ственно ±3, ±5, ±7, ±10 *см/сек*. Экспериментальные данные приведены на фигуре, где цифры кривых соответствуют номеру кислоты в гомологическом ряду: *4* — масляная, *5* — валериановая, *6* — капроновая, *7* — энантовая, *8* — каприловая. Среднеквадратичные отклонения экспериментальных точек от кривых, описываемых уравнениями вида (2) [12], не превышают погрешностей измерений:

$$(c^2 - c_0^2)(f^2 + f_m^2) = (c_\infty^2 - c_0^2) f^2. \qquad (2)$$

Здесь f_m — частота релаксации, c — скорость ультразвука на частоте f, c_0, c_∞ — скорости ультразвука на частотах $f \ll f_m$ и $f \gg f_m$ соответственно. Коэффициенты корреляции между значениями f^2 и $(c^2 - c_0^2)$ составляют 0,96 ÷ 0,99. Это позволяет считать, что дисперсия в каждой из жидкостей описывается уравнением с одним временем релаксации. Средневзвешенные значения частот релаксации и полных дисперсий скорости $c_\infty - c_0$ приведены в таблице. Из приведенных данных видно, что частоты релаксации возрастают, а дисперсии скорости уменьшаются с увеличением числа атомов в молекуле кислоты. По-видимому, это связано с изменениями энергии межмолекулярных взаимодействий и энтропии при переходе к высшим членам ряда.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. А. Бажулин. Затухание ультраакустических волн в уксусной кислоте. Докл. АН СССР, 1936, 3, 6, 283—286.
2. J. Lamb, J. M. M. Pinkerton. The absorption and dispertion of ultrasonic waves in acetic acid. Proc. Roy. Soc., 1949, **A-199**, 114—130.
3. J. Lamb, D. H. A. Huddart. The absorption of ultrasonic waves in propionic acid. Proc. Roy. Soc., 1950, **46**, 540—545.
4. S. Parthasarathy, M. Pancholy, A. F. Chaphgar. Ultrasonic absorption in some homologous series of organic liduids. Nuovo Sim., 1958, **10**, 10, 111—131.
5. M. C. Moriamez, M. Moriamez, A. Moreaux. Determination de la vitesse de propagation et de l'absorption des ondes ultrasonores dans dueldues acides carboxylidues purs. J. Chem. Phys., 1966, **63**, 4, 615—620.
6. Б. Г. Шпаковский. Распространение ультразвуковых волн в жидкостях. Докл. АН СССР, 1938, **18**, 3, 173—179.
7. A. Barone, G. Pisent, D. Sette. Dispersione della velosita di propagazione di ultrasuoni in acido propionico. Nuovo Cim., 1958, **7**, 365.
8. E. Freedman. On the use of ultrasonic absorption for the determination of very rapid reaction rates at eduilibrium application to the liduid phase association of carboxylic acids. J. Chem. Phys., 1953, **21**, 1784—1790.
9. И. Г. Михайлов, В. А. Соловьев, Ю. П. Сырников. Основы молекулярной акустики. М., «Наука», 1964.
10. К. М. Бурундуков, А. М. Лобанов. Способ прецизионного измерения дисперсии скорости ультразвука в жидкостях. Акуст. ж., 1970, **16**, 2, 311—313.
11. К. Баршаускас, В. Илгунас, О. Кубилюнене. Измерение дисперсии скорости ультразвука в жидкостях интерферометрическим методом. Акуст. ж., 1964, **10**, 1, 25—29.
12. Л. Бергман. Ультразвук и его применение в науке и технике. М., ИЛ, 1957, 301.

Тюменский педагогический институт

Поступило в редакцию 23 июля 1970 г.

УДК 534.231.1

О ЧИСТО ПРОДОЛЬНЫХ СМЕЩЕНИЯХ В СИММЕТРИЧНЫХ ВОЛНАХ ЛЭМБА ВЫСШИХ ТИПОВ

Д. В. Жуков

В последние годы к волнам Лэмба проявляется определенный интерес. Было проведено обобщенное исследование этих волн рядом авторов [1, 2]. Наблюдается все возрастающее использование этих волн в науке и технике (дефектоскопия, ультразвуковые линии задержки и т. д.). В работах [1, 2] дано описание поведения симметричных (s_m) и антисимметричных (a_m) волн Лэмба при изменении произведения частоты ультразвуковых колебаний f на толщину пластины $2h$. В частности, на электронно-вычислительной машине были рассчитаны зависимости колебательных смещений (продольных и поперечных) от координаты z, имеющей направление перпендикулярное поверхности пластины. Оказалось, что для симметричных волн при определенных $fh = (fh)_{0m}$ поперечные смещения равны нулю, а продольные — имеют постоянную величину и одинаковое направление во всей толщине пластины.

