АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XVII 1971 Вып. 2

УДК 534.833.532

ИССЛЕДОВАНИЕ ИМПЕДАНЦА ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ СИСТЕМ ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ ЗВУКА

К. А. Велижанина, Н. Н. Воронина, Е. С. Кодымская

В работе получены данные по импеданцу некоторых звукопоглощающих систем, закрывающих одну из стенок замкнутого прямоугольного объема, при косых углах падения звука на эту стенку, что осуществляется путем возбуждения собственных касательных мод. Из результатов экспериментов следует, что имеется отличие импеданца от его локального значения для систем с диссипацией.

При акустических экспериментах и в строительной практике звукопоглощающие материалы и конструкции часто находятся в условиях наклонного падения звуковых волн. Это указывает на необходимость изучения угловой зависимости коэффициента звукопоглощения и импеданца различных материалов и систем. Путем интегрирования по углу возможно также определить звукопоглощение в диффузном поле, если известна угловая зависимость коэффициента звукопоглощения. Известно несколько способов измерения коэффициента звукопоглощения при наклонном падении звука [1]; однако они в большинстве случаев требуют создания плоской волны в свободном поле, что трудно осуществить, особенно в области низких частот. Этим, по-видимому, можно объяснить скудность экспериментальных данных о коэффициенте звукопоглощения и акустическом импеданце материалов при косых углах падения; в отечественной литературе этот вопрос освещен только теоретически [2]. Данная работа выполнена с целью заполнения этого пробела, причем для измерения угловых зависимостей мы остановились на методе Кремера [3]. В этом методе основная трудность по созданию поля «строго» плоских волн исключается, поскольку наклонное падение звука на поверхность материала осуществляется путем возбуждения соответствующих собственных мод в замкнутом прямоугольном объеме (камере) с жесткими стенками, на одной из которых и располагается исследуемый образец. Хант [4] впервые применил метод Кремера и определил коэффициент поглощения по измерению ширины резонансной кривой пустой камеры и камеры с исследуемым образцом. Однако такой способ справедлив только в случае малого поглощения, когда резонансные кривые для отдельных мод не перекрываются [5]. Нам представлялось более целесообразным измерять не коэффициент звукопоглощения, а импеданц, что позволяет проводить исследования не только в случае малого поглощения.

В замкнутом прямоугольном объеме v с жесткими стенками можно возбудить собственные колебания (моды), волновой вектор которых $\bar{k}_{mnq}$ составляет с ребрами камеры углы θ, β, $\varkappa$ (фиг. 1), определяемые соотношениями:

$$\cos\theta = \bar{k}_m/\bar{k}_{mnq}; \quad \cos\beta = \bar{k}_n/\bar{k}_{mnq}; \quad \cos\varkappa = \bar{k}_q/\bar{k}_{mnq}, \tag{1}$$

где $k_m = m\pi/l$; $k_n = n\pi/h$; $k_q = q\pi/b$ — волновые числа собственных ко-

лебаний по осям x, y, z. Если $q = 0$, m, $n \neq 0$ (или $m = 0$, n, $q \neq 0$; $n = 0$, m, $q \neq 0$), моды называются касательными, а если все индексы отличны от нуля — косыми.

Выражение для потенциала скоростей моды m, n, q будет [6]

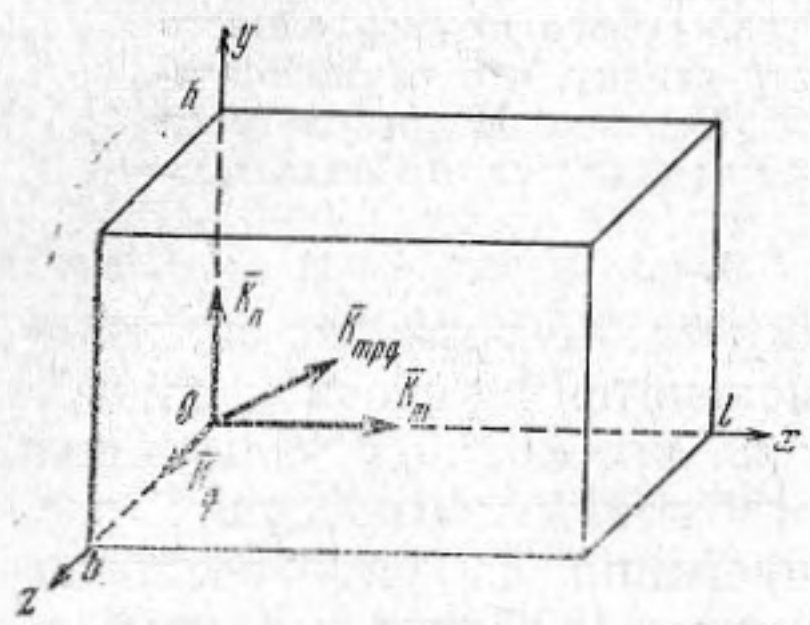
$$\Phi_{mnq} = A_{mnq} \cos \bar{k}_m x \cdot \cos \bar{k}_n y \cdot \cos \bar{k}_q z. \tag{2}$$

