD}$, где D — цилиндрическая жесткость оболочки (пластины). На низких частотах, выпол-



Фиг. 1



Фиг. 2

нив интегрирование в выражении (3), получим следующую формулу для характеристического импеданца оболочки:

$$Z_c = \frac{1}{\sqrt{2}} Z_p \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega}} \cdot (1 - i) \quad (\omega < \omega_0). \quad (4)$$

На фиг. 1 для шарнирно опертой по торцам оболочки представлены частотные зависимости колебательной скорости в точке приложения единичной силы, рассчитанные по формуле (2) при значениях коэффициентов потерь: $\eta = 0,2$ (штриховая линия) и $\eta = 0,02$ (штрих-пунктирная линия). Выражения для собственных функций

и частот свободных колебаний таких оболочек широко известны. Там же приведена кривая, рассчитанная с помощью формулы (4) (сплошная линия). Расчеты произведены для стальной оболочки следующих размеров: $R = 40,3$ см; $l = 208$ см; толщина стенок — 0,3 см. Сравнение показывает, что характеристический импеданс (4) успешно описывает осредненную реакцию оболочки.

Получена также экспериментальная частотная зависимость колебательного ускорения в точке возбуждения (штриховая кривая на фиг. 2) при постоянном по амплитуде возмущающем усилии, приложенном посередине длины оболочки. Усилие, контролировавшееся пьезоэлектрическим датчиком силы, помещенным между возбудителем и оболочкой, представлено штрих-пунктирной кривой. Расчетная величина осредненного колебательного ускорения (сплошная кривая), полученная с использованием характеристического импеданса, согласуется с осредненным экспериментальным значением.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Skudrzyk. Vibrations of a system with a finite or an infinite number of resonances. J. Acoust. Soc. America, 1958, 30, 2, 1140—1152.
2. M. Heckl. Vibrations of point-driven cylindrical shells. J. Acoust. Soc. America, 1962, 34, 10, 1953—1957.
3. J. J. Polladino, V. H. Neubert. Mobility of a long cylindrical shell. J. Acoust. Soc. America, 1967, 42, 2, 403—411.

Ленинград

Поступило в редакцию
21 октября 1968 г.

УДК 534.231

К ВОПРОСУ ОБ ОЦЕНКЕ АКУСТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ЩЕЛЕВОМ ОТСАСЫВАНИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Л. М. Лямшев

В работе [1] показано, что для приближенного расчета среднего квадрата флуктуаций давления в акустическом поле пограничного слоя при его отсасывании с поверхности упругой пластины (оболочки) необходимо, по меньшей мере, знать решение вспомогательной дифракционной задачи и функцию корреляции флуктуаций давления, действующих на поверхность тела со стороны пограничного слоя. Там же отмечалось, что в случае щелевого отсасывания наличие щелей приводит как бы к появлению дополнительных поверхностных источников шума, хотя, как и в случае турбулентного потока над однородной упругой пластиной, происхождение шума связано с квадрупольными источниками. Поверхностные источники имеют «дифракционное» происхождение, так как обусловлены дифракцией звуковых волн, излучаемых квадрупольными, на щелях. Последнее явилось следствием предположения, что шириной щели можно пренебречь, т. е. пренебречь влиянием щели на свойства гидродинамических флуктуаций давления в пограничном слое. Между тем, в действительности, ширина щели всегда конечна и возникает вопрос, как учесть конечность ширины щели.

Прежде всего следует ожидать, что при обтекании поверхности тела (пластины) с щелями у передней и задней кромок щели могут возникать и отрываться вихри. Это может привести к появлению некоторых дополнительных сил и моментов гидродинамического происхождения, действующих на поверхность тела со стороны пограничного слоя у краев щели. Действие указанных сил и моментов должно быть учтено при формулировке гранично-контактных условий. Дифференциальные уравнения (4) и (3) (см. работу [1]), соответствующие гранично-контактным условиям, теперь примут вид [2]

$$Kw^{(1)}(\mathbf{r}_0^s) = Q_v^{(1)}(w^{(1)}) - \hat{Q}_v^{(1)} + \frac{\partial M_{vl}^{(1)}(w^{(1)})}{\partial l} - \frac{\partial \hat{M}_{vl}}{\partial l}, \Big|_{\Gamma}$$

$$N \frac{\partial w^{(1)}(\mathbf{r}_0^s)}{\partial v} = M_v^{(1)}(w^{(1)}) - \hat{M}_v^{(1)}, \Big|_{\Gamma}$$

Напомним, что K и N — дифференциальные операторы самосопряженного типа, \hat{Q}_v , \hat{M}_v и \hat{M}_{vl} — силы и моменты, действующие со стороны потока, а $Q_v(w)$, $M_v(w)$ и $M_{vl}(w)$ соответственно силы и моменты, действующие со стороны пластины, на ребра