АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XVII 1971 Вып. 4

УДК 534.614

О МЕТОДАХ КАЛИБРОВКИ ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ ПРИЕМНИКОВ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ

Л. Н. Захаров

Рассматриваются методы калибровки приемников колебательной скорости (градиента давления) в плоском слое воды с акустически мягкой нижней границей (пресное водохранилище) при использовании приемника звукового давления в качестве эталонного гидрофона. Экспериментальные результаты калибровки приемников колебательной скорости находятся в хорошем согласии с теоретическими расчетами.

Колебательную скорость частиц в звуковой волне можно измерить посредством приемных устройств двух типов, существенно различных по принципу действия. Для этой цели может быть использован или приемник, состоящий из тела соколеблющегося с частицами жидкости [1], или приемник, состоящий из двух точечных противофазных приемников давления, расположенных друг от друга на расстоянии много меньшем длины волны.

Приемник первого типа имеет ряд существенных преимуществ. Во-первых, амплитуда скорости сферы при воздействии звуковой волны не зависит от ее диаметра, если он мал по сравнению с длиной волны. Таким образом, размеры сферы могут быть сделаны в принципе сколь угодно малыми. Кроме того, на чувствительные элементы приемника, заключенные внутри жесткой оболочки, не действует статистическое давление, что особенно важно при измерении на больших глубинах.

Чувствительность приемников колебательной скорости можно выразить в единицах смещения, скорости или ускорения в зависимости от конструкции чувствительного элемента, регистрирующего перемещение корпуса приемника. Однако так как все данные по акустическим полям как правило представляются в терминах звукового давления, а также учитывая, что в качестве эталонных гидрофонов используются почти исключительно приемники давления, представляется целесообразным определять чувствительность приемников колебательной скорости по звуковому давлению.

Связь между колебательной скоростью в звуковой волне (ξ_0) и колебательной скоростью сферического приемника (ξ) в случае длинных волн определяется известным выражением [2]:

$$\dot{\xi} = \dot{\xi}_0 \frac{3\rho_0}{2\bar{\rho} + \rho_0}, \tag{1}$$

где $\bar{\rho}$ — средняя плотность сферы, ρ_0 — плотность воды. Эта формула достаточно точна при условии малости волнового параметра $\alpha = ka \ll 1$ (где a — радиус сферы, k — волновое число). При произвольных значениях α колебательную скорость ($\dot{\xi}$) можно вычислить, используя выражение силы F_x [3], действующей на сферу (в предположении, что сфера неподвижна), и разделив его на полный импеданц сферы Z', в котором учитывается реак-

ция поля колеблющейся сферы:

$$\dot{\xi} = \frac{F_x}{Z'} = \frac{F_x}{Z_1 + i\omega\bar{\rho}V} =$$

$$= + i \frac{3\rho_0 e^{i[\delta_1(\alpha)-\beta(\alpha)]}}{\sqrt{4+\alpha^4}\sqrt{\left(\frac{\rho_0\alpha^3}{4+\alpha^4}\right)^2 + \left(\rho_0\frac{2+\alpha^2}{4+\alpha^4} + \bar{\rho}\right)^2}} \cdot \dot{\xi}_0, \qquad (2)$$

где $\operatorname{tg}\beta(\alpha) = \dfrac{(2+\alpha^2) + \frac{\bar{\rho}}{\rho_0}(4+\alpha^4)}{\alpha^3}$, $\delta_1(\alpha)$ — вспомогательная функция, введенная Морзом, [3], определяющая фазу силы; Z_1 — импеданц излучения осциллирующей сферы $Z_1 = \frac{4}{3}\pi a^2 \rho c \frac{\alpha^4}{4+\alpha^4} + i\omega\frac{4}{3}\pi a^3 \rho \frac{2+\alpha^2}{4+\alpha^4}$, V — объем сферы.

