АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XVII 1971 Вып. 4

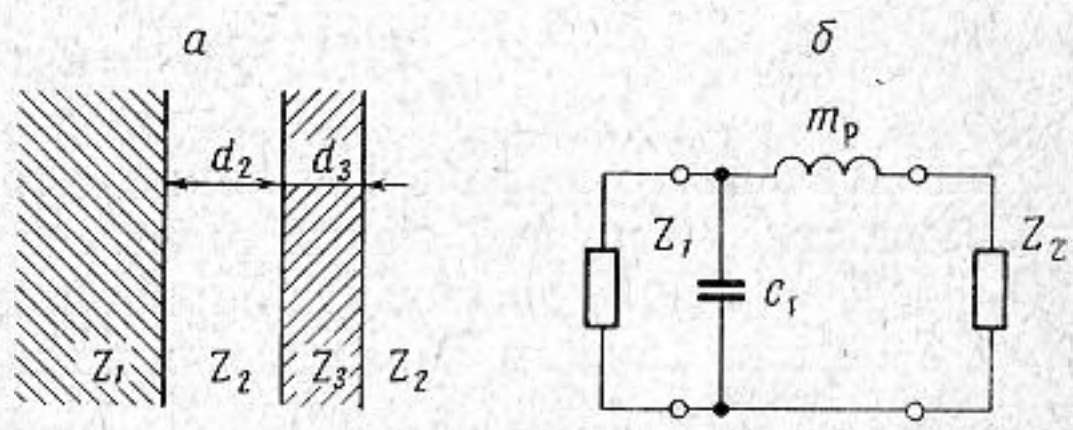
УДК 534.222

О РЕЗОНАНСНОМ СОГЛАСОВАНИИ В ТОНКИХ ПЕРЕХОДНЫХ СЛОЯХ

В. Б. Аранович, И. А. Прудов

Рассматривается способ согласования акустических импеданцев на границе раздела сред, основанный на использовании резонанса в системе из двух переходных слоев малой толщины. Эффективность согласования оценивается для случаев полубесконечных сред и полуволновых приемо-излучающих преобразователей в области частот вблизи резонанса. Теоретические результаты получены методом эквивалентных схем в одномерном приближении, согласующий резонатор представлен как система с сосредоточенными массой и гибкостью. Экспериментальные данные получены для полуволновых пьезокерамических преобразователей в воде и воздухе при атмосферном давлении.

Проблема согласования импеданцев возникает, когда требуется обеспечить хорошую передачу через границу раздела сред, в самых различных областях прикладной акустики, в том числе при использовании пьезоэлектрических и магнитострикционных преобразователей, акустическое сопротивление которых в большинстве случаев значительно превышает нагрузку. Наиболее пригодным для приемно-излучающих систем направленного действия является способ согласования с помощью переходных слоев, который в общем виде рассмотрен в работе [1]. Более подробно частные случаи резонансного согласования с помощью полуволновых и четвертьволновых слоев обсуждались в работах [2, 3]. Следует отметить, что эффективное согласование посредством таких слоев достигается только при использовании материалов, удовлетворяющих вполне определенным требованиям в отношении величины из акустического сопротивления. Выполнение этих требований не всегда возможно или связано с существенными техническими трудностями, в особенности при согласовании в воздушной среде. Кроме того, необходима весьма высокая точность изготовления согласующих элементов для каждого значения рабочей частоты, изменение которой в процессе использования готовых преобразователей уже невозможно. Поэтому представляет интерес способ согласования посредством переходных слоев малой по сравнению с длиной волны толщины, для которых трудности в подборе материала и регулировки рабочей частоты не возникают [4].



Фиг. 1

Сущность обсуждаемого способа состоит в том, что на некотором расстоянии от поверхности раздела сред Z_1 и Z_2 (фиг. 1, *а*) помещается экран Z_3, масса которого совместно с упругостью среды в зазоре (d_2) образует резонатор. Размеры по нормали к оси распространения звука предполагаются

достаточно большими по сравнению с длиной волны, и задача рассматривается в одномерном приближении.

Качественная сторона эффекта согласования здесь очевидна, поскольку на собственной частоте отношение амплитуд на входе и на выходе резонатора будет определяться его добротностью. При этом безразлично, какая среда является источником: Z_1 — со стороны зазора, или, наоборот, Z_2 — со стороны экрана. Существенно лишь то, что экран вводится в среду с меньшим акустическим сопротивлением $(Z_2 < Z_1)$, которая предполагается жидкой либо газообразной. Материал экрана в целях уменьшения его толщины должен обладать возможно большим сопротивлением $(Z_3 > Z_2)$.

