

3. П. К. Хабибуллаев, М. Г. Халиулин. Высокочастотная импульсная установка для исследования акустических свойств жидкостей на частотах 300—950 Мгц. Ультразвук. техн., 1967, 3, 47—50.
4. К. Парпиев, П. К. Хабибуллаев, М. Г. Халиулин. Измерение поглощения гиперзвука в ряде жидкостей при частотах 1—2 Ггц. Акуст. ж., 1969, 15, 3, 466—468.

Ташкентский государственный педагогический институт
им. Низами
Кафедра общей физики

Поступила
23 июля 1971 г.

УДК 534.26

РАССЕИВАТЕЛЬ В ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА

А. А. Клещев

При изучении рассеяния и отражения звука различными телами часто ставится условие, чтобы падающая от источника волна была близка к плоской, а приемник рассеянной волны находился в зоне Фраунгофера. В дифракционных задачах минимальное расстояние, на котором эти требования удовлетворяются, может быть найдено с помощью таблиц радиальных волновых функций. Будем исходить из разложения давления P_i в сферической волне, создаваемой точечным источником по собственным функциям скалярного уравнения Гельмгольца (рассеиватель примем в форме вытянутого сфероида):

$$P_i = \frac{e^{ikR}}{R} = 2ik \sum_{l \geq m} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \bar{S}_{m,l}(c, \eta_1) \bar{S}_{m,l}(c, \eta') \cos m\varphi R_{m,l}^{(3)}(c, \xi_1) R_{m,l}^{(1)}(c, \xi), \quad (1)$$

где R — расстояние между источником и точкой наблюдения, ξ_1, η_1 — сфероидальные координаты источника; ξ, η' — сфероидальные координаты точки наблюдения, $\bar{S}_{m,l}(c, \eta')$ — нормированная сфероидальная угловая функция 1-го рода; $C = 2\pi h_0 / \lambda$ — волновой размер, h_0 — половина межфокусного расстояния, $R_{m,l}^{(1)}(c, \xi)$ и $R_{m,l}^{(3)}(c, \xi_1)$ — радиальные функции первого и третьего родов соответственно; φ — угловая координата вращения,

$$\varepsilon_m = \begin{cases} 1 & \text{при } m = 0, \\ 2 & \text{при } m > 0, \end{cases}$$

λ — длина звуковой волны в среде.

Выражение для давления в плоской волне получается из формулы (1), если ξ_1 устремить к бесконечности и вместо радиальной функции третьего рода воспользоваться ее асимптотическим значением [1]:

$$R_{m,l}^{(3)}(c, \xi_1) \underset{c\xi_1 \rightarrow \infty}{\simeq} \frac{i^{-l-1}}{c\xi_1} e^{ic\xi_1}. \quad (2)$$

Поскольку на практике нас интересуют конечные значения ξ_1 , мы должны потребовать выполнения условия (2) для радиальных функций $R_{m,l}^{(3)}(c, \xi_1)$ учитываемых членов ряда (1), сходимость которого определяется произведением $R_{m,l}^{(3)}(c, \xi_1) \cdot R_{m,l}^{(1)}(c, \xi)$ (в нашем случае ξ — координата внешней поверхности рассеивателя ξ_0). При этом достаточно ограничиться членами, у которых модуль этого произведения на 3—4 порядка меньше наибольшего из модулей произведения этих функций. На фиг. 1 сравниваются индикатрисы рассеяния плоской волны (кривая 1) идеальным мягким сфероидом ($\xi_0 = 1,005$; $C = 10$; $\theta_1 = 90^\circ$) в облученной области ($\varphi = 0^\circ$) и сферических волн от точечных источников (кривые 2, 3, 4) с радиальными координатами $\xi_1 = 10$; 2,4; 1,1 соответственно. При $\xi_1 = 10$ модули функций 3-го рода $|R_{m,l}^{(3)}(c, \xi_1)|$ учитываемых членов отличаются от асимптотических значений не более чем на 1,6%. Подобным же образом может быть установлена граница зоны Фраунгофера рассеянной волны для идеального рассеивателя, но сходимость ряда по собственным функциям (давления рассеянной волны P_s) будет теперь определяться бо-

лее сложной комбинацией радиальных функций [2] (при жестком рассеивателе появятся и производные этих функций):

1) точечный источник:

$$\text{а) мягкий сфероид} \rightarrow R_{m,l}^{(3)}(c, \xi_1) R_{m,l}^{(3)}(c, \xi) \times R_{m,l}^{(1)}(c, \xi_0) / R_{m,l}^{(3)}(c, \xi_0), \quad (3)$$