Произведем анализ величин $(fh)_{0m}$. Для этого найдем зависимость поперечных смещений в звукопроводе от параметра fh. При поперечных смещениях, равных нулю, $fh = (fh)_{0m}$. Выражение для поперечных смещений в звукопроводе W_s определим способом, изложенным в работе [1]:

$$W_s = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x}, \qquad (1)$$

где x — координата в направлении распространения волны, s — значок, указывающий на симметричность волны, φ и ψ — потенциалы упругих смещений, представленных в виде

$$\varphi = [A \operatorname{ch} qz + B \operatorname{sh} qz]\, e^{ikx}; \quad \psi = [D \operatorname{sh} \dot{s}z + C \operatorname{ch} \dot{s}z]\, e^{ikx},$$

причем k — волновое число волны Лэмба, $q = \sqrt{k^2 - k_l^2}$, $\dot{s} = \sqrt{k^2 - k_t^2}$, k_l — волновое число продольной волны, k_t — волновое число поперечной волны. Начало координат выбрано на плоскости, симметричной относительно поверхностей звукопровода. Связь между постоянными коэффициентами A, B, C, D определяется из граничных условий: напряжения на свободных поверхностях $(z = \pm h)\, \sigma_{xz}$ и σ_{zz} должны обращаться в нуль. На этом основании

$$D = \frac{2ikq \operatorname{sh} qh}{(k^2 + \dot{s}^2) \operatorname{sh} \dot{s}h} A, \qquad C = \frac{2ikq \operatorname{ch} qh}{(k^2 + \dot{s}^2) \operatorname{ch} \dot{s}h} B,$$

и амплитуда поперечных смещений $\hat{W}_s$ будет

$$\hat{W}_s = Aq \left(\operatorname{sh} qz - \frac{2k^2}{k^2 + \dot{s}^2} \frac{\operatorname{sh} \dot{s}z}{\operatorname{sh} \dot{s}h} \operatorname{sh} qh \right). \tag{2}$$

По условию $\hat{W}_s = 0$. Однако функция (2) состоит из двух переменных множителей: q и выражения в круглых скобках. Анализируя выражение в скобках, находим, что оно для реальных случаев не может обращаться в нуль. Например, при $z = h$ равенство выражения в скобках нулю приводит к равенству $k_t = 0$, что нереально. Остается положить $q = 0$; это равносильно условию $c = c_l$, где c — фазовая скорость волны Лэмба, а c_l — скорость продольной волны. Следует отметить, что для нулевой симметричной волны равенство $c = c_l$ не может быть принято, так как ее фазовая скорость никогда не достигает скорости продольных волн в безграничной среде.

Фазовая скорость волн Лэмба связана с параметром $\bar{h} = k_t h$ посредством характеристического уравнения [1]. Для симметричных волн оно имеет вид

$$(k^2 - \dot{s}^2)^2 \operatorname{ch} qh \cdot \operatorname{sh} \dot{s}h - 4k^2 q\dot{s} \operatorname{sh} qh \cdot \operatorname{ch} \dot{s}h = 0. \tag{3}$$

При $q = 0$ это уравнение значительно упрощается:

$$\operatorname{sh} \dot{s}h = 0 \tag{4}$$

или $\sin \sqrt{1 - \frac{c_t^2}{c_l^2}}\, k_t h = 0$, что приводит к выражению

$$\bar{h}_{0m} = k_t h_{0m} = \frac{m\pi}{\sqrt{1 - c_t^2/c_l^2}}, \tag{5}$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Из общей теории упругости [3] известно, что

$$\frac{c_t}{c_l} = \sqrt{\frac{1 - 2\sigma}{2(1 - \sigma)}}, \tag{6}$$

где σ — коэффициент Пуассона. Подставляя выражение (6) в формулу (5), получаем

$$\bar{h}_{0m} = k_t h_{0m} = m\pi\sqrt{2(1 - \sigma)}. \tag{7}$$

Формулы (5) и (7) определяют значения параметра $\bar{h}_{0m}$, при которых колебательные смещения в толще пластины для симметричных волн носят продольный характер.

