АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XVI 1970 Вып. 4

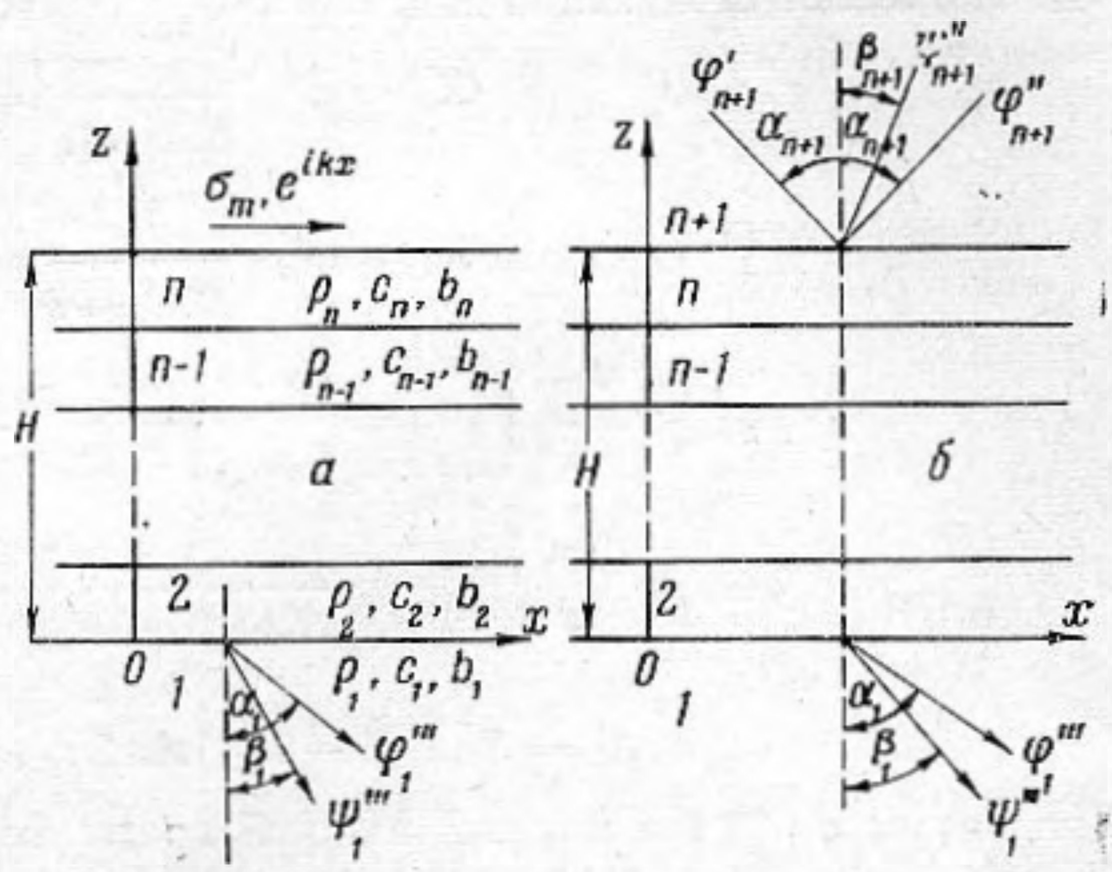
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.232

О НАПРАВЛЕННОСТИ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ, РАБОТАЮЩИХ ЧЕРЕЗ ПЕРЕХОДНЫЕ СЛОИ

Б. Н. Алексеев, Д. Б. Дианов

Вопрос об излучении звука бесконечной пластиной, возбуждаемой сосредоточенной силой, неоднократно рассматривался в литературе [1—4]. В этих работах пластина предполагалась тонкой. В некоторых задачах технической акустики, как например при работе стержневых преобразователей через согласующие слои [5, 6], представляет интерес характер звукового поля при конечной толщине пластины. Случай работы излучателя через один или несколько плоскопараллельных слоев произвольной толщины интересен также и для ряда задач ультразвуковой дефектоскопии и геоакустики.