Для анализа количественных соотношений воспользуемся эквивалентной механической схемой. Пренебрегая, ввиду малости размеров резонатора по оси излучения, изменением фазы колебаний между его границами, эквивалентную схему для полубесконечных сред Z_1 и Z_2 можно представить в форме, изображенной на фиг. 1, *б*. Акустическую массу резонатора $m_р$ будем считать целиком сосредоточенной в экране, а гибкость $c_р$ — в зазоре. Ниже будет показано, в какой мере эти допущения соответствуют действительности, и дана оценка погрешности.

Согласно эквивалентной схеме, импеданц $Z_р$ резонатора со стороны Z_1 будет

$$Z_р(\omega) = \frac{j\omega m_р + Z_2}{j\omega c_р Z_2 + (1 - \omega^2 m_р c_р)}. \tag{1}$$

Приняв за добротность резонатора величину $Q_р = \omega_р m_р / Z_2$, где $\omega_р$ — та частота, при которой резонатор имеет чисто активный импеданц, нетрудно установить из формулы (1), что $\omega_р^2 = Q_р^2 / (Q_р^2 + 1) m_р c_р$. Переходя далее к безразмерному аргументу $M = \omega / \omega_р$, получим после несложных преобразований

$$Z_р(M, Q_р) = Z_2(Q_р^2 + 1) \frac{jMQ_р + 1}{jMQ_р + 1 + Q_р^2(1 - M^2)}. \tag{2}$$

При резонансе $(M = 1)$

$$Z_р(1, Q_р) = Z_2(Q_р^2 + 1). \tag{3}$$

Из последнего выражения видно, что даже при невысоких значениях добротности нагрузка на источник существенно изменяется, а при $(Q_р^2 + 1) = Z_1 / Z_2$ достигается полная прозрачность границы раздела сред Z_1 и Z_2. Аналогичным образом можно показать, что в обратном направлении, когда источником является Z_2, полная прозрачность имеет место при той же величине $Q_р$.

Поскольку формула (2) дает возможность достаточно просто определить коэффициент передачи и полосу пропускания для любых значений параметров, рассматривать конкретные ситуации в случае полубесконечных сред мы не будем. Однако прежде чем переходить к анализу согласования преобразователя с нагрузкой, представляющему наибольший практический интерес, оценим погрешность допущений, принятых в эквивалентной схеме.

Строгое выражение импеданца резонатора можно найти, рассматривая его как систему двух слоев конечной толщины, примыкающих к полубесконечной среде Z_2. При этом входной импеданц $Z_р^{(1,2)}$ на границе раздела между средами Z_1 и Z_2, как показано в (5), выражается следующим образом:

$$Z_р^{1,2} = Z_2 \frac{A_1 + jB}{A_2 + jB_2}, \tag{4}$$

где $A_1 = 1 - \alpha_{23} \operatorname{tg} \varphi_2 \operatorname{tg} \varphi_3$, $B_1 = \alpha_{32} \operatorname{tg} \varphi_3 + \operatorname{tg} \varphi_2$, $A_2 = 1 - \alpha_{32} \operatorname{tg} \varphi_2 \operatorname{tg} \varphi_3$, $B_2 = \alpha_{23} \operatorname{tg} \varphi_3 + \operatorname{tg} \varphi_2$, $\alpha_{23} = 1 / \alpha_{32} = Z_2 / Z_3$, $\varphi_2 = 2\pi d_2 / \lambda_2$ и $\varphi_3 = 2\pi d_3 / \lambda_3$ — волновые числа соответственных слоев резонатора. Затухание не учитывается ввиду малой толщины слоев d_2 и d_3.