Используя связь между колебательной скоростью и звуковым давлением в плоской волне, а также выражение (2), мы получим формулу для чувствительности по звуковому давлению приемника колебательной скорости с преобразователем, реагирующим на ускорение. При выводе этой формулы пренебрежем влиянием механического импеданца преобразователя, так как в большинстве случаев его масса мала по сравнению с массой сферы, а резонансная частота выше предельной частоты рабочего диапазона приемника. При $\alpha \ll 1$ получим.

$$K_p = \frac{3\omega K_g}{g c_0 (\rho_0 + 2\bar{\rho})} \text{ Мкв/бар}, \qquad (3)$$

где K_p — чувствительность приемника колебательной скорости по звуковому давлению, K_g — чувствительность преобразователя приемника по ускорению, g — ускорение силы тяжести, c_0 — скорость звука в воде.

Создать при калибровке условия существования плоской звуковой волны, в особенности на низких звуковых частотах, весьма затруднительно. Поэтому представляет интерес описываемый метод градуировки приемников в плоском слое воды конечной толщины. Будем предполагать, что плоский слой лежит на акустически мягкой нижней границе, что справедливо для пресных водоемов. Согласно работе (4), потенциал скорости выражается при этом в виде

$$\varphi \approx \frac{2}{H}\sqrt{2\pi/X}\, e^{i\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)} \sum_{n=1}^{n_S} m_n^{-1/2} e^{-i m_n X} \sin(l_n h) \sin(l_n y), \qquad (4)$$

где X — горизонтальное расстояние между излучателем и приемником, H — глубина места, m_n, l_n — комплексные горизонтальное и вертикальное волновое число нормальной волны порядка n, h — глубина погружения излучателя, y — глубина погружения приемника.

При проведении калибровочных работ приемник давления и приемник колебательной скорости будут регистрировать соответственно модули звукового давления и горизонтальной составляющей колебательной скорости, которые нетрудно найти из выражения (4):

$$|p| \approx \sqrt{\sum_{n=1}^{n_S} A_n^2 + 2 \sum_{\substack{j=1,\, k=1 \\ j \neq k}}^{n_S} A_j A_k \cos[(m_j' - m_k')X] \cdot a}, \qquad (5)$$

где $a = \dfrac{2\omega\rho_0}{H}\sqrt{2\pi/X}$, $A_{n,j,k} = m_{n,jk}^{-1/2} \cdot e^{-m''_{n,jkX}} \cdot \operatorname{sm}(l_{n,j,k}h)\operatorname{sm}(l_{n,j,k}y)$,

$m'_{n,j,k}$ — действительная и $m''_{n,j,k}$ — мнимая части горизонтального волнового числа $m_{n,j,k}$, и

$$|\dot{\xi}| \approx B \sqrt{\sum_{n=1}^{n_S} B_n^2 + 2 \sum_{\substack{j=1,\, k=1 \\ j \neq k}}^{n_S} B_j B_k \cos\left[(m_j' - m_k')\, X\right]}, \tag{6}$$

где $b = \frac{2}{H}\sqrt{2\pi/X}$; $B_{n,j,k} = m_{n,j,k}^{1/2} \quad e^{-m''_{n,j,k} X} \cdot \mathrm{sm}\,(l_{n,j,k} \cdot h) \cdot \mathrm{sm}\,(l_{n,j,k} \cdot y)$.

Отметим, что выражение (6) справедливо при условии $m_n x \gg {}^1/_2$, что практически эквивалентно $X > \lambda$.

В плоском слое воды с акустически мягким дном вместо волнового сопротивления, равного ρ_0, c_0, нужно использовать более сложное выражение:

$$\frac{|p|}{|\dot{\xi}|} = \rho_0 c_0 \left[\frac{\omega}{c_0} \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{n_S} A_n^2 + 2 \sum_{j=1,\, k=1,\, j \neq k}^{n_S} A_j A_k \cos\left[(m_j' - m_k') \cdot X\right]}{\sum_{n=1}^{n_S} B_n^2 + 2 \sum_{\substack{j=1,\, k=1 \\ j \neq k}}^{n_S} B_j B_k \cos\left[(m_j' - m_k') \cdot X\right]}} \right] = \rho_0 c_0 \psi, \tag{7}$$

где ψ — безразмерный поправочный множитель для слоя, зависящий от координат точки приема.