Собственные частоты камеры вычисляются из выражения

$$f_{mnq} = \sqrt{f_{m00}^2 + f_{0n0}^2 + f_{00q}^2} = \frac{c}{2}\sqrt{(m/l)^2 + (n/h)^2 + (q/b)^2}, \tag{3}$$

где c — скорость звука в воздухе.

При размещении на одной из граней камеры (например, при $x = l$) слоя звукопоглощающего материала с удельным нормальным импеданцем $Z = R + jY$ собственная частота f_{m00} изменится. Из граничного условия на стенке $x = l$ мы находим уравнение для определения этой частоты:



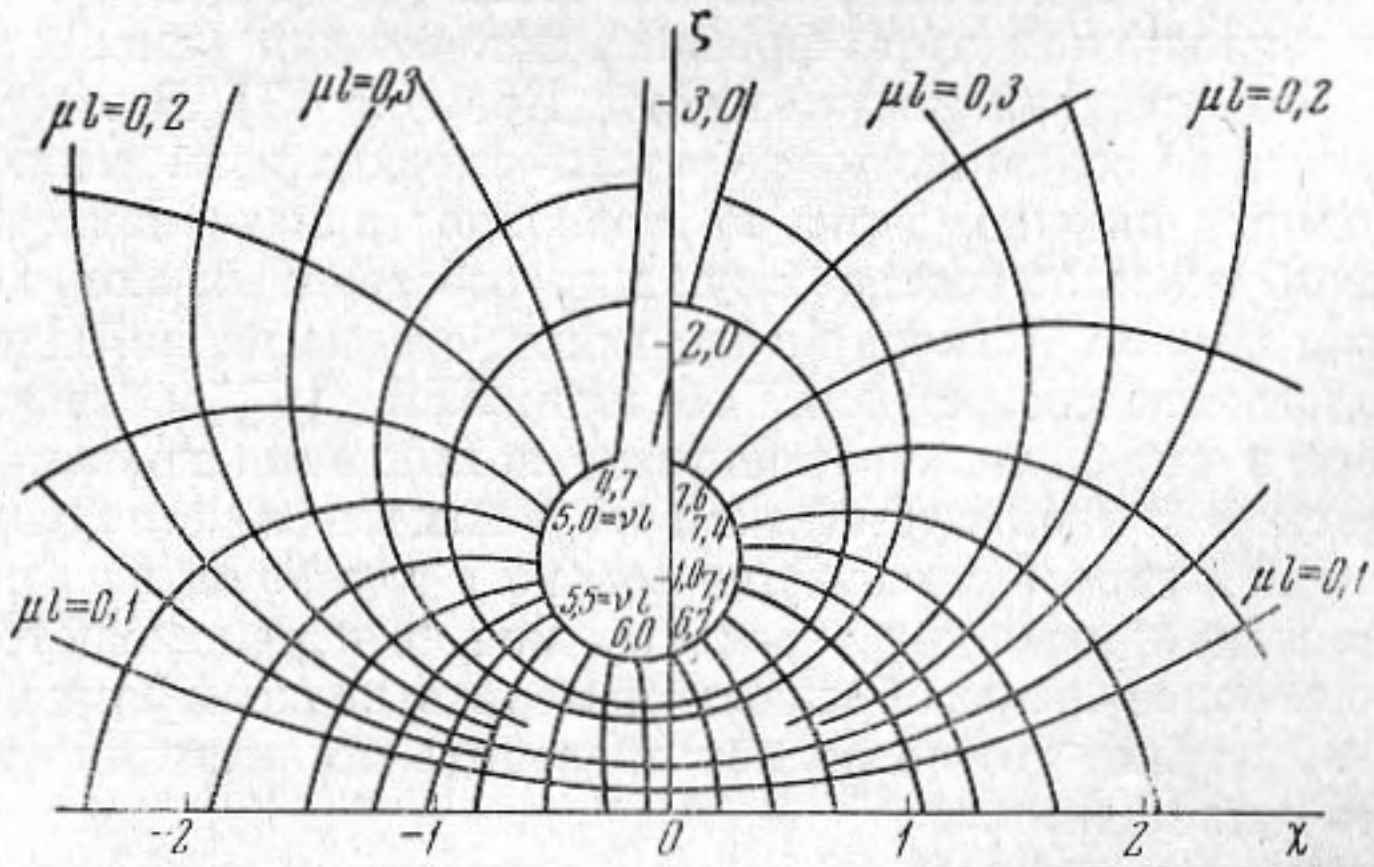
Фиг. 1

$$\left(1 + j\frac{\mu_m}{\nu_m}\right) \operatorname{tg}(\nu_m + j\mu_m) l = \frac{Y + jR}{R^2 + Y^2} = \zeta + j\chi, \tag{4}$$

где $\nu_m = 2\pi f'_{m00}/c$ — волновое число моды m, 0, 0 с частотой f'_{m00} по оси x, а $\mu_m l$ — затухание амплитуды этой же моды на расстоянии l вдоль той же оси в неперах. Тогда частоты косых мод следует рассчитывать из соотношения:

$$f'_{mnq} = \sqrt{f'^2_{m00} + f^2_{m00} + f^2_{00q}}. \tag{5}$$

Если материал расположен на какой-либо другой стенке — смещенными окажутся частоты f_{0n0} или f_{00q} соответственно. Решение уравнения (4) дано на (фиг. 2) в виде номограммы, представляющей собой линии равного затухания $\mu_m l$ и линии равных $\nu_m l$ на плоскости комплексных переменных

