

## ЛИТЕРАТУРА

1. E. Meyer, Y. Sessler. Schallausbreitung in Gasen bei hohen Frequenzen und sehr niedrigen drucken. Z. Phys., 1957, 149, 1, 15—39.
2. Е. Д. Попов, В. Ф. Яковлев. Ультразвуковой интерферометр для измерения скорости распространения ультразвука в разреженных газах до 20 000 Мгц/атм. Акуст. ж., 1969, 15, 1, 138—139.
3. В. А. Башлачев, Е. Д. Попов. Особенности интерферометрических измерений в парах и газах при высоких значениях  $v/\rho$ . Ультразвук. техн., 1966, 5, 52—55.
4. E. I. Stewart, Y. E. Stewart. Rotational dispersion in the velocity attenuation and reflection of ultrasonic waves in hydrogen and deuterium. J. Acoust. Soc. America, 1952, 24, 191—193.

Московский областной педагогический институт  
им. Н. К. Крупской

Поступило в редакцию  
9 октября 1970 г.

УДК 534.121.1

### ИМПЕДАНЦ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНЫ ПО ОТНОШЕНИЮ К КРУТЯЩЕМУ МОМЕНТУ

А. С. Никифоров

Известны импеданцы бесконечной пластины по отношению к поперечной и продольной силам [1, 2], а также по отношению к изгибающему моменту [3]. Однако возможна ситуация, когда на пластину воздействует крутящий момент, т. е. момент, действующий в плоскости пластины. Определим импеданц бесконечной пластины по отношению к крутящему моменту  $M$ , действующему на участок пластины радиусом  $a$ .

Колебания участка пластины, на который действует момент, возбуждают в ней осесимметричные сдвиговые волны, распространяющиеся со скоростью  $c_{сд} = [\mu / \rho]^{1/2}$ . Здесь  $\mu$  — модуль сдвига,  $\rho$  — плотность пластины.

Совместим начало полярных координат  $r, \varphi$  с центром возбуждаемого участка пластины. Смещения сечений пластины  $\zeta$ , вызванные сдвиговыми волнами, будут направлены перпендикулярно координате  $r$ . Под воздействием момента возбуждаемый участок пластины будет совершать колебания, характеризующиеся амплитудой угла поворота  $\varphi_0$ , связанного с перемещением пластины  $\zeta_0$  при  $r = a$  соотношением:

$$\varphi_0 = \zeta_0 / a. \quad (1)$$

Искомый импеданц пластины есть

$$z = M / j\omega\varphi_0, \quad (2)$$

где  $\omega$  — круговая частота. Момент  $M$  можно рассматривать как результат воздействия на возбуждаемый участок пластины пары сил  $F$  с плечом  $2a$ . Учитывая также формулу (1), выражение (2) можно переписать в виде

$$z = 2a^2 F / j\omega\zeta_0. \quad (3)$$

Сдвиговую волну в пластине определим потенциалом колебательной скорости

$$\chi = AH_0^{(1)}(k_c r), \quad (4)$$

где  $A$  — амплитуда потенциала,  $H_0^{(1)}$  — функция Ханкеля первого рода,  $k_c$  — сдвиговое волновое число. Смещение пластины  $\zeta$ , в соответствии с работой [4], будет

$$\zeta = -\partial\chi / \partial r. \quad (5)$$

Сила  $2F$ , действующая на кромках возбуждаемого участка пластины, равна суммарному касательному напряжению, возникающему в сечении пластины при  $r = a$ . Следовательно,

$$2F = h \int_0^{2\pi} \tau_{r\varphi} r d\varphi, \quad (6)$$

где  $h$  — толщина пластины,  $\tau_{r\varphi}$  — напряжение, действующее в сечении пластины, перпендикулярном координате  $r$ , в направлении координаты  $\varphi$ . В соответствии с работой [4] для нашего случая

$$\tau_{r\varphi} = 2\mu \left( -\frac{\xi}{r} + \frac{\partial \xi}{\partial r} \right). \quad (7)$$

Определив с помощью формул (4)–(7) величины  $2F$  и  $\xi_0$  и подставив их в формулу (3), получим

$$z = \frac{4\pi h a^2 \mu}{j\omega} \left[ k_{ca} \frac{H_0^{(1)}(k_{ca})}{H_1^{(1)}(k_{ca})} - 2 \right]. \quad (8)$$

При малых, по сравнению с единицей, значениях аргумента  $k_{ca}$  импеданс (8) приобретает инерционный характер:  $z \approx j \frac{8\pi h a^2 \mu}{\omega}$ .

При больших, в сравнении с единицей, значениях аргумента  $k_{ca}$  импеданс становится чисто активным:  $z \approx 4\pi a^3 h \rho_{сд}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. L. Cremer. Propagation of structural sound. *Acustica*, 1953, 3, 5, 317–355.
2. А. С. Никифоров. Импеданс бесконечной пластины по отношению к силе, действующей в ее плоскости. *Акуст. ж.*, 1968, 14, 2, 297–298.
3. I. Dyer. Moment impedance of plates. *J. Acoust. Soc. America*, 1960, 32, 10, 90–97.
4. Baltruconis, Gottenberg, Schreiner. Dynamics of a hollow, elastic cylinder contained by an infinitely long rigid cylindrical tank. *J. Acoust. Soc. America*, 1960, 32, 12, 1539–1546.

Ленинград

Поступило в редакцию  
3 сентября 1970 г.

#### ИСПРАВЛЕНИЕ

В статье Ю. П. Лысанова (1971, 17, 1 стр. 95) следует читать:

$$R_0 \gg \frac{2l\rho_0}{\lambda}. \quad (9)$$