

ду максимумами 0 и +1 или -1  $d = F \cdot \operatorname{tg} \alpha_1$ , где  $\alpha_1 = \operatorname{arc} \sin \frac{2\lambda}{\Lambda}$  — угол первого порядка дифракции на френелевской решетке голограммы. Вследствие малости углов дифракции  $\operatorname{tg} \alpha_1 \approx \alpha_1$ ,  $\operatorname{tg} \beta_1 \approx \beta_1$ . С учетом (2)  $\frac{D}{d} = \frac{\Lambda \cdot \sin \theta}{2\lambda}$ , откуда  $\lambda = \frac{2\lambda D}{d \cdot \sin \theta}$  (3).

На фиг. 3  $\frac{D}{d} = 11,3$ , тогда по формуле (3) имеем  $\lambda = 0,23$  м. Таким образом, интерференционная решетка голограммы задает «эталонный» угол дифракции, с которым удобно сравнивать углы дифракционных спектров различных звуковых полей. Применяя известный метод многократной экспозиции [5], на одной голограмме можно записать спектры нескольких полей и исследовать их по одному восстановленному изображению.

Авторы благодарят Г. И. Рукмана и В. А. Савельева за обсуждение результатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A. Alippi, L. Palmieri. New holographic method for the investigation of light diffraction by ultrasonic standing waves. *Acustica*, 1968, 20, 2, 84—87.
2. Дж. Строук. Введение в когерентную оптику и голографию. М., «Мир», 1967.
3. О. Nomoto. On the fine structure of the visibility curves of the stationary ultrasonic waves. *J. Phys. Soc. Japan*, 1947, 2, 1, 1—5.
4. C. V. Raman, N. S. Nath. The diffraction of light by high frequency sound waves. *Proc. Indian Acad. Sci.*, 1936, A3, 1, 75.
5. R. J. Collier, E. T. Doherty, K. S. Pennington. Application of moire techniques to holography. *Appl. Phys. Lett.*, 1965, 7, 8, 223—225.

Московский станкоинструментальный институт

Поступило в редакцию  
22 октября 1969 г.

УДК 534.22

### ФАЗОВЫЕ СКОРОСТИ ПОВЕРХНОСТНЫХ УПРУГИХ ВОЛН В ПЛОСКОСТИ СИММЕТРИИ УПРУГИХ СВОЙСТВ $\alpha$ -КВАРЦА

*Д. Ф. Кравченко, Д. А. Турсунов*

В ряде статей [1—4] опубликованы расчетные и экспериментальные данные о фазовых скоростях поверхностных упругих волн на свободной границе  $\alpha$ -кварца, являющейся плоскостью симметрии упругих свойств. Однако полученные результаты оставляют неясным вопрос о числе волн, которые могут распространяться вдоль произвольного направления на плоскости. Ниже приводятся результаты вычислений для незатухающих в направлении распространения поверхностных волн в плоскости симметрии  $YZ$  кристалла кварца. Для каждого кристаллографического направления поиск корней, удовлетворяющих характеристическому уравнению и уравнению граничных условий, производился в области значений скорости, не превышающей скорости медленной объемной волны. Соответственные уравнения и методика вычислений описаны в работе [2]. В отличие от этой работы, в наших расчетах использованы более точные значения модулей упругости, приведенные в таблице работы [5].

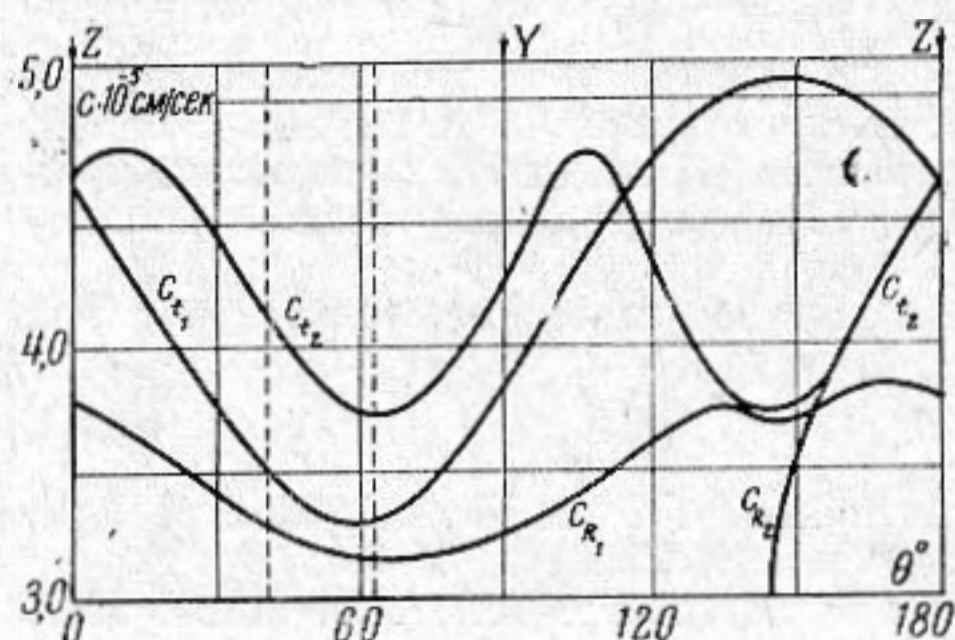
Расчетные данные представлены в виде кривых на фиг. 1, цифра при  $c_R$  означает номер поверхностной волны. Здесь же нанесены значения скоростей медленных объемных волн, вычисленных по формулам