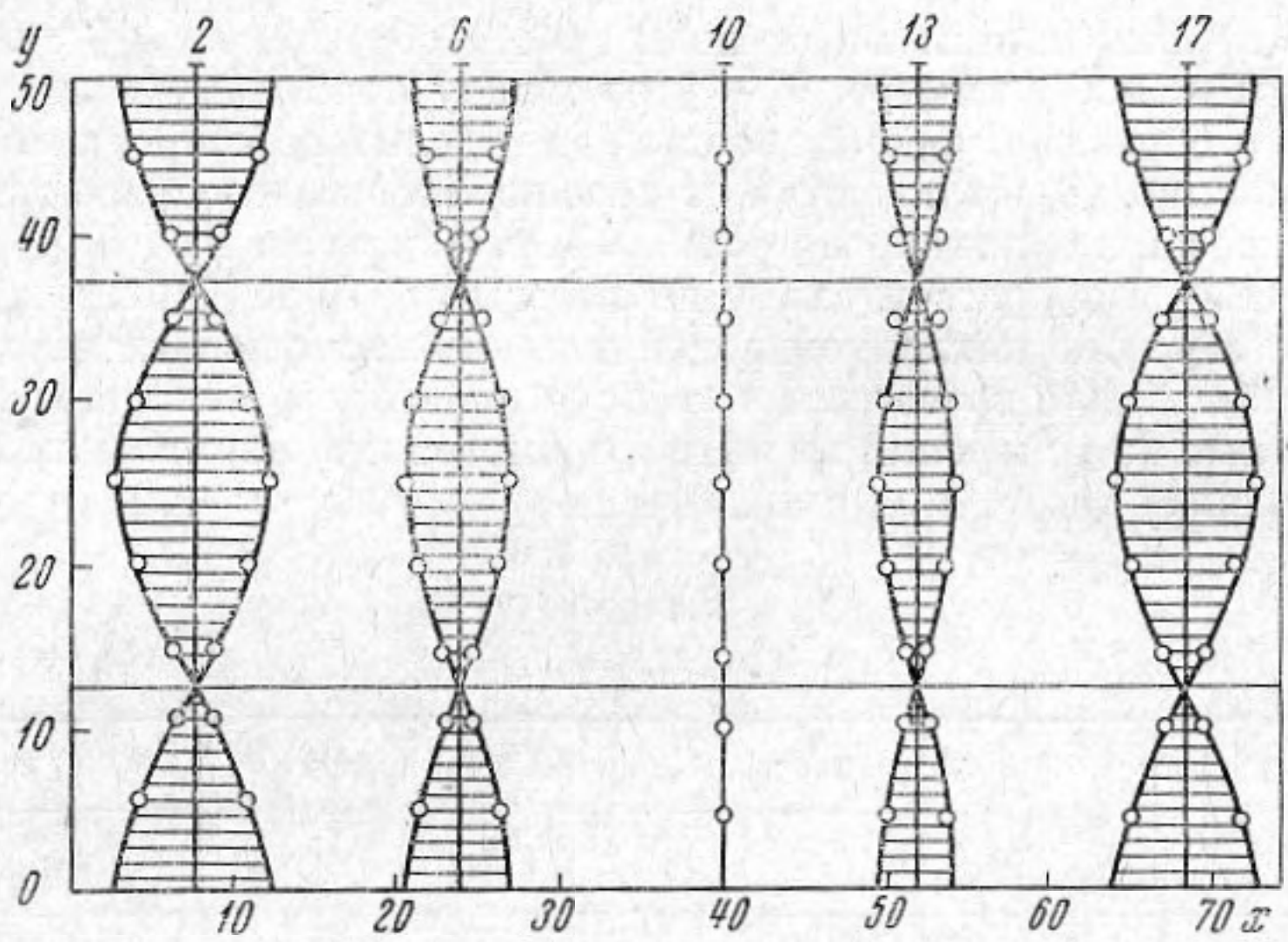


Фиг. 2

ζ и χ. По этой номограмме легко определяются смещенные собственные частоты f'_{m00}, f'_{0n0}, f'_{00q}.

Прежде чем производить измерения импеданца звукопоглощающих систем, было исследовано звуковое поле в пустой камере, представляющей

собой параллелепипед со стенками из плексигласа толщиной 4 *см* и внутренними размерами $l = 80$, $h = 50$, $b = 10$ *см*. Измерительная установка аналогична установке, описанной в работе [5]. Распределение давления p в объеме, измеряемое зондом (вставляемым в одно из сорока отверстий в съемной крышке камеры), находится в хорошем согласии с теоретическим значением $p = p_0 \cdot \cos k_m x \cdot \cos k_n y$ (при $q = 0$), что видно, например, из фиг. 3, где сплошные линии соответствуют расчету для моды f_{120}, точки — экспериментальным значениям. Подобное совпадение наблюдалось и для других мод, что позволило считать камеру надежным измерительным инструментом. Полученные из эксперимента значения собственных частот камеры, в которой находился исследуемый образец, были сопоставлены также с теоретическими значениями f'_{m00}, определяемыми из номограммы; они оказались в хорошем согласии. Далее камера использовалась для измерения угловой зависимости импеданца звукопоглощающих систем,



Фиг. 3

в частности, резонансных звукопоглотителей (при этом возбуждались только касательные моды). Эти системы были изучены теоретически при нормальном и косом падении звука [7, 8], однако случай косого падения экспериментально не был обследован.

Импеданц однослойного резонансного поглотителя с перегородками, разделяющими воздушную полость на отсеки с линейными размерами меньшими длины волны, зависит от угла падения следующим образом [7]:

$$Z_\theta = R_\theta + jY_\theta = (R + jY) \cdot \cos\theta, \tag{6}$$

а коэффициент звукопоглощения такой конструкции определяется выражением:

$$\alpha_\theta = \frac{4R\cos\theta}{(R\cos\theta + 1)^2 + Y^2\cos^2\theta}, \tag{7}$$

где R — активная, а Y — реактивная компоненты импеданца при нормальном падении ($\theta^0 = 0^0$), рассчитываемые по известным формулам [6]. Нами был измерен импеданц резонансного поглотителя с отсеками, выполненного в виде панели толщиной 0,25 *см*, с отверстиями диаметром 1 *см*, расположенными по квадратной сетке с ячейками площадью 9 *см*^{2}. Воз-