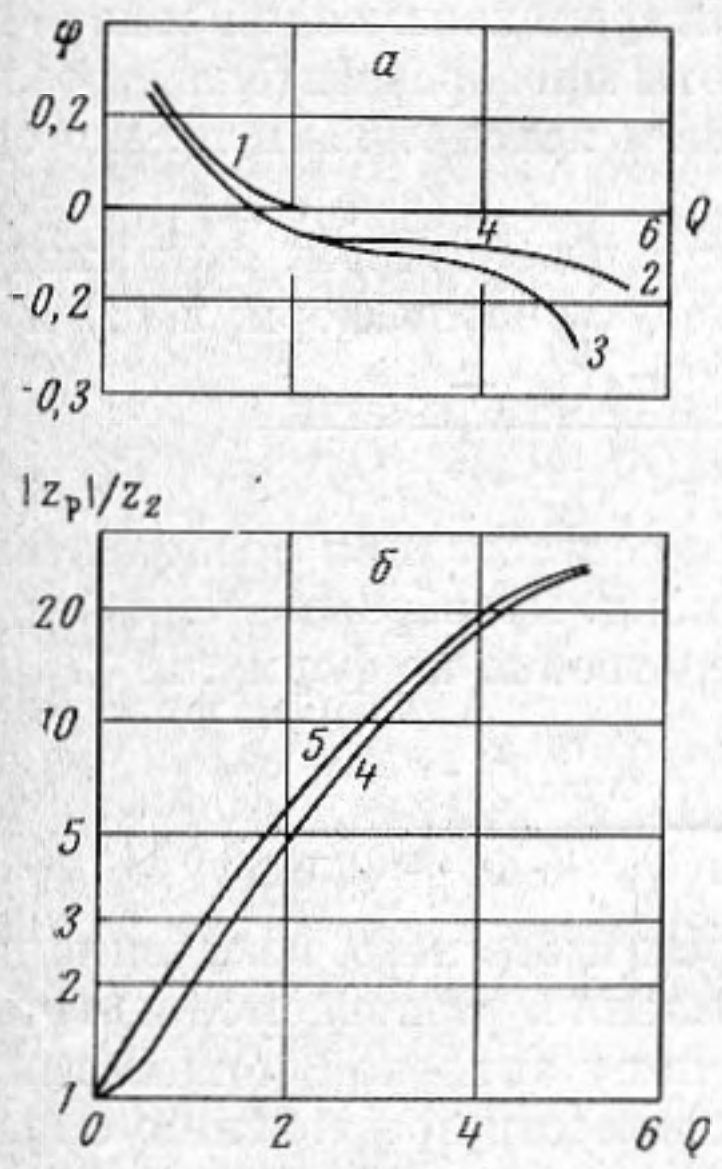
Из формулы (4) следует, что модуль и фазовый угол φ импеданца резонатора будут

$$|Z_p^{(1,2)}| = Z_2\left[\frac{A_1^2 + B_1^2}{A_2^2 + B_2^2}\right]^{1/2} = Z_2 F_z; \quad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{B_1}{A_1} - \operatorname{arctg}\frac{B_2}{A_2}. \qquad (5)$$

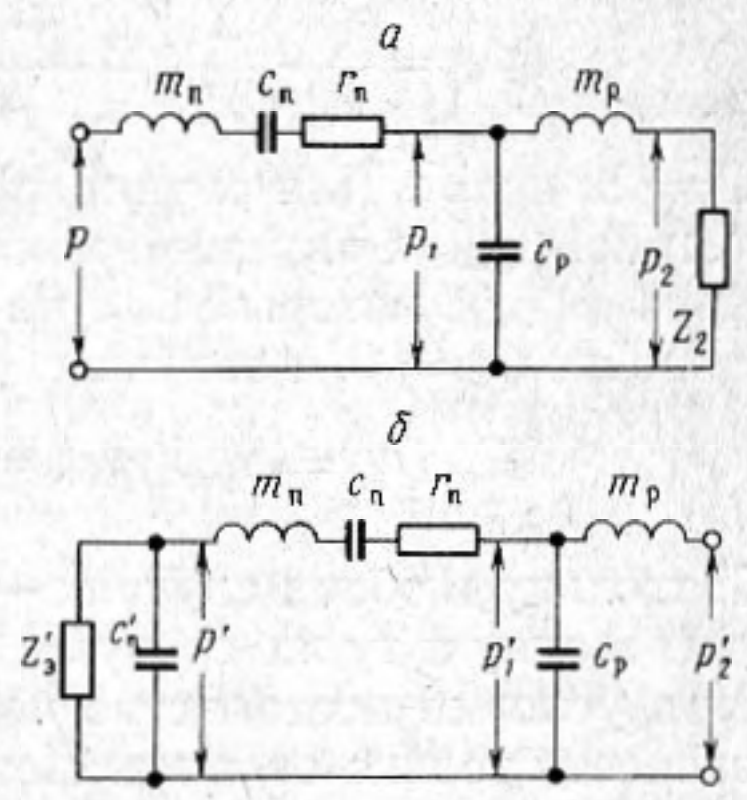
Обозначение F_z введено здесь для краткости.

С целью сопоставления получаемых из формулы (5) результатов с данными эквивалентной схемы, волновые числа φ_2 и φ_3 на частоте ω_p можно выразить через величины гибкости и массы, принятые выше для эквивалентной схемы. В конечном итоге, опуская элементарные выкладки, мы получаем $\varphi_2(\omega_p) = Q_p / (Q_p^2 + 1)$, $\varphi_3(\omega_p) = Q_p \alpha_{23}$.

Зависимости $\varphi(Q_p)$ и $F_z(Q_p)$ при различных величинах α_{23}, полученные согласно формуле (5), представлены на фиг. 2.



Фиг. 2



Фиг. 3

Кривая *1* на фиг. 2, *а*, относящаяся к случаю работы резонатора в газовой среде ($\alpha_{32} = 8 \cdot 10^3$ — терилеиовая пленка в воздухе), показывает, что здесь фазовый сдвиг имеет место только в области очень низких значений Q_p, но даже при $Q_p = 1$ реактивная составляющая импеданца не превышает 12% от его модуля. Две другие кривые на фиг. 2, *а* относятся к жидкой среде: *2* — для $\alpha_{32} = 28{,}5$ (медный экран в воде), *3* — для $\alpha_{32} = 17$ (медный экран в глицерине). Фазовый сдвиг здесь сравнительно мал лишь в интервале $1 \leqslant Q_p \leqslant 5$, однако этот диапазон в большинстве случаев достаточен.