Групповую скорость волны можно рассчитать по формуле

$$c_{\text{гр}} = c - \lambda \frac{dc}{d\lambda}. \tag{8}$$

Учитывая, что длина волны $\lambda = 2\pi c / \omega$ и записывая зависимость фазовой скорости c от параметра $\bar{h}$ в виде таблицы, получаем удобный для расчета вид формулы (8), в которой операция $dc / d\lambda$ осуществляется численным дифференцированием:

$$\frac{1}{c_{\text{гр}}} = \frac{n+1}{c_{n+1}} - \frac{n}{c_n}. \tag{9}$$

$$\bar{h} = \nu n, \tag{10}$$

где ν — шаг разбиения параметра $\bar{h}$; $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

Фазовая скорость симметричных волн в окрестности $\bar{h}_{0m}$ изменяется крайне медленно. Это приводит к тому, что групповая скорость при $\bar{h}_{0m}$ имеет максимум. Послед-

нее обстоятельство помогает экспериментально определить величину $\bar{h}_{0m}$, вернее значение частоты f_m, связанной с $\bar{h}_{0m}$ соотношением:

$$f_m = \bar{h}_{0m} \frac{c_t}{2\pi h}. \tag{11}$$

В данном случае f_m — частота ультразвукового импульса, имеющего наименьшую задержку в испытуемом полосковом звукопроводе. Если, кроме того, возбуждать ультразвуковой импульс преобразователем продольных колебаний, помещенном на торце пластины, то мы получим и на частоте f_m наибольшую амплитуду, так как распределение смещений в преобразователе и в пластине в этом случае совпадают.

Экспериментально определенное значение параметра f_m может найти практическое применение. Действительно, пусть нам известна также скорость продольных волн, длина которых много больше толщины пластины. Обозначим эту скорость через c_0. Из литературы [4] известно, что

$$c_0^2 = 4c_t^2(1 - c_t^2 / c_l^2). \tag{12}$$

Путем совместного решения уравнений (12) и (5) с учетом формулы (11) мы получаем

$$c_t = \sqrt{\frac{1}{m} c_0 f_m h}. \tag{13}$$

$$c_l = c_t \sqrt{\frac{4 f_m h}{4 f_m h - m c_0}}. \tag{14}$$

С учетом формулы (1) мы имеем

$$\sigma = 1 - \frac{2 f_m^2 h^2}{m^2 c_t^2}. \tag{15}$$

По формулам (13)—(15) рассчитывались скорости поперечных, продольных волн и коэффициента Пуассона в стали, из которой были изготовлены две пластины толщиной 0,1 и 0,4 *мм*. Возбуждение и съем ультразвуковых импульсов в пластинах осуществлялись преобразователями продольных колебаний из пьезокерамики, помещенными на отшлифованные торцевые поверхности пластин с помощью прижима с промежуточным слоем между пьезокерамикой и торцом в виде индий-оловянистой фольги.

Для нахождения c_0 измерялась задержка t_0 импульса с частотой заполнения $f_0 = 2$ *Мгц* в пластине толщиной $2h_0 = 0{,}1$ *мм*. Пьезопреобразователи имели резонансную частоту толщинных колебаний 2 *Мгц*. При длине пластины $l_0 = 137$ *мм* задержка оказалась равной 27,5 *мксек*, т. е. скорость $c_0 = l_0 / t_0 = 4{,}98$ *мм/мк сек*. Условие $\lambda_0 \gg 2h_0$ выполняется. Действительно, известно, что $\lambda_0 = c_0 / f_0$, тогда $\lambda_0 \approx 2{,}5$ *мм* $= 25 \cdot 2h_0$.

Значения f_m определялись в пластине толщиной $2h_m = 0{,}4$ *мм*. Резонансная частота преобразователей для этой пластины была выше и равнялась, примерно, 17 *Мгц*. В таблицу сведены результаты экспериментального определения величин f_m, соответствующих частотам заполнения импульсов, имеющих минимальную задержку в пластине.

