УДК 534.26

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ КОЭФФИЦИЕНТА РАССЕЯНИЯ В ЗОНЕ ФРАУНГОФЕРА

Ю. П. Лысанов

В работе [1] были получены критерии, определяющие зону Фраунгофера при рассеянии волн на статистически неровных поверхностях, и выяснен их физический смысл. Однако дальнейшее рассмотрение показало, что полученные соотношения позволяют установить одно важное для экспериментальных исследований свойство коэффициента рассеяния. Оказалось, что эти соотношения эквивалентны требованию малости относительного изменения коэффициента рассеяния в пределах угла, под которым рассеивающий участок виден из точки наблюдения. Этот результат имеет большое практическое значение, так как он позволяет по измеренной угловой характеристике коэффициента рассеяния определить, находится ли точка наблюдения в зоне Фраунгофера или нет. Это существенно, в частности, при натурных экспериментах в океане, когда в ряде случаев статистические параметры рассеивающей поверхности неизвестны, и, следовательно, воспользоваться непосредственно ранее полученными критериями невозможно.

Перейдем к доказательству сделанного утверждения. Предположим, что линейный размер рассеивающего участка l велик по сравнению с длиной волны звука λ и радиусом корреляции неровностей ρ_0, а точка наблюдения расположена в плоскости падения зуковой волны, которая принята за плоскость xz декартовой системы координат. Тогда, согласно работе [1], точка наблюдения будет находиться в зоне Фраунгофера, если

$$R \gg l, \tag{1}$$

$$\Delta\theta_c / \Delta\theta_p \ll \pi / 4, \tag{2}$$

где $\Delta\theta_c = l \cos\theta / R$ — угол, под которым рассеивающий участок виден из точки наблюдения, расположенной на расстоянии R от центра участка, θ — угол падения рассеянной волны, $\Delta\theta_p = 4 / k\rho_0 \cos\theta$ при малых неровностях и $\Delta\theta_p = 4\sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,\delta$ при крупных плавных неровностях «кирхгофовского» типа, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число. При крупномасштабных неровностях ($k\rho_0 \gg 1$) $\Delta\theta_p$ соответствует эффективной угловой ширине индикатриссы рассеяния. При мелкомасштабных неровностях ($k\rho_0 \ll 1$) $\Delta\theta_p \gg 1$ и, следовательно, условие (2) выполняется практически при любых $\Delta\theta_c$.

При выполнении условий (1) и (2) средняя интенсивность рассеянного поля J_p имеет особенно простой вид:

$$J_p = (S / R^2) J_i m_p(\theta), \tag{3}$$

где S — площадь рассеивающего участка, J_i — интенсивность падающей волны на рассеивающей поверхности и $m_p(\theta)$ — коэффициент рассеяния.

При малых мелкомасштабных неровностях ($k\sigma \ll 1$, $k\rho_0 \ll 1$), где σ — среднеквадратичная высота неровностей, коэффициент рассеяния определяется выражением [2]: $m_p(\theta) = A\cos^2\theta$, где A — постоянная величина. В этом случае относительное изменение коэффициента рассеяния в пределах $\Delta\theta_c$ будет равно

$$\Delta m_p / m_p \simeq (2l / R) \sin\theta + (1/2)(l / R)^2 \cos 2\theta, \tag{4}$$

где $\Delta m_p \equiv m_p(\theta) - m_p(\theta + \Delta\theta_c)$.

Правая часть выражения (4) в силу условия (1) является малой величиной, причем ее наименьшее значение встречается вблизи $\theta = 0$, где коэффициент рассеяния изменяется наиболее медленно.

При малых крупномасштабных неровностях ($k\sigma \ll 1$, $k\rho_0 \gg 1$)

$$m_p(\theta) = A_1 \cos^2\theta G(\theta),$$

где $G(\theta) = \int\limits_S N(x, y) \exp[ik(\sin\theta - \sin\theta_0)x]\,dx\,dy$. $N(x, y)$ — коэффициент корреляции неровностей, θ_0 — угол падения первичной волны, A_1 — постоянная величина.