Зависимость модуля импеданца резонатора от его добротности представлена на фиг. 2, *б* в безразмерной форме. Кривая *4* выражает отношение $|Z_p| / Z_2$ в эквивалентной схеме, а кривая *5* — строгие соотношения $|Z_p^{(1,2)}| / Z_2 = F_z$, которые в пределах графической точности совпадают между собой для всех указанных выше значений α_{32}. Различие между кривыми *4* и *5* невелико.

Таким образом, приближение, получаемое при использовании эквивалентной схемы резонатора, можно считать вполне удовлетворительным и мы воспользуемся ею при дальнейшем анализе, проведя его на примере плоского пьезоэлектрического преобразователя для основной моды колебаний по толщине. Если излучение и прием осуществляются односторонне, то принципиальная схема резонатора остается такой же, как для полубесконечных сред, только Z_1 на фиг. 1, *а* будет относиться теперь к материалу преобразователя.

Эквивалентная механическая схема для режима излучения представлена на фиг. 3, *а*, для приема — на фиг. 3, *б*; $m_п$, $c_п$ и $r_п$ обозначают, соответственно, приведенную акустическую массу, гибкость и сопротивление внут-

ренних механических потерь преобразователя. Влияние электрической стороны приемного преобразователя учитывается величинами вносимых сопротивлений $Z_э'$ и $c_п'$. В режиме холостого хода вносимое сопротивление будет представлено только гибкостью (обуславливаемой физической емкостью пьезопластины), которая однозначно определяется коэффициентом электромеханической связи.

Параметры эквивалентной схемы для основной моды колебаний по толщине выражаются известными соотношениями:

$$m_п = \pi Z_1 / 2\omega_0, \quad r_п = \pi Z_1 / 2Q_0, \quad c_п = 2 / \pi Z_1 \omega_0, \quad c_п' = c_п / k_t^2, \tag{6}$$

где ω_0 — круговая частота основного резонанса, Q_0 — собственная добротность преобразователя, k_t — коэффициент электромеханической связи для данной моды. Полагая, что собственные частоты преобразователя и резонатора совпадают ($\omega_р = \omega_0$), будем в дальнейшем использовать только одно обозначение $\omega_р$.

Акустико-механический к.п.д. излучателя с резонатором, как следует из эквивалентной схемы, составит на частоте $\omega_р$ с учетом формул (3) и (6)

$$\eta_{а.м} = \frac{Z_2(Q_р^2 + 1)}{Z_2(Q_р^2 + 1) + \pi Z_1/2Q_0} = \frac{\alpha(Q_р^2 + 1)}{\alpha(Q_р^2 + 1) + Q_0^{-1}}, \tag{7}$$

где $\alpha = 2Z_2 / \pi Z_1$. Для оценки эффективности согласования воспользуемся отношением $\eta_{а.м}$ к акустико-механическому к.п.д. преобразователя без резонатора ($\eta_{а.м_0}$), который получается непосредственно из формулы (7) при подстановке $Q_р = 0$, и получим

$$K_\eta(Q_р) = \eta_{а.м}/\eta_{а.м_0} = (Q_р^2 + 1)\frac{\alpha + Q_0^{-1}}{\alpha(Q_р^2 + 1) + Q_0^{-1}}. \tag{8}$$

Поскольку в обоих случаях — с резонатором и без него, излучение происходит в одну и ту же среду Z_2, звуковое давление, развиваемое излучателем при условии постоянства подводимой к нему активной мощности, будет зависеть только от к.п.д. Поэтому эффективность по давлению определится очевидным соотношением

$$K_р^{(w)}(Q_р) = p_2/p_{20} = (K_\eta)^{1/2}, \tag{9}$$

где p_2 и p_{20} — величины звукового давления в среде (или их аналоги на эквивалентной схеме), с резонатором и без него, соответственно; индекс w при коэффициенте $K_р$ указывает, что этот коэффициент определен при условии постоянства мощности.

В том случае, когда $\alpha(Q_р^2 + 1) \ll Q_0^{-1}$, например, для пьезокерамических преобразователей в воздухе эффективность резонатора приближенно выражается весьма простыми соотношениями: $K_\eta \approx (Q_р^2 + 1) \approx Q_р^2$ и $K_р^{(w)} \approx Q_р$. Так как в этом частном случае резонатор мало влияет на величину суммарных потерь преобразователя, частотная характеристика последнего останется практически неизменной.

