вход смесителя 5 в противофазах. В момент совмещения изображения импульсов на экране осциллографа исчезают. Величина временной задержки $\Delta\tau - \Delta\tau_0$ в опытах составляла 0,1—0,5 *мксек*; при измерениях в бензоле использовался 10—12-й отраженный импульс, при измерениях в трикозане — 20—25-й импульс.

Надежность и стабильность акустических контактов контролировались путем проведения многократных серий измерений. Полученные экспериментальные результаты для н-трикозана согласуются с результатами работы [2]. Точность измерений скорости сдвиговых волн составляла 1—2%, поглощения — 8—10%.

Измерения на сдвиговых волнах проведены на частоте 5 *мггц* в бензоле, циклогексане, параксилоле, генейкозане ($C_{21}H_{44}$), н-трикозане ($C_{23}H_{48}$) и салоле. Использовались поликристаллические образцы с размерами зерен около 0,2 *мм*, кроме парафинов (генейкозана и трикозана), где размер зерна был равен 0,03 *мм*. На фиг. 2 и 3 представлены результаты измерений в н-трикозане и бензоле.

Поглощение сдвиговых волн очень велико по сравнению с поглощением продольных волн; при подходе к температуре плавления оно увеличивается. Например, в н-трикозане вдали от температуры плавления коэффициент поглощения равен 20 $см^{-1}$, а при температуре 35° (за 2,5° до плавления) 120 $см^{-1}$. В бензоле вдали от температуры плавления коэффициент поглощения равен 25 $см^{-1}$, а при температуре 3,3° 600 $см^{-1}$. Скорость сдвиговых волн (и действительная часть модуля сдвига) при подходе к температуре плавления уменьшается в значительной мере; в бензоле модуль сдвига уменьшается от значений $7\cdot10^9$ $дн\cdot см^{-2}$ (при —6°) до значения $4\cdot10^6$ $дн\cdot см^{-2}$ (при —1,9°), что соответствует изменению скорости в пределах от 840 до 20 $м\cdot сек^{-1}$. Изменение скорости в других веществах имеет тот же порядок.

В н-трикозане вблизи температуры 37,5° скорость поперечных волн проходит через минимум; скорость продольных волн также проходит через минимум [3]. Это явление обусловлено перестройкой кристаллической структуры в указанном интервале температур.

В таблице приводятся значения G' / G'' для различных веществ и температур.

Из приведенной таблицы следует, что отношение G' / G'' (для фиксированной частоты) слабо зависит от температуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Физическая акустика, под ред. Мэзона, **1А**. М., «Мир», 1966.
2. W. Pechhold et al. Uutersuchung der Rotazionsumwandlung reiner Paraffine. Acustica, 1966, **17**, 61—72.
3. Н. А. Добромыслов, Н. И. Кошкин. Скорость звука в молекулярных кристаллах вблизи температуры плавления. Акуст. ж., 1969, 15, 3, 449—451.

Московский областной педагогический институт им. Н. К. Крупской

Поступило в редакцию 23 марта 1970 г.

УДК 534.232

АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ БЕСКОНЕЧНОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ ПРИ СМЕШАННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

А. Г. Лейко, В. И. Маяцкий

Определим звуковое поле, создаваемое бесконечным эллиптическим цилиндром, совершающим гармонические колебания. Для этого расположим цилиндр в эллиптической системе координат ξ, η, z так, чтобы его продольная ось была направлена вдоль оси z. Поверхность цилиндра обозначим через ξ_0. На части поверхности ξ_0, ограниченной двумя образующими, зададим потенциал скорости, а на остальной поверхности колебательную скорость, причем будем считать, что потенциал скорости и колебательная скорость не зависят от координаты z. Для построения приближенного решения плоской задачи для области $\xi > \xi_0$ воспользуемся интегральным методом наименьших квадратов [1].

Решение двумерного уравнения Гельмгольца, удовлетворяющее условиям излучения для временной зависимости $e^{-i\omega t}$, имеет вид [2]

$$\Phi(\xi,\eta,q) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m ce_m(\eta,q)\frac{Me_m^{(1)}(\xi,q)}{p_m(q)} + B_m se_m(\eta,q)\frac{Ne_m^{(1)}(\xi,q)}{s_m(q)},$$

где Φ — комплексная амплитуда потенциала скорости звукового поля, A_m, B_m — комплексные константы, ce_m, se_m — угловые четная и нечетная функции Матье, $Me_m^{(1)}$, $Ne_m^{(1)}$ — радиальные четная и нечетная функции Матье третьего рода, p_m, s_m — коэффициенты пропорциональности, $q = (kh/2)^2$, k — волновое число, $2h$ — фокусное расстояние эллипса.