В этом случае

$$\Delta m_p / m_p = \Delta(\cos^2\theta) / \cos^2\theta + \Delta G / G, \tag{5}$$

где величина первого члена по-прежнему определяется выражением (4). Оценку второго члена также легко получить, учитывая, что коэффициент корреляции N существенно спадает при $x \sim \rho_0$. В результате простых выкладок получаем:

$$\Delta G / G \simeq k\rho_0 \cos\theta \Delta\theta_c, \tag{6}$$

причем согласно условию (2) $k\rho_0 \cos\theta\Delta\theta_c \ll \pi$. Таким образом, $\Delta m_p / m_p \ll \pi$ при выполнении условий (1) и (2).

Наконец, при крупных плавных неровностях «кирхгофовского» типа, для которых коэффициент рассеяния будет [3]

$$m_p(\theta) = \left[1/8\pi \operatorname{tg}^2 \delta \cos^4 \left(\frac{\theta - \theta_0}{2}\right)\right] \exp\left[-\operatorname{tg}^2\left(\frac{\theta-\theta_0}{2}\right) \Big/ 2\operatorname{tg}^2 \delta\right],$$

получаем при $\operatorname{tg}\delta \ll 1$

$$\Delta m_p \,/\, m_p \simeq \Delta\theta_c \,/\, \sqrt{2} \operatorname{tg}\delta, \tag{7}$$

где правая часть на основании условия (2) много меньше π.

Таким образом, для того чтобы точка наблюдения находилась в зоне Фраунгофера, необходимо и достаточно, чтобы относительное изменение коэффициента рассеяния было мало в пределах угла, под которым рассеивающий участок виден из точки наблюдения. Заметим, что это свойство коэффициента рассеяния непосредственно следует из общей формулы (3), которая выражает интенсивность рассеянного поля в зоне Фраунгофера через коэффициент рассеяния при одном фиксированном значении угла θ, в то время как рассеивающий участок имеет конечный угловой размер.

Отметим еще одно возможное практическое приложение полученных соотношений. Измерив относительное изменение коэффициента рассеяния $\Delta m_p \,/\, m_p$ и определив из геометрии эксперимента величину $\Delta\theta_c$, можно найти по формуле (7) среднеквадратичный угол наклона крупных плавных неровностей или по формулам (4—6) — радиус корреляции малых неровностей.

Автор выражает глубокую благодарность И. Б. Андреевой и Ю. Ю. Житковскому за полезную дискуссию рассмотренных вопросов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. П. Лысанов. О критерии, определяющем «дальнюю зону» при рассеянии волн на статистически неровных поверхностях. Акуст. ж., 1971, **17**, 1, 93—96.
2. Б. Ф. Курьянов. Рассеяние звука на шероховатой поверхности с двумя типами неровностей. Акуст. ж., 1962, 8, 3, 325—333.
3. М. А. Исакович. Рассеяние волн от статистически шероховатой поверхности. Труды Акустического института, 1969, 5, 152—251.

Акустический ин-т АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
22 октября 1971 г.

УДК 534.833

ВЛИЯНИЕ КРИВИЗНЫ НА КОЛЕБАНИЯ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ПОТЕРЯМИ

Р. Н. Михайлов, Б. Д. Тартаковский

Рассмотрим пологую тонкостенную сферическую оболочку радиусом кривизны R, жестко закрепленную по некоторому радиусу r_0. Уравнение движения такой оболочки имеет вид *:

$$\frac{Eh^3}{12(1-\sigma^2)}\Delta^2 W + Eh\frac{W}{R^2} - \rho h\omega^2 W = F\delta(r - r'), \tag{1}$$

где E, σ — соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона, h — толщина стенки, r' — радиус-вектор места приложения силы, $\delta(r)$ — дельта-функция. При жестком закреплении оболочки смещение и его производная равны нулю:

$$W|_{r=r_0} = 0, \qquad \left.\frac{\partial W}{\partial r}\right|_{r=r_0} = 0. \tag{2}$$

Представив решение уравнения (1) в виде ряда Фурье по углу ψ

$$W(r,\psi) = W_0(r) + 2\sum_{n=1}^{\infty} W_n(r)\cos n\psi, \tag{3}$$

* «Прочность. Устойчивость. Колебания». Том 3. Изд-во «Машиностроение», М., 1963 г.