Как следует из последнего выражения, вычисление поправочного множителя ψ представляет собой достаточно сложную операцию, причем следует особо отметить, что величина ψ существенно зависит от глубины погружения излучателя и приемника, а также от точности установки частоты акустического сигнала. Как следует из выражения (7), небольшие флюктуации перечисленных выше параметров приведут к значительным ошибкам при калибровке приемников колебательной скорости.

Калибровку приемника колебательной скорости можно произвести значительно точнее, если перейти от измерения поля в одной точке к снятию распределения звукового давления, а также вертикальной и горизонтальной составляющих колебательной скорости по глубине водного слоя.

Пропуская очевидные промежуточные операции, связанные с вычислением на основании формул (5) и (6) средних значений $|\bar{p}|_H^2$ и $|\overline{\dot{\xi}}|_H^2$, принимая $l_n \approx n\pi / H$, мы получим окончательно

$$|\bar{P}|_H^2 = \left(\frac{2\omega\rho_0}{H}\sqrt{2\pi/X}\right) \frac{H}{2} \sum_{n=1}^{n_s} m_n^{-1} e^{-2m''_n X} \cdot \sin^2(l_n h), \tag{8}$$

$$|\overline{\dot{\xi}}|_H^2 = \left(\frac{2}{H}\sqrt{2\pi/X}\right)^2 \frac{H}{2} \sum_{n=1}^{n_S} m_n^{+1} e^{-2m''_n X} \cdot \sin^2(l_n h). \tag{9}$$

Выражение для вертикальной составляющей колебательной скорости получается путем дифференцирования выражения (4) по вертикальной координате y. После нахождения квадрата модуля этой составляющей и усреднения его по глубине слоя H получаем следующее выражение:

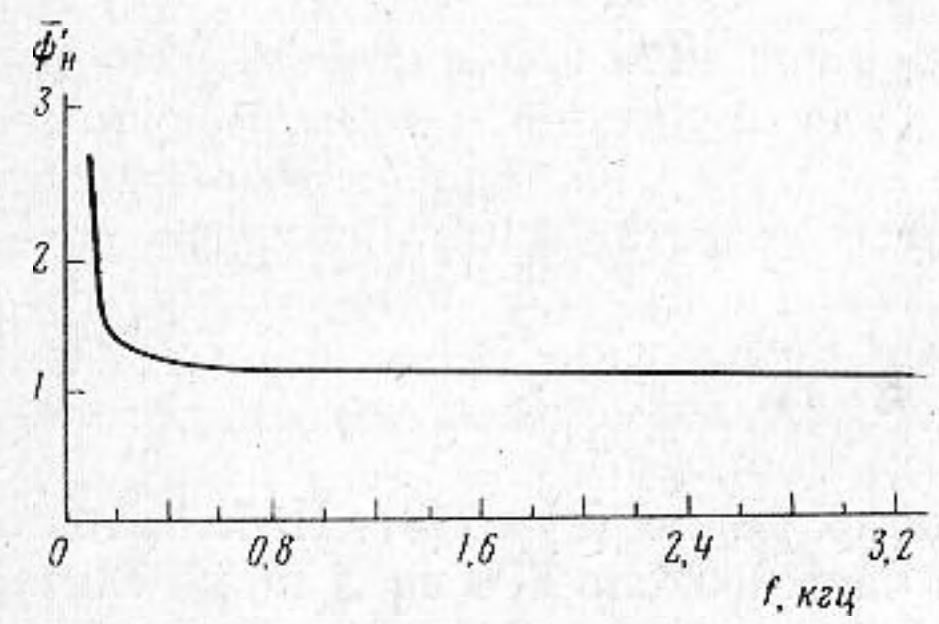
$$|\overline{\eta}|_H^2 = \left(\frac{2}{H}\sqrt{\frac{2\pi}{X}}\right)^2 \frac{H}{2} \sum_{n=1}^{n_S} l_n^2 m_n^{-1} e^{-2m''_n X} \sin^2(l_n h). \tag{10}$$