Напишем граничные условия нашей задачи. Для этого разделим контур эллипса ξ_0 гиперболой $|\eta| = \tau$ на части l_u и l_v (см. фиг. 1, *а*), которые определим соответственно неравенствами $|\eta| < \tau$ и $\tau < |\eta| < \pi$.

На части l_u контура эллипса ξ_0 зададим потенциал скорости

$$\Phi(\xi, \eta, q)_{\xi=\xi_0} = u(\eta), \qquad |\eta| < \tau, \tag{1}$$

а на части l_v — колебательную скорость

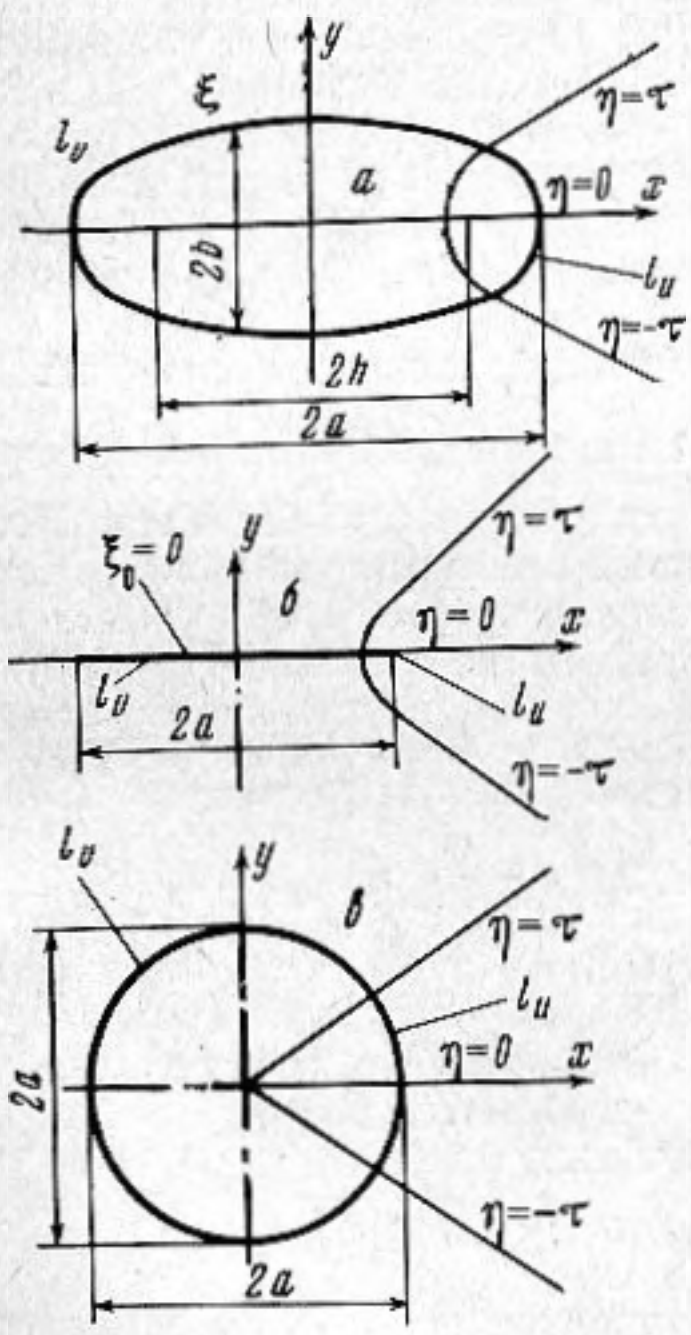
$$-\frac{\partial}{\partial n}\Phi(\xi, \eta, q)_{\xi=\xi_0} = v(\eta), \qquad \tau < |\eta| \Delta \pi. \tag{2}$$

Без ограничения общности положим функции u и v четными по η и приближенное решение нашей задачи будем искать в виде удовлетворяющего условиям излучения обобщенного полинома N-го порядка