Рассмотрим вначале следующую вспомогательную двумерную задачу. Пусть имеется система из n твердых плоскопараллельных слоев (фиг. 1, *а*), граничащая снизу с полубесконечной твердой средой. Материалы слоев и полубесконечной среды будем характеризовать плотностью ρ_i и скоростями продольных c_i и поперечных b_i волн, $i = 1, 2, \dots n$. Пусть на внешней поверхности n-го слоя задана компонента нормального напряжения σ_{zz} в виде бегущей волны *:

$$\sigma_{zz}|_{z=H} = \sigma_{m_1} e^{ikx},$$
$$\sigma_{xz}|_{z=H} = \sigma_{yz}|_{z=H} = 0, \quad (1)$$

где k — произвольное вещественное число ($0 \leqslant |k| < \infty$). Тогда в нижнем полупространстве возникают две излученные волны: продольная φ''', распространяющаяся под углом α_1, и поперечная ψ''' — под углом β_1, причем

$$\alpha_1 = \arcsin(kc_1 / \omega), \quad \beta_1 = \arcsin(kb_1 / \omega).$$

Амплитуды потенциалов φ''' и ψ''' могут быть рассчитаны непосредственно из решения соответственной граничной задачи для системы из n-слоев. Однако более удобным является определение потенциалов через коэффициенты передачи, поскольку последние легко выражаются через известные коэффициенты отражения и прозрачности системы, состоящей из n-слоев.

Определим коэффициенты передачи как отношение потенциала на «выходе» слоистой среды ($z = 0$) к напряжению, действующему на «входе» ($z = H$):

$$K_1 = -\omega^2\rho_1 \frac{\varphi'''|_{z=0}}{\sigma_{zz}|_{z=H}}, \quad K_2 = -\omega^2\rho_1 \frac{\psi'''|_{z=0}}{\sigma_{zz}|_{z=H}}. \quad (2)$$

Множитель $-\omega^2\rho_1$ введен с той целью, чтобы в случае $b_1 = 0$ (жидкое полупространство) коэффициент передачи K_1 представлял собой отношение давлений на «выходе» и «входе» слоистой среды.

Найдем связь коэффициентов передачи с коэффициентами отражения и прозрачности для системы, состоящей из n слоев. Пусть из среды с номером $n + 1$ (фиг. 1, *б*)

* Множитель $e^{-i\omega t}$ мы отбрасываем.

падает продольная волна φ'. При этом возникают две отраженных волны: продольная φ'' и поперечная ψ'', а также две прошедших: φ''' и ψ'''.

Вводя коэффициенты отражения и прозрачности $R_{\varphi\varphi} = \varphi'' / \varphi'$, $R_{\varphi\psi} = \psi'' / \varphi'$, $D_{\varphi\varphi} = \varphi''' / \varphi'$, $D_{\varphi\psi} = \psi''' / \varphi'$, рассчитываемые известными методами [7], несложно получить выражения:

$$K_1 = \frac{D_{\varphi\varphi}\rho_1}{\rho_{n+1}\Delta_1}, \qquad K_2 = \frac{D_{\varphi\psi}\rho_1}{\rho_{n+1}\Delta_1},$$
$$\Delta_1 = (1 - 2S^2_{n+1}\sin^2\alpha_{n+1})(1 + R_{\varphi\varphi}) + R_{\varphi\psi}\sin 2\beta_{n+1}, \qquad S_{n+1} = \frac{b_{n+1}}{c_{n+1}}, \tag{3}$$

ρ_{n+1}, c_{n+1}, b_{n+1} — плотность и скорости распространения продольных и поперечных волн в среде с номером $n + 1$; α_{n+1}, β_{n+1} — углы отражения продольной и поперечной волн в той же среде.

Через коэффициенты отражения и прозрачности могут быть также выражены и удельные входные импеданцы слоистой среды при наклонном излучении:

$$Z_{\text{вх}_1} = \frac{-\sigma_{zz}}{\dot w}\bigg|_{z=H} = \frac{\rho_{n+1}b_{n+1}\Delta_1}{R_{\varphi\psi}\sin\beta_{n+1} - S_{n+1}(1 - R_{\varphi\varphi})\cos\alpha_{n+1}},$$
$$Z_{\text{вх}_2} = \frac{-\sigma_{zz}}{\dot u}\bigg|_{z=H} = \frac{-\rho_{n+1}b_{n+1}\Delta_1}{R_{\varphi\psi}\cos\beta_{n+1} - S_{n+1}(1 + R_{\varphi\varphi})\sin\alpha_{n+1}}. \tag{4}$$

Здесь $\dot u$, $\dot w$ — x — и z — составляющие скорости соответственно.