душный промежуток с перегородками имел глубину $L = 6$ *см*. Компоненты импеданца Z_θ при измерениях определялись согласно формулам

$$R_\theta = \frac{R}{\rho c/\cos\theta} = \frac{2N}{(N^2+1)-(N^2-1)\cos 2\delta},$$

$$Y_\theta = \frac{Y}{\rho c/\cos\theta} = \frac{(N^2-1)\sin 2\delta}{(N^2+1)-(N^2-1)\cos 2\delta}, \qquad (8)$$

где $N = P_{\max}/P_{\min}$ — отношение давления в максимуме к давлению в минимуме стоячей волны; $2\delta = \dfrac{2\pi(d_1 - \lambda_{mn0}/4\cos\theta)}{\lambda_{mn0}/2\cos\theta}$ — сдвиг фазы, d_1 — расстояние первого минимума от поверхности образца, λ_{mn0} — длина волны для моды $m, n, 0$ в камере, $\theta°$ — угол между нормалями к поверхности исследуемого образца и фронту волны, ρc — волновое сопротивление воздуха. Выражения (8) отличаются от хорошо известных при нормальном падении звуковой волны тем, что ρc и λ_{mn0} делятся на $\cos\theta$.

Значения Z_θ и α_θ, рассчитанные по формулам (6) и (7), а также измеренные в камере при наклонном падении звука на звукопоглотитель, приведены в табл. 1. Для сравнения в таблице приведены величины импеданса, полученные из измерений на интерферометре при нормальном падении звуковой волны.

Таблица 1

$m, n, 0$	f, *гц*	$\theta°$	Теорет.		Эксперим.		Норм.	
			Z_θ	α_θ	Z_θ	α_θ	Z	α
2, 1, 0	545	40	$0{,}2 - j0{,}2$	0,5	$0{,}3 - j0{,}3$	0.7	$0{,}3 - j0{,}3$	0,7
3, 1, 0	850	22	$0{,}3 + j0{,}8$	0,5	$0{,}3 + j0{,}8$	0,5	$0{,}3 + j0{,}9$	0,5
3, 2, 0	1032	40	$0{,}2 + j0{,}9$	0,3	$0{,}3 + j0{,}8$	0.5	$0{,}3 + j1{,}3$	0,3
3, 3, 0	1282	53	$0{,}2 + j1{,}1$	0,3	$0{,}3 + j1{,}0$	0,5	$0{,}3 + j1{,}8$	0.2

Таблица 2

$m, n, 0$	f, *гц*	$\theta°$	Теорет. Z_θ	Эксперим. Z_θ	Норм. Z_θ
2, 1, 0	547	40	$0{,}2 - j1{,}4$	$0{,}3 - j1{,}4$	$0{,}3 - j0{,}3$
2, 2, 0	810	59	$0{,}2 - j1{,}4$	$0{,}3 - j1{,}4$	$0{,}3 + j0{,}8$
2, 3, 0	1120	68	$0{,}1 - j1{,}4$	$0{,}3 - j1{,}2$	$0{,}3 + j1{,}6$
3, 1, 0	856	23	$0{,}3 + j0{,}3$	$0{,}3 + j0{,}3$	$0{,}3 + j0{,}9$
3, 3, 0	1291	53	$0{,}2 + j0{,}3$	$0{,}3 + j0{,}4$	$0{,}3 + j1{,}9$
5, 1, 0	1263	20	$0{,}3 + j1{,}6$	$0{,}3 + j1{,}7$	$0{,}3 + j1{,}8$
5, 2, 0	1456	35	$0{,}2 + j1{,}6$	$0{,}3 + j1{,}6$	$0{,}3 + j2{,}1$
6, 1, 0	1494	10	$0{,}3 + j2{,}3$	$0{,}3 + j2{,}3$	$0{,}3 + j2{,}1$
6, 2, 0	1610	26	$0{,}3 + j2{,}3$	$0{,}3 + j2{,}1$	$0{,}3 + j2{,}1$
Измерения в камере при $\theta° = 0°$					
2, 0, 0	425	0	$0{,}3 - j1{,}3$	$0{,}3 - j1{,}3$	$0{,}3 + j1{,}1$
3, 0, 0	785	0	$0{,}3 + j0{,}3$	$0{,}3 + j0{,}5$	$0{,}3 + j0{,}7$
4, 0, 0	990	0	$0{,}3 + j1{,}0$	$0{,}3 + j1{,}2$	$0{,}3 + j1{,}2$