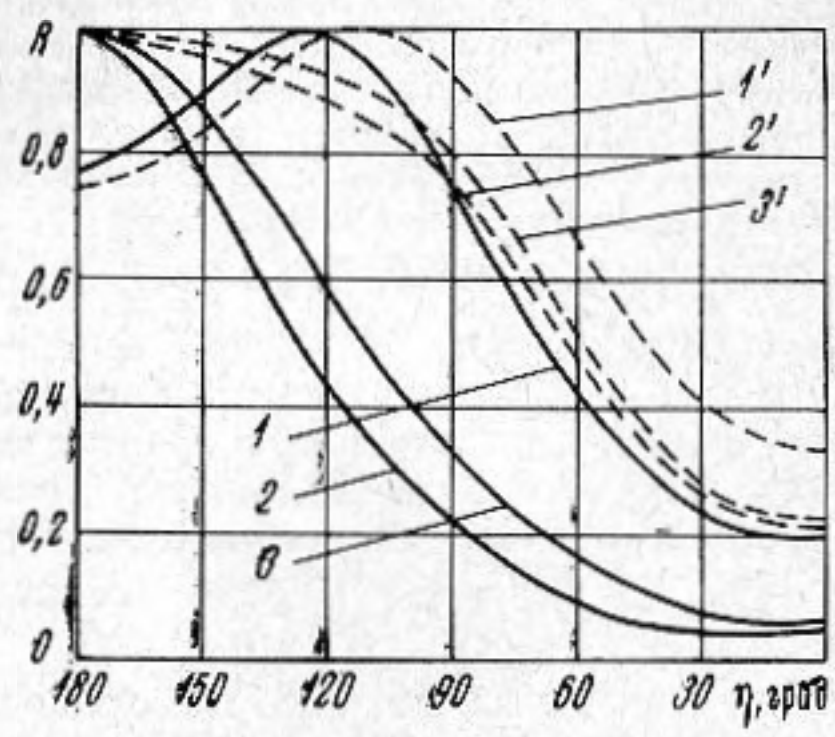
$$\Phi_N(\xi, \eta, q) = \sum_{m=0}^{N} C_m ce_m(\eta, q)\frac{Me_m^{(1)}(\xi, q)}{p_m(q)}. \tag{3}$$

При фиксированном N полином (3) будет наилучшим приближением решения нашей краевой задачи, если он минимизирует функционал

$$F\{\Phi_N\} = k^2 \int_{l_u} (\mathrm{ch}^2\xi_0 - \cos^2\eta)^{-1/2} |u(\eta) - \Phi_N(\xi, \eta, q)_{\xi=\xi_0}|^2 dl + \int_{l} (\mathrm{ch}^2\xi_0 - \cos^2\mu)^{1/2} \left| u(\eta) + \frac{\partial}{\partial n}\Phi_N(\xi, \eta, q)_{\xi=\xi_0} \right|^2 dl,$$



Фиг. 1



Фиг. 2

выражающий среднее квадратическое отклонение решения (3) от граничных условий (1) и (2).

Здесь $\partial / \partial n$ обозначает дифференцирование по направлению внешней нормали к поверхности цилиндра ξ_0; весовые множители в подынтегральные выражения введены в связи с тем, что коэффициенты Ламе координат ξ и η отличны от единицы [3].

С учетом того, что $dl = h(\mathrm{ch}^2\xi_0 - \cos^2\eta)^{1/2} d\eta$ введем обозначения:

$$\alpha_\nu = \frac{2}{\pi}\int_0^\tau u(\eta) ce_\nu(\eta, q)\, d\eta; \qquad \beta_\nu = \frac{2}{\pi}\int_\tau^\pi v(\eta) ce_\nu(\eta, q)(\mathrm{ch}^2\xi_0 - \cos^2\eta)^{1/2} d\eta;$$

$$\gamma_{m\nu} = k^2 \int_0^\tau (\psi_m \overline{\psi_\nu})_{\xi=\xi_0} d\eta + \frac{1}{h^2}\int_\tau^\pi \left(\frac{\partial\psi_m}{\partial\xi}\cdot\frac{\partial\overline{\psi_\nu}}{\partial\xi}\right)_{\xi=\xi_0} d\eta,$$

где $\psi_m = \psi_m(\xi, \eta, q) = ce_m(\eta, q)\dfrac{Me_m^{(1)}(\xi, q)}{p_m(q)}$.

Для коэффициентов γ справедливо равенство $\gamma_{m\nu} = \overline{\gamma_{\nu m}}$; черта сверху обозначает комплексно сопряженную величину.