Аналогичные формулы можно получить и для случая, когда на внешней поверхности n-го слоя задана в виде бегущей волны компонента касательного напряжения σ_{xz}. Они имеют следующий вид:

$$K_3 = \omega^2\rho_1\frac{\varphi'''|_{z=0}}{\sigma_{xz}|_{z=H}} = \frac{D_{\varphi\varphi}\rho_1}{\rho_{n+1}\Delta_2},$$
$$K_4 = \omega^2\rho_1\frac{\psi'''|_{z=0}}{\sigma_{xz}|_{z=H}} = \frac{D_{\varphi\psi}\rho_1}{\rho_{n+1}\Delta_2},$$

$$Z_{\text{вх}_3} = \frac{\sigma_{xz}}{\dot u}\bigg|_{z=H} = \frac{\rho_{n+1}b_{n+1}\Delta_2}{S_{n+1}(1 + R_{\varphi\varphi})\sin\alpha_{n+1} - R_{\varphi\psi}\cos\beta_{n+1}},$$
$$Z_{\text{вх}_4} = \frac{\sigma_{xz}}{\dot w}\bigg|_{z=H} = \frac{-\rho_{n+1}b_{n+1}\Delta_2}{S_{n+1}(1 - R_{\varphi\varphi})\cos\alpha_{n+1} - R_{\varphi\psi}\sin\beta_{n+1}}, \tag{5}$$

$$\Delta_2 = S^2_{n+1}(1 - R_{\varphi\varphi})\sin 2\alpha_{n+1} + R_{\varphi\psi}\cos 2\beta_{n+1}.$$

Для частного случая жидкой нижней среды формулы (3) и (4) существенно упрощаются. Полагая для простоты $\rho_{n+1} = \rho_1$, $c_{n+1} = c_1$, $b_{n+1} = b_1 = 0$, имеем

$$K_1 = \frac{D_{\varphi\varphi}}{1 + R_{\varphi\varphi}}, \qquad Z_{\text{вх}_1} = -\frac{\rho_1 c_1}{\cos\alpha_1}\frac{1 + R_{\varphi\varphi}}{1 - R_{\varphi\varphi}}. \tag{6}$$

Располагая формулами для коэффициентов передачи при наклонном излучении, можно найти интегральное выражение, описывающее звуковое поле в нижней полубезграничной среде при любом распределении источников, действующих на «входе» слоистой среды.

Рассмотрим для конкретности следующий вид источника, действующего на «входе» слоистой среды:

$$\sigma_{zz}|_{z=H} = \begin{cases} -p_m & \text{при} \quad x^2 + y^2 \leqslant a^2 \\ 0 & \text{при} \quad a^2 < x^2 + y^2 < \infty. \end{cases} \tag{7}$$

Разлагая распределение (7) в интеграл Фурье и используя метод, разработанный Бреховских [7], мы получим следующее выражение для потенциала звукового поля в полубезграничной среде:

$$\varphi'''(x, y, z) = \frac{p_m a^2 k_1^2}{4\pi\omega^2\rho_1}\int_0^{\pi/2 - i\infty}\int_0^{2\pi}\Phi(\alpha_1)K_1(\alpha_1)\sin\alpha_1 e^{ik_1R}\,d\psi_1\,d\alpha_1, \tag{8}$$

где

$$R = x\sin\alpha_1\cos\psi_1 + y\sin\alpha_1\sin\psi_1 - z\cos\alpha_1, \qquad \Phi(\alpha_1) = \frac{2J_1(k_1 a\sin\alpha_1)}{k_1 a\sin\alpha_1}\cos\sigma_1.$$

Аналогичная формула может быть написана и для потенциала ψ'''. Асимптотическая оценка интеграла (8) дает следующий результат:

$$\varphi'''(\alpha_1, R) \sim \frac{p_m a^2}{2\rho_1 c_1^2 k_1 R} \cdot \Phi(\alpha_1) K(\alpha_1) \bar{e}^{i(k_1 R - \pi/2)}.$$