Рассмотрим теперь частотную характеристику излучателя в том случае, когда влиянием резонатора пренебречь нельзя. Из эквивалентной схемы следует

$$p_2 = p_1 \frac{Z_2}{Z_2 + Z_m} \text{ и } p_1 = p \frac{Z_р}{Z_р + Z_п},$$

откуда

$$p_2 = p \frac{Z_2 Z_р}{(Z_2 + Z_m)(Z_р + Z_п)}. \tag{10}$$

Здесь p — аналог возбуждающего напряжения (соответствует разности потенциалов на обкладках излучателя), уровень которого предполагается неизменным; $Z_m = j\omega m_р$ — импеданц, обусловленный массой экрана; $Z_р$ — как указывалось выше, импеданц резонатора в целом со стороны преобразователя; $Z_п = (j\omega m_п + r_п - j / \omega c_п)$ — собственный импеданц последнего.

После подстановки в формулу (10) значений параметров с учетом со-

отношений (2) и (6) и несложных преобразований, получим

$$p_2(M, Q_p) = p\frac{\alpha M(Q_p^2+1)}{[M\theta_1 - M^3\theta_3] + j[M^2\theta_2 - (M^4\theta_p^2 + \theta_0)]}, \qquad (11)$$

где $\theta_1 = (\alpha + Q_0^{-1})(Q_p^2+1) + Q_p$, $\theta_3 = Q_p(1 + Q_pQ_0^{-1})$,

$$\theta_2 = (\alpha Q_p + 1)(Q_p^2+1) + Q_p(Q_p + Q_0^{-1}),\ \theta_0 = Q_p^2 + 1.$$

Обобщенное выражение частотных характеристик излучателя имеет вид

$$K_p^{(p)}(M, Q_p) = \left|\frac{p_2(M, Q_p)}{p_2(1, 0)}\right|. \qquad (12)$$

верхний индекс p здесь указывает на условие постоянства возбуждающего напряжения на входе излучателя. Положив в (12) $M = 1$, найдем эффективность резонатора по давлению при $p = \text{const}$:

$$K_p^{(p)}(Q_p) = \left|\frac{p_2(1, Q_p)}{p_2(1, 0)}\right| = (Q_p^2+1)^{1/2}\frac{\alpha + Q_0^{-1}}{\alpha(Q_p^2+1) + Q_0^{-1}}.$$

Расчетные кривые для обобщенных частотных характеристик пьезокерамического преобразователя в воде ($\alpha \approx 0{,}04$, $Q_0^{-1} \approx 0{,}01$) представлены на фиг. 4, *а* (здесь и далее *1* — для $Q_p = 0$, *2* — для $Q_p = 2$, *3* — для $Q_p = 3$, *4* — для $Q_p = 4$). Они показывают, что резонатор существенно расширяет полосу пропускания излучателя. Наиболее равномерная характеристика имеет место при $Q_p = 3$: полоса на уровне -3 *дб* достигает 40% от резонансной частоты и, следовательно, на порядок превышает полосу для преобразователя без резонатора (при $Q_p = 0$).

Обратимся теперь к эквивалентной схеме приемника. Для определенности будем рассматривать режим холостого хода, полагая $Z_э' = \infty$. Из схемы фиг. 3, *б* следует

$$p' = p_1'\frac{Z_{вн}}{Z_п + Z_{вн}},\quad p_1' = p_2'\frac{Z - Z_m}{Z},$$

откуда

$$p' = p_2'\frac{Z_{вн}(Z - Z_m)}{Z(Z_п + Z_{вн})}, \qquad (13)$$

где p' — согласно обозначениям на эквивалентной схеме, аналог разности потенциалов на обкладках приемника, p_2' — звуковое давление на внешней поверхности приемника, $Z_{вн} = -j/\omega c_п$ — вносимое сопротивление, Z — полный импеданц со стороны входных концов эквивалентной схемы.

Звуковое давление p_2' на входе легко найти, пользуясь известным выражением коэффициента передачи на границе раздела при нормальном падении: $p_2' = 2p_2Z/(Z + Z_2)$, здесь p_2 — звуковое давление волны, падающей на приемник со стороны Z_2. После подстановки в формулу (13) p_2' и значений параметров эквивалентной схемы, получим

$$p'(M, Q_p) = p_2\frac{-j2k_t^2(Q_p^2+1)}{[M\theta_1' - M^3\theta_3'] + j[M^2\theta_2' - (M^4Q_p^2 + \theta_0')]} \qquad (14)$$

где $\theta_1' = (\alpha + Q_0^{-1})(Q_p^2+1) + Q_p(1 + k_t^2)$, $\theta_3' = Q_p(1 + Q_pQ_0^{-1})$,
$\theta_2' = (\alpha Q_p + 1)(Q_p^2+1) + Q_p(Q_p + Q_0^{-1}) + Q_p^2k_t^2$, $\theta_1' = (Q_p^2+1)(1+k_t^2)$.
Отсюда мы найдем обобщенные частотные характеристики приемника:

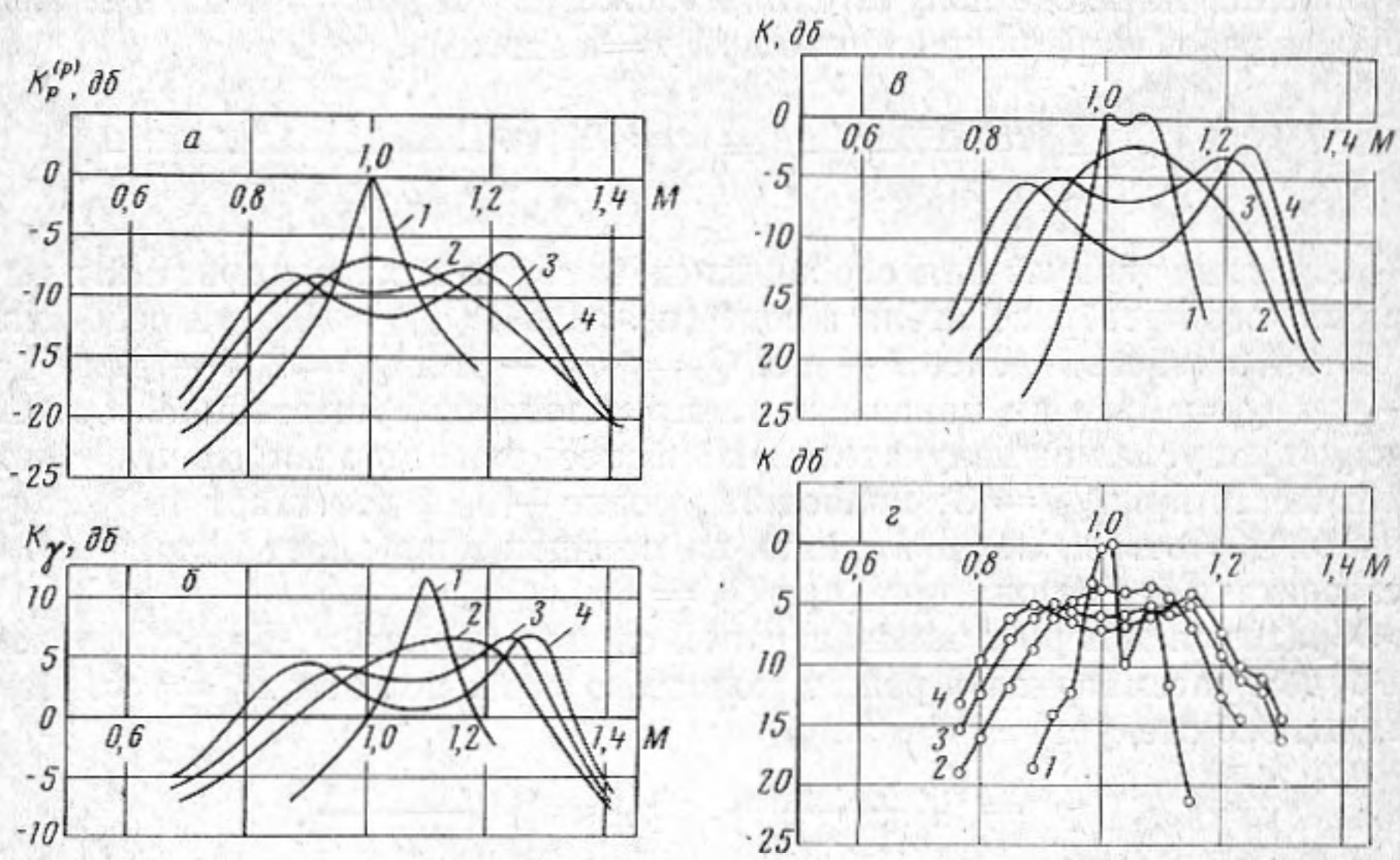
$$K_v(M, Q_p) = \left|\frac{p'(M, Q_p)}{p'(1, 0)}\right| \qquad (15)$$

и эффективность резонатора на частоте ω_p в режиме приема

$$K_\gamma(Q_p) = \left| \frac{p'(1, Q_p)}{p'(1, 0)} \right| = \left\{ \frac{(Q_p^2 + 1)\left[(\alpha + Q_p^{-1})^2 + k_t^4\right]}{\left[\alpha(Q_p^2 + 1) + Q_0^{-1}\right]^2 + k_t^4} \right\}^{1/2}.$$

Обобщенные частотные характеристики пьезокерамического приемника в воде (при $k_t^2 = 0{,}2$) приведены на фиг. 4, *б*. Равномерность характеристик здесь несколько хуже, чем у излучателя, тем не менее полоса пропускания при $Q_p = 3$ также достигает 40% от номинала частоты.