Коэффициенты C_m полинома (3) определим из системы уравнений $\frac{\partial F}{\partial a_\nu} = 0$, $\frac{\partial F}{\partial b_\nu} = 0$ $(\nu = 0, 1, 2, \ldots, N)$, где $a_\nu = \operatorname{Re} C_\nu$, $b_\nu = \operatorname{Im} C_\nu$, которая может быть преобразована к виду

$$\sum_{m=0}^{N} \gamma_{m\nu} C_m = \frac{k^2\pi}{2} \alpha_\nu \frac{\overline{Me_\nu^{(1)}(\xi_0, q)}}{p_\nu(q)} - \frac{\pi}{2h} \beta_\nu \frac{\partial}{\partial \xi} \overline{Me_\nu^{(1)}(\xi, q)}_{\xi=\xi_0} \cdot \frac{1}{p_\nu(q)}, \tag{4}$$

$$\nu = 0, 1, 2, \ldots, N.$$

Полученная система линейных алгебраических уравнений (4) имеет единственное решение в силу линейной независимости систем функций ψ_m и $\left\{\frac{\partial}{\partial \xi} \psi_m\right\}$ на части эллипса l_u и l_v. Оценка ошибки приближенного решения может быть произведена так же, как в работе [1].

Применим полученное математическое решение к расчету звуковых полей двух интересных в практическом отношении излучателей, представляющих крайние случаи вырождения эллиптического цилиндра в ленту и круговой цилиндр.

При вырождении эллиптического цилиндра в ленту, поверхность которой соответствует эллиптической координате $\xi_0 = 0$, малая ось эллипса $2b = 0$, а большая ось $2a = 2h$. Сечение ленты с участками l_u и l_v показано на фиг. 1, *б*. Вычисления звукового поля излучателя в виде ленты произведены с помощью выражений, приведенных выше.

При вырождении эллиптического цилиндра в круговой, которое имеет место, если $q \to 0$, а $\xi_0 \to \infty$ так, что $\frac{kh}{2} e^{\xi_0} \to kr$ остается конечным, справедливы формулы вырождения радиальных функций Матье третьего рода в функции Ханкеля. Поэтому полученные нами выражения принимают вид соотношений, приведенных в работе [1]. Сечение кругового цилиндра с участками l_u и l_v показано на фиг. 1, *в*.

На фиг. 2 представлены нормированные диаграммы излучения $R(\eta)$ кругового цилиндра (кривые *1*, *2*, *3*) и ленты (кривые *1'*, *2'*, *3'*) в плоскости $z = \text{const}$.

При вычислениях было принято: волновой размер ленты $\frac{2a}{\lambda} \approx 0{,}7$ $(q = 1)$ равен волновому размеру кругового цилиндра $\frac{2a}{\lambda} \approx 0{,}7$; $u(\eta) = 0$ (акустически мягкая граница); $v(\eta) = \text{const}$; $N = 7$; $\tau = 60°$ (кривые *1* и *1'*), $\tau = 120°$ (кривые *2* и *2'*) и $\tau = 150°$ (кривые *3* и *3'*). Ошибка приближенного решения не превышает 0,05.

Как видим, при изменении формы излучателя от кругового цилиндра до ленты характер диаграмм направленности при $\tau > 120°$ сохраняется, однако наблюдается заметное расширение диаграммы в области основного излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. И. Карновский, В. Г. Лозовик. Акустическое поле бесконечного кругового цилиндрического излучателя при смешанных граничных условиях на его поверхности. Акуст. ж., 1964, **10**, 3, 313—317.
2. Н. В. Мак-Лахлан. Теория и приложения функции Матье. М., ИЛ, 1953.
3. В. А. Андебура. Акустическое поле сфероидального излучателя при смешанных граничных условиях. Акуст. ж., 1969, **15**, 3, 441—443.

Киев

Поступило в редакцию
6 апреля 1970 г.

УДК 534.16—8

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ТЕМПЕРАТУРНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ИЗМЕНЕНИЯ ВРЕМЕНИ ГРУППОВОЙ ЗАДЕРЖКИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛНОВОДОВ

А. А. Литвиненко, Н. Г. Туркин

Температурный коэффициент изменения времени групповой задержки Θ_n волны Лэмба n-го порядка можно представить в виде разности температурных коэффициентов $\Theta_n = \alpha_n - \nu_n$, определяемых изменением линейных размеров α_n и изменением скорости распространения звуковой энергии ν_n, являющихся функцией безразмерной частоты $\omega b / C_t = x$ и коэффициента Пуассона σ (ω — круговая частота, $2b$ — толщина пластины, c_t — скорость сдвиговых волн). Считая систему линейной, приме-