Тип волны, *Мгц*	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
Экспериментальные значения f_m	9,5	18	26,5	35,5	43,5	52,8
Линеаризированные значения f_m	8,8	17,6	26,4	35,2	44,0	52,8

Линейность нарастания f_m находится в соответствии с формулами (5) и (7), в связи с чем и была проведена линеаризация результатов. По формулам (13), (15) были рассчитаны величины

$$c_t = 2{,}960 \text{ мм/мк сек}, \quad c_l = 5.476 \text{ мм/мк сек}, \quad \sigma = 0{,}2928.$$

Результаты эксперимента и расчеты позволяют надеяться на возможность практического определения упругих свойств материала, выполненного в виде тонких пластин, с помощью описанного метода.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. А. Викторов. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба. М., «Наука», 1966.
2. Е. С. Машашвили. Исследование нормальных волн в плоской пластине. Отчет Акустического ин-та АН СССР, М., 1962.
3. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц. Теория упругости. М., «Наука», 1965.
4. Г. Кольский. Волны напряжения в твердых телах. М., ИЛ, 1965.

Горький

Поступило в редакцию
9 ноября 1970 г.

УДК 534.286

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСОВ СЫВОРОТОЧНОГО АЛЬБУМИНА С ПОЛИСАХАРИДАМИ МЕТОДОМ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ СПЕКТРОМЕТРИИ

О. М. Зорина, К. П. Фурсов, И. Е. Эльпинер

В предыдущих сообщениях [1, 2] было показано, что величина коэффициента поглощения белковых растворов зависит как от конформационных особенностей белковых молекул, так и от размеров их частиц, изменяющихся в ходе гидролиза. Ниже исследована возможность применения метода ультразвуковой спектроскопии для изучения образования комплексов биомакромолекул.

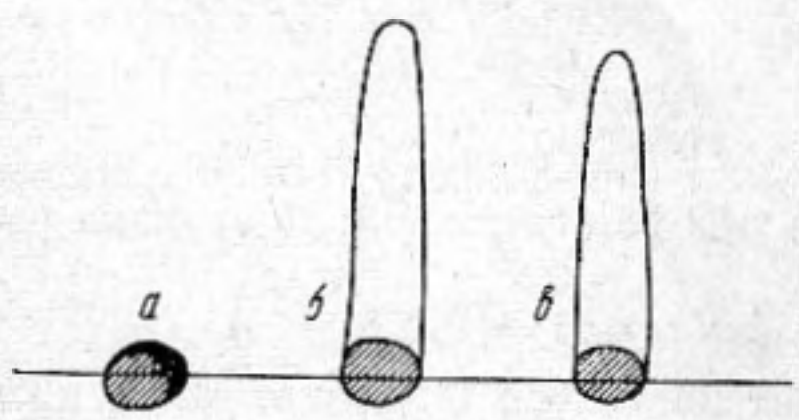
В качестве объектов исследования использовались сывороточный альбумин человека, декстран двух различных молекулярных весов 70 000 и 500 000 и гепарин, которые, как известно, являются соединениями, легко вступающими в реакцию с рядом веществ с образованием комплексов [3, 4]. Измерение затухания ультразвуковых волн производилось импульсным методом на установке, описанной ранее в работе [5]. Результаты измерений представлены в таблице.

Как видно из таблицы, взаимодействие альбумина с гепарином и высокомолекулярным сульфатдекстраном (в отличие от низкомолекулярного декстрана) сопровождается нарушением аддитивности измеренных величин вязкости и поглощения. Величина гидратации смеси также отличается от величин гидратации составляющих ее компонентов.