$$c_{t_1} = \sqrt{c_{55}'/\rho}, \quad v_{t_2} = \left[ \frac{c_{33}' + c_{44}'}{2\rho} - \sqrt{\frac{(c_{33}' + c_{44}')^2}{4\rho^2} - (c_{33}'c_{44}' - c_{34}'^2)} \right]^{1/2}$$

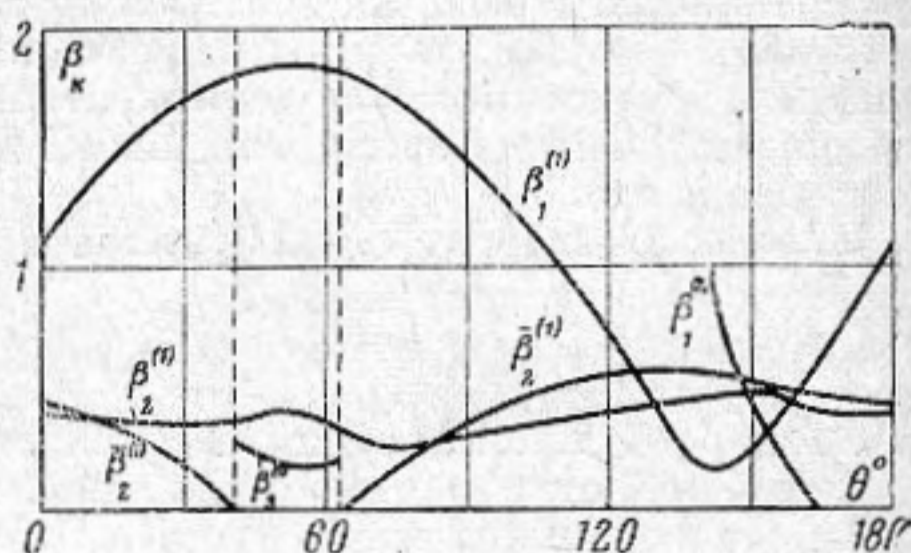
( $c_{ik}'$  — компоненты тензора упругих модулей в системе координат  $X'Y'Z'$ ,  $\rho = 2,65$  г/см<sup>3</sup> — плотность кварца). Видно, что в плоскости  $YZ$  кварца кроме волны  $c_{R_1}$ , найденной в указанных выше работах, в секторе направлений  $\Theta = 141^\circ \div 162^\circ$  существует решение для второй поверхности волны  $c_{R_2}$ . Вдоль направления  $\Theta = 51^\circ$

$c_{ik}^E \cdot 10^{-10}$ , дн/см <sup>2</sup>	$c_{11}^E$	$c_{33}^E$	$c_{44}^E$	$c_{66}^E$	$c_{12}^E$	$c_{13}^E$	$c_{14}^E$
	86,74	107,2	57,94	39,88	6,99	11,91	-17,91

также распространяются две волны, имеющие близкие, но различные величины фазовой скорости и постоянных глубинного затухания:  $c_{R_1} = 3,1901 \cdot 10^5$  см/сек,  $\beta_1 = 1,8399$ ,  $\beta_2 = 0,4258$ ,  $\beta_3 = 0,1769$ ;  $c_{R_2} = 3,2724 \cdot 10^5$  см/сек,  $\beta_1 = 1,8268$ ,  $\beta_2 = 0,4012$ ,  $\beta_3 = 0,1182$ . По-видимому, отклонение от плавного хода кривой фазовой скорости в окрестности  $\theta \approx 60^\circ$ , обнаруженное экспериментально в статье [2], связано не с изменением типа поверхностной волны, как это предполагалось, а с наличием второй волны, имеющей большую фазовую скорость. Для волны  $c_{R_2}$  характерно резкое возрастание скорости от 0 при  $\theta \approx 141^\circ$  до  $c_{t_2}$  при  $\theta \approx 162^\circ$ . Таким образом, если волна