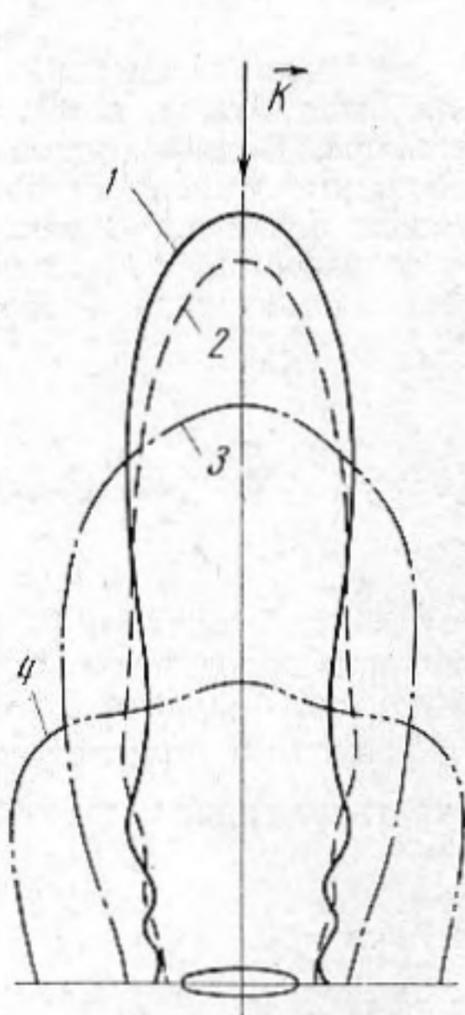
$$\text{б) жесткий сфероид} \rightarrow R_{m,l}^{(3)}(c, \xi_1) R_{m,l}^{(3)}(c, \xi) R_{m,l}^{(1)'}(c, \xi_0) / R_{m,l}^{(3)'}(c, \xi_0), \quad (4)$$

2) плоская волна:

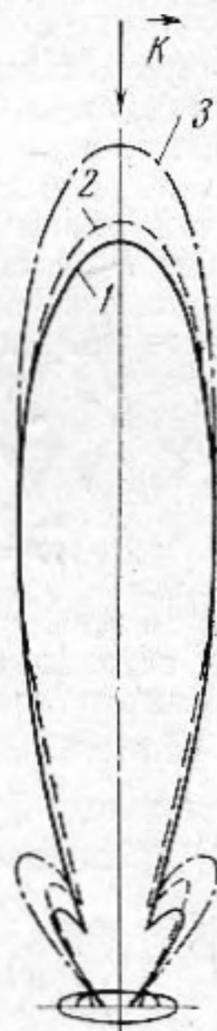
$$\text{а) мягкий сфероид} \rightarrow R_{m,l}^{(3)}(c, \xi) R_{m,l}^{(1)}(c, \xi_0) / R_{m,l}^{(3)}(c, \xi_0), \quad (5)$$

$$\text{б) жесткий сфероид} \rightarrow R_{m,l}^{(3)}(c, \xi) R_{m,l}^{(1)'}(c, \xi_0) / R_{m,l}^{(3)'}(c, \xi_0). \quad (6)$$

Анализ выражения (3) и (4) показывает, что зона Фраунгофера рассеянной волны тем дальше от поверхности тела, чем ближе источник к рассеивателю. Однако это различие заметно лишь при малых расстояниях между источником и рассеивателем. Действительно, если на основе формул (5) и (6) найти границу ξ зон Френеля и Фраунгофера и поместить на этой границе точечный источник ($\xi_1 = \xi$), то, как



Фиг. 1



Фиг. 2

нетрудно видеть из сравнения выражений (3), (4), с выражениями (5), (6), эта граница будет практически общей для обоих типов возмущения. В подтверждение этого на фиг. 2 сравниваются угловые распределения в облученной области ($\varphi = 0^\circ$) рассеяния для жесткого сфероида ($\xi_0 = 1,005$; $\theta_1 = 90^\circ$; $\varphi_1 = 0^\circ$) в дальнем поле (кривая 1 — для плоской падающей волны, кривая 2 — для сферической, $\xi_1 = 10$) и на границе зоны Фраунгофера (плоская волна — 2, сферическая — 3).

Угловое распределение рассеянного телом давления плоской падающей волны вдоль поверхности ξ_1 в соответствии с теоремой взаимности совпадает с индикатрисой рассеяния волны от точечного источника, находящегося на этой поверхности (кривая 2, фиг. 2).

Рассеивающую способность тела по отношению к сферической или цилиндрической волне можно оценить по аналогии с плоской волной величиной относительного сечения обратного рассеяния σ_0' :

$$\sigma_0' = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|P_s|^2}{\int_{S_{\text{осв}}} |P_i|^2 |\cos(\mathbf{n}, \mathbf{T})| dS}, \quad (7)$$

где P_s — давление в рассеянной волне в точке зоны Фраунгофера, которая видна из начала координат под тем же углом, что и источник; \mathbf{n} — внешняя нормаль к поверхности рассеивателя; r — расстояние до точки наблюдения от начала координат; dS — элемент поверхности рассеивателя; \mathbf{T} — радиус-вектор, проведенный от источ-

ника к элементу dS ; $S_{\text{осв}}$ — освещенная часть поверхности рассеивателя. В частности, для рассеивателя в форме вытянутого сфероида, находящегося в поле точечного источника, σ_0' имеет вид:

$$\sigma_0' = 4\pi \frac{|\Phi(\eta_1', \varphi_1)|^2}{\int_{S_{\text{осв}}} T^{-2} |\cos(\mathbf{n}, \mathbf{T})| dS}, \quad (8)$$