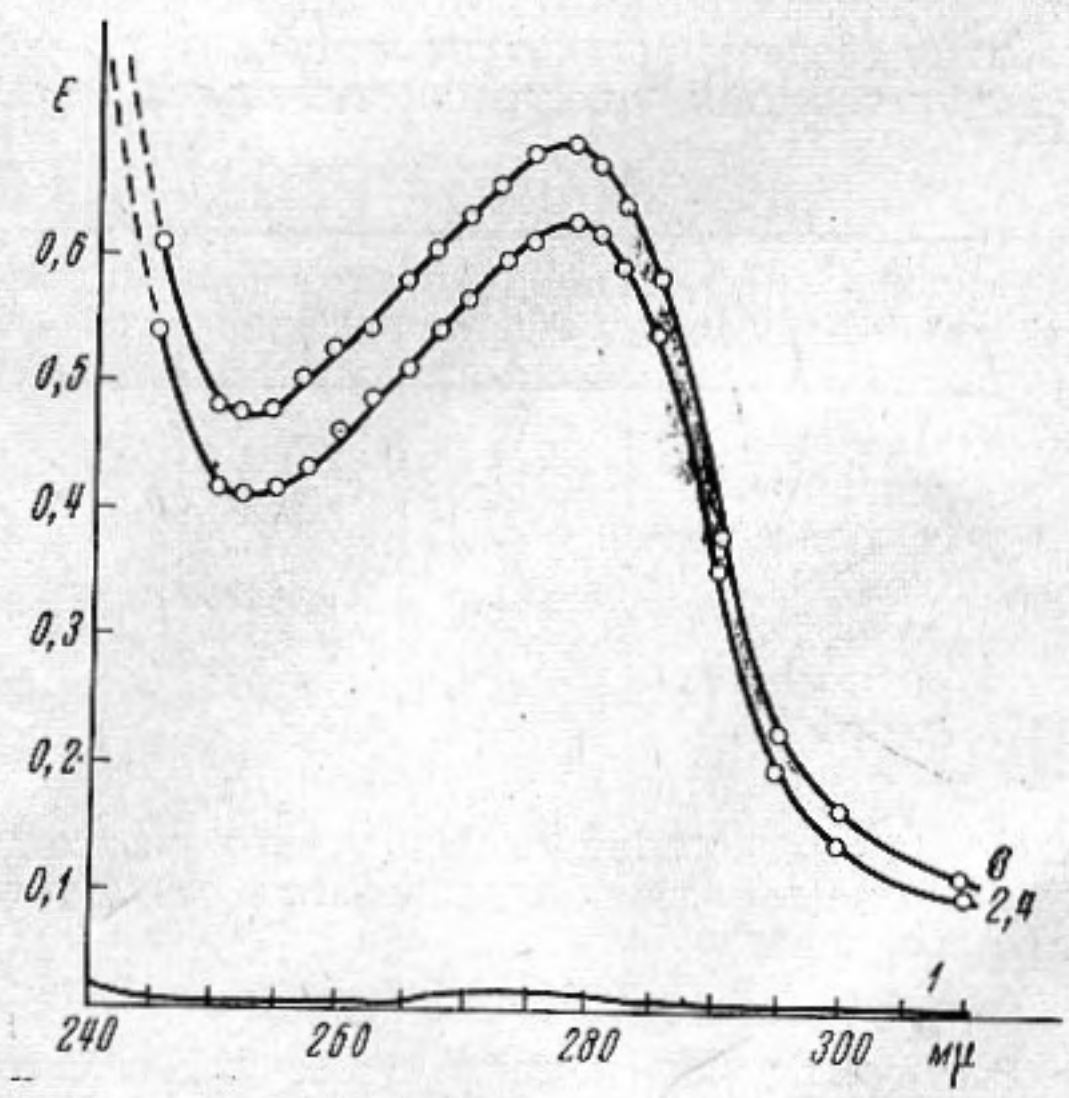
По-видимому, наблюдаемые факты свидетельствуют об образовании комплексов альбумин — гепарин и альбумин — высокомолекулярный сульфатдекстран, что может быть зарегистрировано методом ультразвуковой спектрометрии. Обнаруженный эффект подтверждается также методом бумажной хроматографии и спектрофотометрии.

Хроматографирование растворов сывороточного альбумина с декстранами (pH 6,2) проводилось в смеси бутиловый спирт — уксусная кислота — вода (50 : 18 : 50). Как видно из фиг. 1, смесь высокомолекулярного сульфатдекстрана с белком остается на стартовой линии (*а*), в то время как растворы самого белка (*в*) и его смеси с низкомолекулярным декстраном (*б*) оказались подвижными. Таким образом, при взаимодействии белка с высокомолекулярным сульфатдекстраном имеет место изменение адсорбционных свойств белка.

Факты комплексообразования высокомолекулярного сульфат-



Фиг. 1



Фиг. 2