Используя формулы (8), (9), (10), нетрудно показать, что

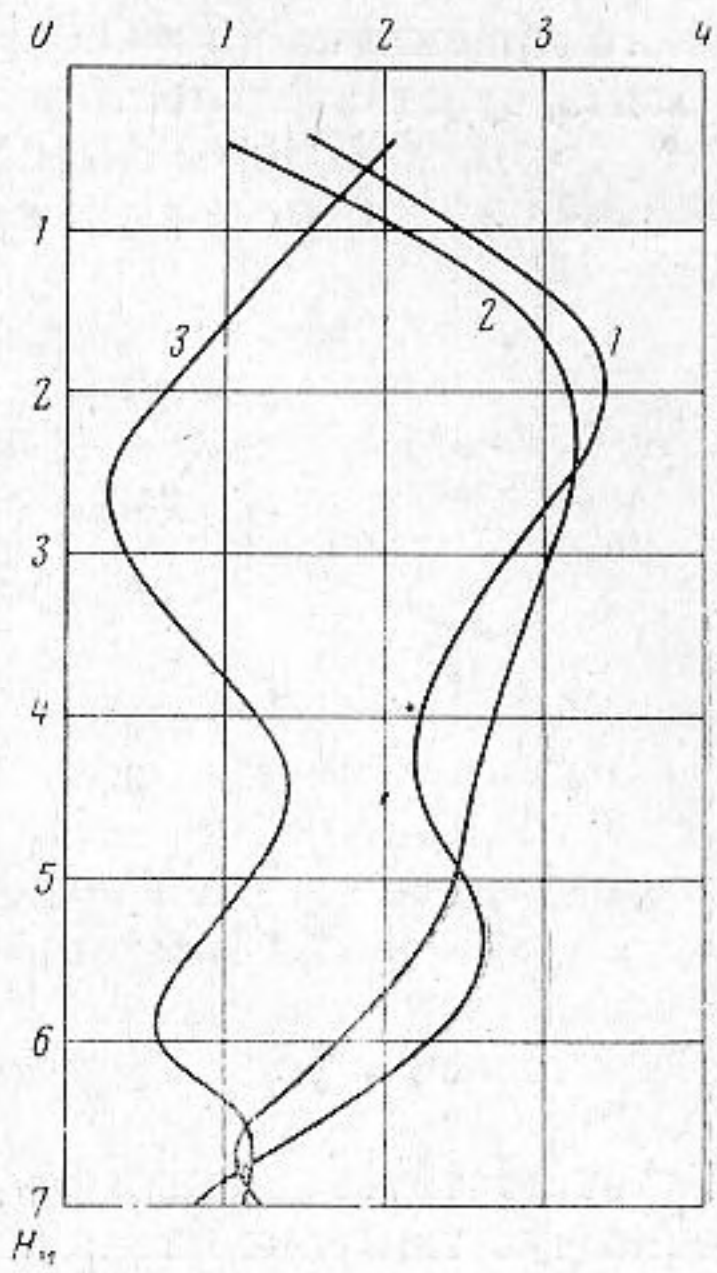
$$\frac{\overline{|p|_H^2}}{\overline{|\xi|_H^2}+\overline{|\eta|_H^2}}=\frac{(\omega\rho_0)^2}{k^2}=(\rho_0 c_0)^2. \qquad (11)$$

Таким образом, калибровка приемника колебательной скорости сводится к снятию распределений звукового давления, горизонтальной и вертикальной составляющих колебательной скорости по глубине слоя, осреднению полученных результатов и определению чувствительности по давлению по формуле (11).