Фиг. 1



Фиг. 2

$c_{R_1}$  существует вдоль любого направления в плоскости  $YZ$  кварца, то для распространения второй поверхностной волны плоскость симметрии является запрещенной за исключением узкого интервала направлений ( $\Delta\theta \approx 21^\circ$ ). Волна  $c_{R_2}$  также, как и  $c_{R_1}$ , в этом секторе углов, является трехкомпонентной волной обобщенного типа, связанной с действительными и двумя комплексно-сопряженными постоянными глубинного затухания  $\beta_k$ .

Фиг. 2 иллюстрирует изменение постоянных  $\beta_k$  в функции от направления распространения. Для комплексных величин  $\beta = \beta_2^{(1)} + i\beta_2^{(2)}$  отдельно изображены действительная часть и коэффициент при мнимой части  $\beta_2^{(2)}$ ; для волны  $c_{R_2}^{(2)}$  на фигуре представлен только характер изменения действительной постоянной  $\beta_1^{(2)}$ . Сравнивая ход кривых на фиг. 1 и 2, замечаем, что величины фазовых скоростей поверхностных волн зависят от затухания с глубиной неоднородной компоненты, связанной с действительной постоянной затухания  $\beta_1$ . Чем меньше глубина проникновения неоднородной компоненты внутрь тела (чем больше  $\beta_1$ ), тем меньше скорость распространения. Для комплексной постоянной, наоборот, с ростом коэффициента при мнимой части  $\beta_2^{(2)}$  возрастает  $c_{R_1}$ . При  $\theta = 41^\circ$  и  $63^\circ$   $\beta_2^{(1)}$  обращается в нуль и обобщенная волна  $c_{R_1}$  в секторе углов  $41^\circ \div 63^\circ$ , отмеченном на фигурах пунктирными линиями, преобразуется в волну рэлеевского типа, отвечающую действительным значениям постоянных затухания  $\beta_1^{(1)}$ ,  $\beta_2^{(1)}$ ,  $\beta_3^{(1)}$ . Минимум фазовой скорости

волны  $c_{R_1}$  находится при  $\theta = 63^\circ$  ( $c_{R_1} = 3,1544 \cdot 10^5$  см/сек), т. е. на границе, где происходит преобразование рэлеевской волны в обобщенную, а максимум — при  $\theta = 170^\circ$  ( $c_{R_1} = 3,8511 \cdot 10^5$  см/сек). Когда  $c_{R_1} \rightarrow c_{t_1}$ , постоянная  $\beta_1^{(2)} \rightarrow 0$ , и угол между плоскостями эллипсов смещений двух поверхностных волн стремится к  $90^\circ$ . Так, для  $\theta = 160^\circ$  углы поворота плоскостей эллипсов смещений относительно направления распространения составляют соответственно  $\varphi_1 \approx 153^\circ$ ,  $\varphi_2 \approx 243^\circ$  и  $\Delta\varphi \approx 90^\circ$  при  $X = 0$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Г. Смирнов. Экспериментальное исследование распространения ультразвуковых поверхностных волн в пьезокварцевых пластинах. Исследования по прикладной ультразвуку и теории электрических полей. Тр. Ленингр. ин-та авиацион. приборостр., 1965, 45, 10—16.
2. Л. В. Вережкина, Л. Г. Меркулов, Д. А. Турсупов. Поверхностные волны в кристалле кварца. Акуст. ж., 1966, 12, 3, 289—295.
3. H. Engan, K. A. Ingebrigtsen, A. Tønning. Elastic surface waves in  $\alpha$ -quartz: observation of leaky surface waves. Appl. phys. let., 1967, 10, 11, 311—313.
4. T. C. Lim, G. W. Farnell. Search for forbidden directions of elastic surface wave propagation in anisotropic crystals. J. Appl. phys., 1968, 39, 9, 4319—4325.
5. R. B e c h m a n n. Elastic and piezoelectric constants of alpha-quartz. Phys. Rev., 1958, 110, 1060—1061.

Донецкий н.-и. институт  
черной металлургии

Поступило в редакцию  
25 ноября 1969 г.