Для резонансного звукопоглотителя без перегородок, т. е. так называемого слоисто-резонансного, зависимость импеданца Z_θ и коэффициента звукопоглощения α_θ от угла выражается формулой, полученной в работе [8]:

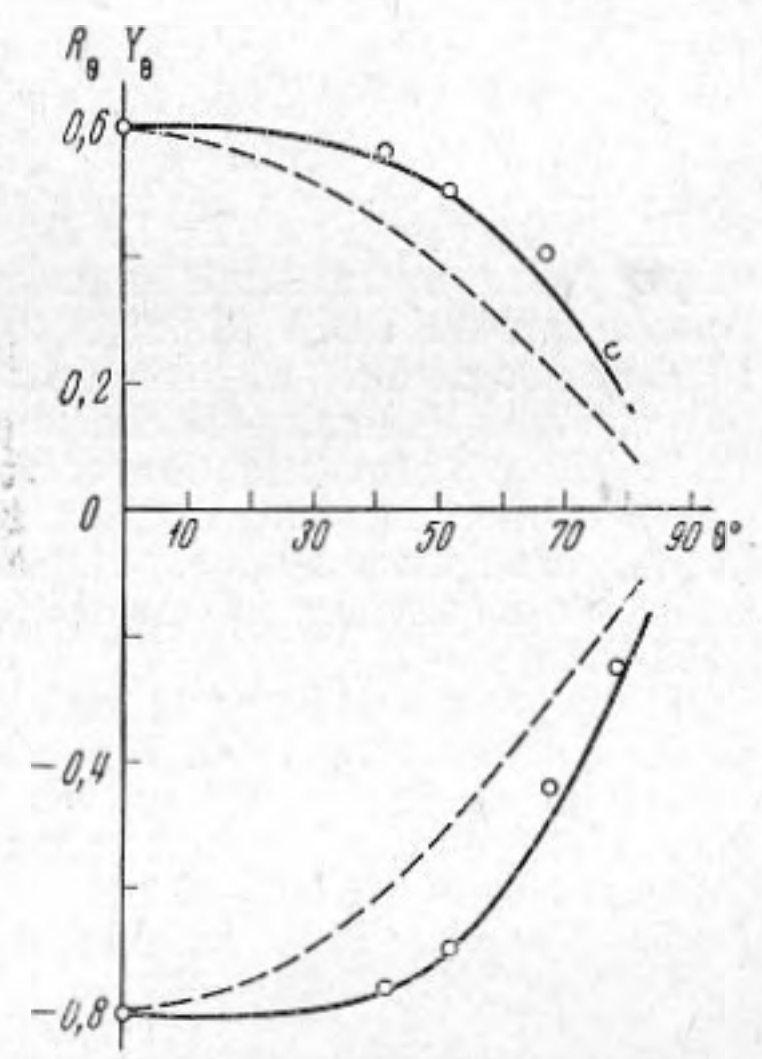
$$Z_\theta = R\cos\theta + jk\frac{\Sigma}{w}\cos\theta - j\,\mathrm{ctg}\,(kL\cos\theta),$$

$$\alpha_\theta = \frac{4R\cos\theta}{(R\cos\theta+1)^2 + \left[k\frac{\Sigma}{w}\cos\theta - \mathrm{ctg}\,(kL\cos\theta)\right]^2}. \tag{9}$$

Величина $k\cdot\cos\theta$, как легко видеть, равна k_m, тогда выражение (9) приводится к виду:

$$Z_\theta = R\cos\theta + jk_m\frac{\Sigma}{w} - j\,\mathrm{ctg}\,k_mL \tag{10}$$

(w — проводимость отверстия). Отсюда следует, что реактанс звукопоглотителя без отсеков при данном L будет одним из тем же для любых собственных частот f_{mnq} камеры, если значение m сохраняется постоянным; это подтверждается и экспериментально (см. табл. 2). Таким образом, по-видимому, присоединенная масса в этом случае есть результат взаимодействия системы с нормальными к ее поверхности компонентами звуковых волн. Из той же таблицы видно, что рассчитанные величины активной компоненты R_θ отличаются от экспериментальных, а последние совпадают со значениями R при нормальном падении как теоретическими, так и экспериментальными.