где

$$T^2 = h_0^2 \{ [(1 - \eta_1^2)(\xi_1^2 - 1)]^{1/2} - [(1 - \eta^2)(\xi_0^2 - 1)]^{1/2} \cos \varphi \}^2 + (1 - \eta^2)(\xi_0^2 - 1) \sin^2 \varphi + (\eta_1 \xi_1 - \eta \xi_0)^2; \quad \varphi_1 = 0;$$

$$|\cos(\mathbf{n}, \mathbf{T})| = \left| \frac{\partial T}{\partial n} \right| = \left| h_\xi^{-1} \frac{\partial T}{\partial \xi_0} \right|; \quad \eta_1' = \cos \theta_1';$$

$$\Phi(\eta_1', \varphi_1) = P_s r e^{-ihr}; \quad \text{tg } \theta_1' = (\xi_1^2 - 1)^{1/2} \xi_1^{-1} \text{tg } \theta_1;$$

h_ξ — масштабный множитель радиальной координаты ξ ; положение контура границы освещенной зоны на поверхности рассеивателя находим из уравнения $\frac{\partial T}{\partial \xi_0} = 0$.

Все сказанное выше может быть перенесено и на рассеиватели других форм: бесконечный цилиндр, находящийся в поле линейного источника; сферу, являющуюся частным случаем сфероида; для перехода от вытянутого сфероида к сжатому нужно произвести формальную замену C на $-iC$, ξ_1 на $i\xi_1$ и ξ на $i\xi$.

Если источник помещен вблизи рассеивателя, то между ними возникает акустическая связь через среду. Величина этой связи зависит от соотношения между рассеянным давлением P_s и давлением P_i от излучения источника на его поверхности. Общее удель-

ное сопротивление $Z_z = \frac{P_i + P_s}{v_r}$, на которое нагру-

жен источник (v_r — колебательная скорость на поверхности источника), изменится из-за наличия

рассеивателя на величину $Z_s = \frac{P_s}{v_r}$ подобно тому,

как это происходит при акустической связи излучателей [3]. Анализ Z_z оказывается простым лишь в случае малого источника конечного радиуса $r_0 \ll \lambda$ вблизи идеально отражающей плоскости;

1) влияние рассеивателя на акустическое сопротивление малого источника сферической волны становится заметным либо на расстоянии d между ними, соизмеримом с радиусом источника r_0 , либо при d , сравнимом с λ ;

2) действительная часть удельного акустического сопротивления Z_z будет зависеть при малых d и от «гидромеханической» составляющей колебательной скорости v_r .

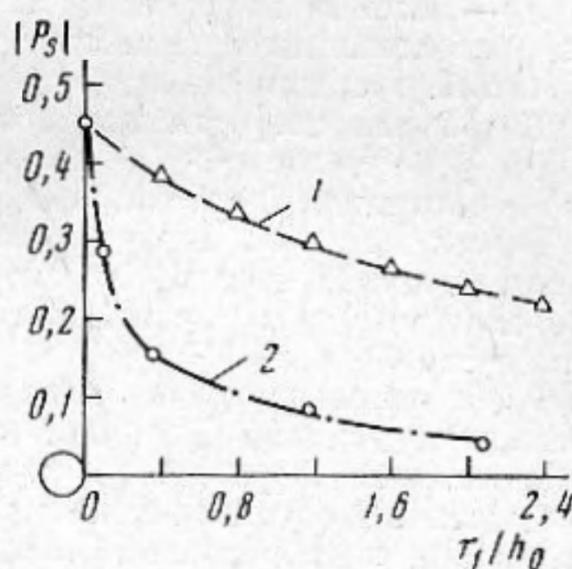
При конечном размере идеального рассеивателя убывание рассеянного давления (а следовательно, и уменьшение акустической связи) с удалением от поверхности тела может происходить еще быстрее. На фиг. 3 сравниваются распределения модуля рассеянного давления $|P_s|$ в освещенной области ($\varphi = 0^\circ$) волны от точечного источника ($\xi_1 = 2,4$; $\eta_1 = 0$; $\varphi_1 = 0^\circ$) у поверхности звукомягкого сфероида (кривая 2) ($C = 10$; $\xi_0 = 1,005$; $h_0 = 1,0$ м) вдоль линии $\eta = 0$ с таким же распределением для идеально отражающей плоскости (кривая 1); плоскость расположена в точке $r_1 = 0$ (r_1 отсчитывается от поверхности рассеивателя) и касается сфероидальной поверхности $\xi_0 = 1,005$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. М. Морз, Г. Фешбах. Методы теоретической физики, т. 2, М., Изд. иностр. лит., 1960.
2. А. А. Клещев, Л. С. Шейба. Рассеяние звуковой волны идеальными вытянутыми сфероидами. Акуст. ж., 1970, 16, 2, 264—268.
3. Е. Скучик. Основы акустики, т. 1, М., Изд. иностр. лит., 1958.

Ленинградский кораблестроительный институт

Поступила
12 мая 1971 г.



Фиг. 3