В некоторых случаях, когда известны акустические свойства грунта, можно ограничиться определением средних значений звукового давления и горизонтальной составляющей колебательной скорости. В этом случае отношение средних по глубине слоя квадратов модулей звукового давления и горизонтальной составляющей колебательной скорости будет



Фиг. 1



Фиг. 2

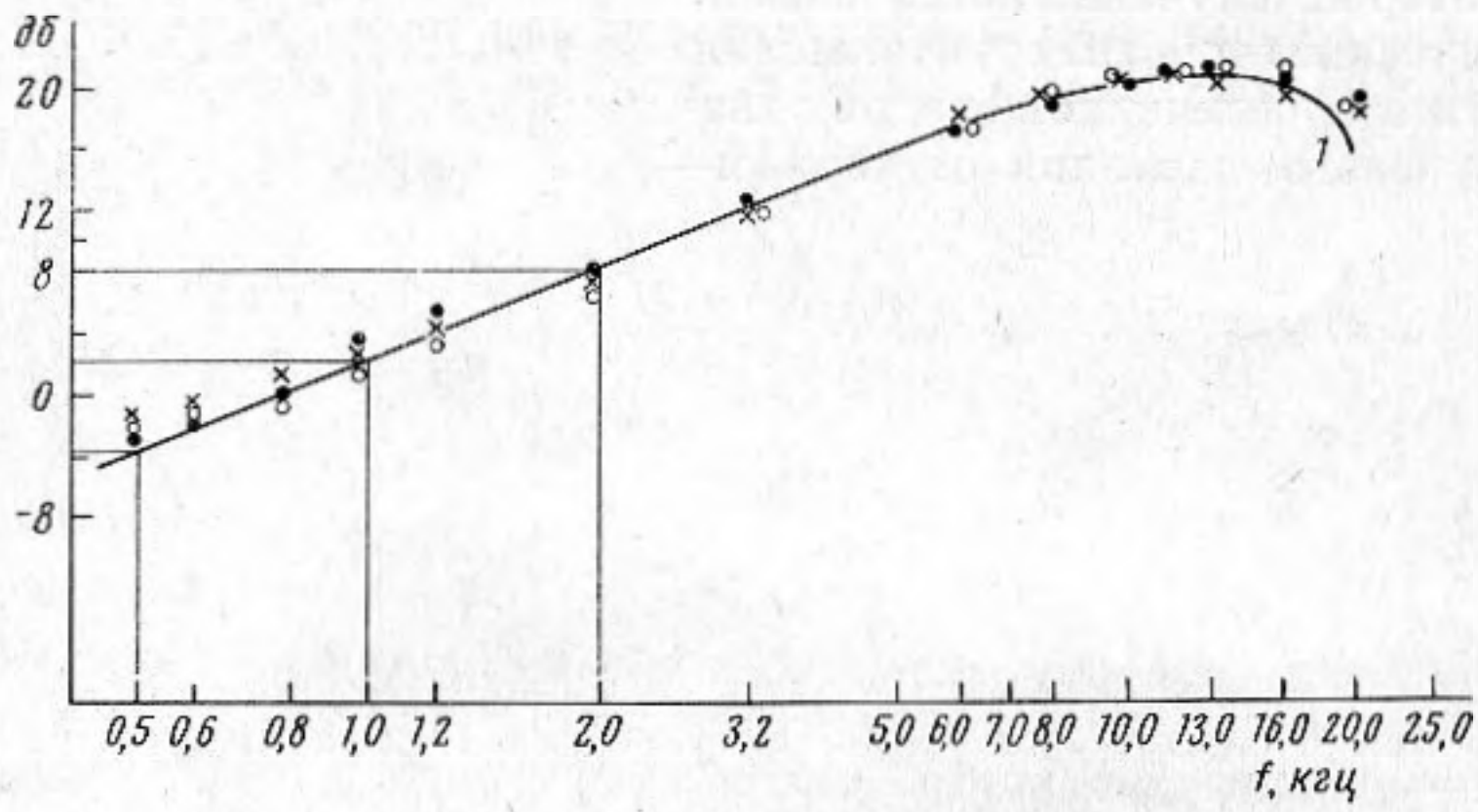
$$\frac{\overline{|p|_H^2}}{\overline{|\dot{\xi}|_H^2}}=(\rho_0 c_0)^2\left[\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2\frac{\sum\limits_{n=1}^{n_S} m_n^{-1}\cdot e^{-2m_n''X}\cdot Sm^2(l_n h)}{\sum\limits_{n=1}^{n_S} m_n^{+1}e^{-2m_n''X}\cdot Sm^2(l_n h)}\right]=(\rho_0 c_0)^2(\overline{\psi_H'})^2. \qquad (12$$