Здесь α_1 и R — координаты точки наблюдения. Характеристика направленности рассматриваемого излучателя определяется функцией $\Phi(\alpha_1) \cdot K(\alpha_1)$. Первый множитель этой функции $\Phi(\alpha_1)$ представляет собой характеристику направленности излучателя при нагрузке непосредственно на жидкую среду, второй множитель — коэффициент передачи $K_1(\alpha_1)$ — дает дополнительную угловую поправку, связанную с наличием переходных слоев и сдвиговой упругости полубесконечной среды. В том случае, когда нижнее полупространство является жидким, коэффициент передачи $K_1(\alpha_1)$ определяет поправку к характеристике направленности, связанную исключительно с угловой зависимостью трансформирующих свойств слоистой среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Е. Тамм, Л. М. Бреховских. О вынужденных колебаниях бесконечной пластинки, соприкасающейся с жидкостью. Ж. техн., физ., 1946, 16, 879—888.
2. M. Heckl. Abstrahlung von einer punktförmig angeregten unedlich grossen Platte unter Wasser. Acustica, 1963, 13, 182—190.
3. Л. Я. Гутин. Звуковое излучение бесконечной пластинки, возбуждаемой нормальной к ней сосредоточенной силой. Акуст. ж., 1964, 10, 4, 431—434.
4. D. Feit. Pressure radiated by a point-excited elastic plate. J. Acoust. Soc. America, 1966, 40, 6, 1489—1494.
5. Д. Б. Дианов. Об излучении ультразвуковых волн через плоскопараллельные слои. Акуст. ж., 1959, 5, 1, 31—37.
6. Д. Б. Дианов, В. М. Кузнецов. Влияние переходных слоев на частотные характеристики стержневых пьезопреобразователей. Изв. ЛЭТИ, 1968, 63, 60—78.
7. Л. М. Бреховских. Волны в слоистых средах. М., Изд-во АН СССР, 1957.

Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина)

Поступило в редакцию 14 сентября 1968 г.

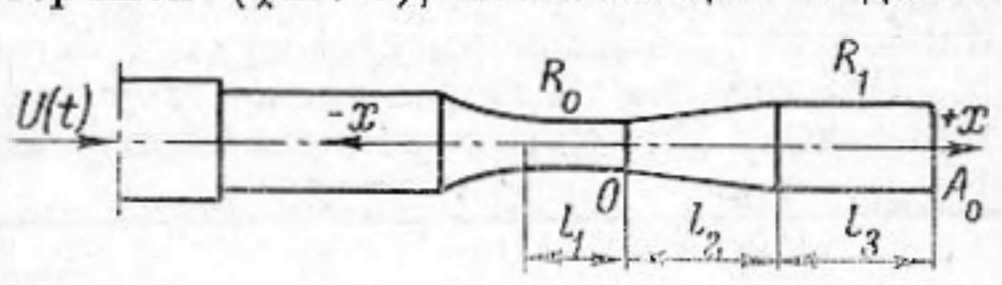
УДК 534.29

К ИЗУЧЕНИЮ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ РАЗРУШЕНИЙ СТЕРЖНЕЙ

Ю. Ф. Балалаев

Исследования диссипативного нагрева и разрушений резонансных стержней при продольных колебаниях представляют интерес для характеристики механической прочности материалов, определения затрат энергии на разрушение, изучения кинетики зарождения и распространения трещин и других вопросов [1—2].

Теоретическое и экспериментальное изучение ультразвуковых разрушений удобно проводить на примере трехзвенных стержней (фиг. 1), позволяющих создавать разрыв самых прочных сталей и сплавов благодаря усилению деформаций в области сужения стержня.



Фиг. 1

В одномерном приближении решение уравнения продольных колебаний для смещений имеет вид

$$n = F(\varepsilon)(A \cos k'x + B \sin k'x), \quad (1)$$

где k' — волновое число, учитывающее дисперсионную зависимость фазовой скорости продольных волн в функции от быстроты расширения рупора [3], $F(x) = 1/R(x)$, $R(x)$ — радиус конического, экспоненциального или катеноидального рупора вдоль координаты x. На участках $R = \text{const}$ $F(x) = 1$.

Граничные условия задачи следующие: на свободном конце деформация и смещение равны соответственно

$$u_3' = 0 \text{ и } u_3 = A_0 \quad (2)$$

В известном нам месте максимальной деформации, т. е. при $x = -l_1$

$$u_1' = \varepsilon_{\max} \quad (3)$$

Кроме того, при $x = 0$

$$u_1 = u_2 \qquad u_1' = u_2' \quad (4)$$