Частотная зависимость коэффициента преобразования $K = |p' / p|$ приемо-излучающей системы в целом, представляющая собою произведение обобщенных характеристик излучателя и приемника, $K(M, Q_p) = K_p^{(p)} \cdot K_\gamma$ может быть получена из формул (12) и (15), если в исходное выражение (14) вместо независимой переменной p_2 подставить $p_2(M, Q_p)$ из формулы (11). Семейство расчетных кривых $K(M, Q_p)$ для пьезокерамического



Фиг. 4

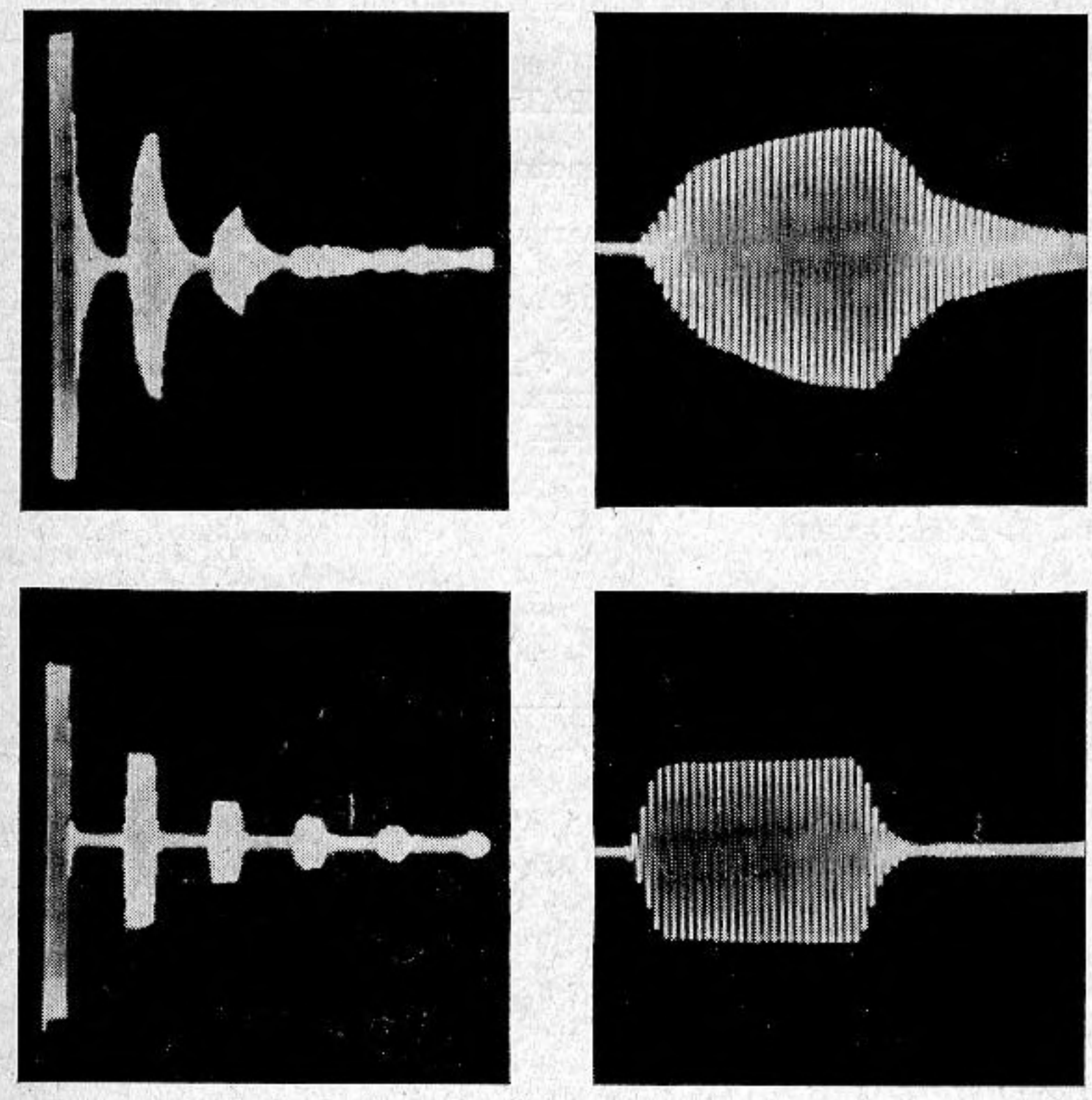
преобразователя в воде при указанных выше значениях α, Q_0 и k_t представлено на фиг. 4, *в*. Нетрудно видеть, что резонатор незначительно снижает коэффициент преобразования, несмотря на существенное расширение полосы приемо-передающей системы при $2 \leqslant Q_p \leqslant 3$.