Вычисление поправочного коэффициента $\overline{\psi_H'}$ при известных параметрах грунта не представляет труда. На фиг. 1 приведена зависимость $\overline{\psi_H'}=\varphi(f)$ для водоема с глубиной места $H=8$ *м*, при расстоянии между излучателем и приемником $X=17$ *м*, плотности грунта $\rho_1=1{,}6$ *г/см*^{3} и скорости звука в грунте $c_1=150$ *м/сек*. Наибольшие значения поправочный коэффициент имеет в области низких звуковых частот. С повышением частоты значение $(\overline{\psi_H'})$ стремится к единице.

Калибровка приемников колебательной скорости производилась нами на участке пресного водохранилища с плоским горизонтальным дном при глубине 8 *м*. Широкополосный излучатель опускался на середину глубины, расстояние между излучателем и приемной системой составляло 17 *м*. Эталонный точечный ($d=10$ *мм*) приемник давления и сферический приемник колебательной скорости крепились с помощью резиновых растяжек к рамке, которая могла с постоянной скоростью опускаться вертикально вниз от

поверхности до дна водохранилища. Уровень сигнала на выходе приемников превышал помехи на 25 — 30 *дб*. Запись вертикальных распределений звукового давления и колебательной скорости производились на самописцах типа Н-110. Образцы записей произведенных на частоте 315 *гц* приведены на фиг. 2, где кривая *1* относится к звуковому давлению, кривая *2* — к горизонтальной и *3* к вертикальной составляющим колебательной скорости. На фигуре по оси ординат отложена глубина погружения приемника, а по оси абсцисс — выходное напряжение в относительных единицах.

На фиг. 3 приведена частотная характеристика чувствительности сферического приемника ($d = 60$ *мм*), выраженная в *дб*. За нулевой уровень была взята чувствительность в *мкв/бар* на частоте 800 *гц*. Сплошная кри-



Фиг. 3

вая *1* соответствует данным расчета по формуле (2) и (3). Небольшое отклонение чувствительности в области частот около 600 *гц* и ниже связано с тем, что калибровка приемника производилась в соответствии с формулой (12). Для определения истинного значения чувствительности в этом частотном диапазоне необходимо воспользоваться значениями поправочного коэффициента Φ_H', приведенного на фиг. 1.

Следует заметить, что диаметр приемника при калибровке его в плоском слое воды, безграничном в горизонтальном направлении, можно брать больше чем $\lambda / 15$, так как длина волны в вертикальном направлении определяется величиной $\lambda_y = 2H / n$, где $n = 1, 2, 3$ и т. д. Для низших мод (n), вносящих основной вклад в суммарное поле, λ_y будет значительно больше λ. Таким образом, размеры приемника при градуировке его в плоском слое, по-видимому, правильнее сравнивать с глубиной слоя H.

В заключении автор выражает благодарность С. Н. Ржевкину и В. С. Нестерову за советы и помощь при выполнении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. B. Leslie, J. M. Kendall, J. L. Jones. Hydrophone for measuring particle velocity. J. Acoust. Soc. America, 1956, **28**, 711—715.
2. Л. Д. Ландау и Е. М. Лившиц. Механика сплошных сред. М., ГТТИ, 1953.
3. Ф. Морз. Колебания и звук. М., ГТТИ, 1949.
4. Л. Н. Захаров, В. С. Нестеров, Э. Г. Федосеева. Медленные флюктуации звукового поля под воздействием сейшевых колебаний пресного водоема. Акуст. ж., 1964, **10**, 3, 293—299.

Кафедра акустики
Московского государственного
университета

Поступила в редакцию
13 апреля 1970 г.