Фиг. 4

Совпадение рассчитанных и полученных из опыта значений реактивной компоненты импеданца при косых углах падения и при нормальном падении звука на панель позволяет считать, что указанные выше отклонения R_θ расчетных от экспериментальных не обусловлены ошибками эксперимента. Чем объясняется это расхождение, пока неясно, возможно, что, так же как и в реактансе, основной вклад в R вносят нормальные к поверхности звукопоглотителя компоненты звуковой волны.

В качестве примера случая немалого поглощения образца была определена угловая зависимость импеданца слоя штапельного стекловолокна толщиной 4 *см*, расположенного на жесткой стенке. Измеренные значения импеданца сравнивались с рассчитанными по формуле, полученной в работе Пайета [9], рассмотревшего теоретически случай падения плоской звуковой волны на бесконечно протяженный слой звукопоглощающего материала с постоянной распространения γ и волновым сопротивлением W, взятыми при нормальном падении.

Выражение для импеданца в случае однородной изотропной среды имеет вид

$$Z = \frac{W\cos\theta}{\cos\bar{\psi}}\,\mathrm{cth}\,(\gamma l\cdot\cos\bar{\psi}). \tag{11}$$

Здесь $\bar{\Phi}$ — комплексный угол преломления, определяемый соотношением $\cos\bar{\Phi} = \sqrt{1 - \left(j\frac{k\sin\theta}{\gamma}\right)^2}$. При экспериментах найдено хорошее согласие опытных и расчетных данных. Чтобы получить импеданц Z_θ для различных углов падения плоской звуковой волны на материал, размеры камеры изменялись соответствующим образом.

На фиг. 4 показаны результаты измерений активной R_θ и реактивной Y_θ компонент импеданца (точки) при частоте 1100 *гц* в зависимости от угла падения. Сплошные кривые соответствуют значениям R_θ и Y_θ, вычисленным по формуле (11) для $W = (1{,}7 - j\,0{,}6)$ долей $\rho c\ \gamma = (0{,}1 + j\,0{,}3)$ *см*$^{-1}$. Пунктиром нанесены R_θ и Y_θ, рассчитанные в предположении того, что импеданц слоя локальный [1], т. е. $R_\theta = R\cos\theta$ и $Y_\theta = Y \cdot \cos\theta$.

Как видно из графиков, эксперимент хорошо подтверждает справедливость формулы (11). Следует отметить, что как для этого, так и для других случаев, если угол $\theta > 25°$, импеданц не подчиняется закону, справедливому для локально реагирующей поверхности. Обычно при расчетах глушителей и других звукопоглощающих систем принято считать импеданц локальным; однако, как следует из данных фиг. 4, а также из анализа формулы (11), такое предположение не всегда правомочно.

В заключение авторы выражают благодарность сотрудникам Кафедры акустики МГУ за полезную дискуссию по работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Цвиккер и К. Костен. Звукопоглощающие материалы. М., ИЛ, 1959.
2. Н. Н. Андреев и Е. Е. Лысенко. Звукопоглощение пористого материала при учете продольной пористости и воздушной прослойки. Тр. Акустической комиссии АН СССР, М., 1939, 2, 5—16.
3. L. Cremer. Die wissenschafte. Grundlagen der Raumakustik, Bd. III, Wellentheoretishe Raumakustik, Leipzig, 1950.
4. F. V. Hunt. Investigation of room acoustic by steady state transmission measurements. J. Acoust. Soc. America, 1939, **10**, 3, 216—227.
5. К. А. Велижанина, Л. А. Борисов. Способ исследования одиночных объемных звукопоглотителей методом малой камеры. Акуст. ж., 1967, **13**, 2, 287—289.
6. С. Н. Ржевкин. Курс лекций по теории звука. Изд-во МГУ, 1960.
7. С. Н. Ржевкин, В. С. Нестеров. Резонансные звукопоглотители для строительной практики. Тр. секции электроакустики и звукозаписи, М., 1947.
8. К. А. Виталь. О косом падении звука на резонансный поглотитель. Ж. Теор. физ., 1940, **10**, 12, 980—987.
9. J. S. Pyett. The acoustic impedance of a porons layer at ablique incidence. Akustica, 1953, 3, 375—382.

Кафедра акустики Московского
государственного университета

Поступила в редакцию
24 июня 1969 г.