Экспериментальная проверка теоретических результатов проводилась для дисковых пьезокерамических преобразователей $BaTiO_3$ ($k_t^2 \approx 0{,}17$) как в воздухе, так и в воде. В воздухе измерения были выполнены на частотах 38,5 и 23 *кгц*, в воде — 130 *кгц*. В обоих случаях применялся импульсный режим, исключавший возможность образования стоячих волн. Для уменьшения краевых эффектов диаметр преобразователей (D) выбирался достаточно большим по сравнению с длиной волны: $D / \lambda \approx 9$ — в воздухе и $D / \lambda \approx 11$ — в воде.

В воздухе измерялись коэффициенты эффективности $K_p^{(p)}(Q_p)$ и $K_\gamma(Q_p)$, поскольку изменений частотных характеристик здесь, как и следовало ожидать, не наблюдалось. Данные измерений представлены в таблице, там же указаны для сравнения расчетные величины этих коэффициентов. Характерно, что отклонения экспериментальных данных от расчетных возрастают в прямой связи с повышением добротности резонаторов. Это обусловлено влиянием неравномерности зазора между экраном и преобразователем, которую трудно устранить. По этой причине не удалось реализовать значений добротности выше указанных в таблице

Q_p	Расчетн.	Эксперимент.		Q_p	Расчетн.	Эксперимент.	
	K_p, K_γ	K_p	K_γ		K_p, K_γ	K_p	K_γ
3,5	3,65	3,6	3,6	14,4	14,4	11,0	8,0
5,8	5,9	5,4	5,2	21,0	21,0	11,5	8,9
9,6	9,65	7,3	7,3				

Экраны, изготовленные из полимерных пленок и различных сортов бумаги, устанавливались на подвижной оправе, допускавшей плавную регулировку зазора. Натяжение экрана заметного влияния на работу резонатора не оказывало, если только оно было достаточным, чтобы исключить провисание. С этой точки зрения, лучшим из числа примененных материалов следует считать терилен, обладающий наибольшей жесткостью.



Фиг. 5

В водной среде получены частотные характеристики приемо-излучающей системы с различными резонаторами. Семейство экспериментальных кривых $K(M, Q_p)$, приведенное на фиг. 4, *г*, удовлетворительно согласуется с расчетными данными фиг. 4, *в*, за исключением приемо-излучающей системы без резонатора ($Q_p = 0$), что, по-видимому, объясняется паразитным влиянием высоких гармоник радиальной моды преобразователя, проявляющимися наиболее ярко при малой нагрузке. Экспериментальные частотные характеристики при $Q_p \neq 0$ несколько сглажены по сравнению с расчетными вследствие неравномерности зазора.

В качестве экранов в воде использовались пластины листовой меди и латуни толщиной от 0,4 до 1 *мм*, которые устанавливались на калиброванных прокладках без жесткого закрепления. Влияние конструктивных связей экрана с преобразователем не исследовалось.

Влияние резонатора на переходные процессы в приемо-излучающей системе иллюстрируют осциллограммы фиг. 5, где показаны: слева — последовательность импульсов, отраженных от поверхности воды над приемо-излучающей системой, справа — первый импульс этой последовательности в растянутом временном масштабе: верхние осциллограммы относятся к преобразователю без резонатора, нижние получены с резонатором $Q_р \approx \approx 2{,}5$.

Приведенные данные показывают, что согласующий резонатор позволяет существенно повысить акустико-механический к.п.д. преобразователя. Повышение к.п.д. сопровождается ростом чувствительности для излучения и приема в тех средах, где акустическое сопротивление мало по отношению к сопротивлению собственных потерь преобразователя, а в средах, где оно достаточно велико,— расширением полосы пропускания,— при незначительной потере чувствительности на центральных частотах. Резонатор в отличие от четверть- и полуволновых согласующих слоев допускает изменение частоты настройки его непосредственно во время работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Д. Тартаковский. Звуковые переходные слои. Докл. АН СССР, 1950, 75, 1, 29—32.
2. Д. Б. Дианов. Об излучении ультразвуковых волн через плоскопараллельные слои. Акуст. ж., 1959, 5, 1, 31—32.
3. Lawrence C. Lynnworth. Ultrasonic impedance matching from Solids to gases. JEEE Trans., 1965, SU-12, 2, 37—48.
4. В. Б. Аранович, И. А. Прудов. Ультразвуковой излучатель. Авт. свид. № 251970, Бюлл. Изобретения, промышл. образцы и товар. знаки, 1969, 28, 110.
5. Л. М. Бреховских. Волны в слоистых средах. М., Изд-во АН СССР, 1957.

Ленинградский горный институт
им. Г. В. Плеханова

Поступила в редакцию
15 июня 1970 г.