АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XX 1974 Вып. 2

УДК 534.6:534.22

ДИФРАКЦИОННЫЕ ПОПРАВОЧНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В. С. Кононенко

Получено простое выражение среднего потенциала скорости на поверхности приемника звука для поршневого излучателя, которое имеет достаточную точность при значениях $ka \geqslant 100$, $z \geqslant a$. Из найденного выражения получены поправочные формулы к скорости распространения ультразвука, отличающиеся от формулы Краснушкина вне приведенных расстояний $0{,}2 < S < 5$ множителем δ. Проводится сравнение с известными дифракционными поправочными формулами; анализируются экспериментальные данные различных авторов.

Дифракционные поправки к скорости и поглощению ультразвука в газах, жидкостях и твердых телах рассматривались в ряде работ [1—19]. При этом применялись два метода представления дифрагированного поля: с помощью нормальных волн [1—6] и в виде интеграла Релея [7, 9, 11, 19]. Согласно работам [4—6], для поршневых и поршнеподобных круглых излучателей следует рассмотреть три интервала приведенных расстояний S*: 1) ближнюю зону, где регистрируемый сигнал испытывает частые осцилляции по амплитуде и фазе, 2) среднюю зону, $1 < S < 5$, где дифракционное ослабление и дифракционное приращение фазы сигнала приблизительно пропорциональны S, и 3) дальнюю зону ($S > 5$), в которой волна переходит в сферическую. Поправки на дифракционное ослабление были рассчитаны для всех трех зон указанными выше методами и проверены многими экспериментами методического назначения. Фазовые поправки для средней зоны были получены только методом нормальных волн [2, 4—6], а в дальней зоне с помощью интеграла Релея [19].

Ниже, путем приближенной оценки поля, представленного интегралом Релея, получены дифракционные поправки к скорости во всех указанных выше зонах. При этом была получена удобная формула, отличающаяся от формулы Краснушкина [4—6], справедливой в средней зоне, множителем δ. В средней зоне δ, естественно, равно 1, в дальней зоне формула (10) совпадает с формулой Химунина [19], а в ближней зоне — близка к формуле Басса [7], которая учитывает осредненные поправки на фазу волны.

Рассмотрим поршневые излучатель и приемник ультразвука, которые имеют одинаковый радиус a, соосны между собой и находятся на расстоянии z друг от друга. Для среднего значения потенциала скорости φ на поверхности приемника Вильямс [9] получил выражение

$$\langle\varphi\rangle = 2av_0 \int_0^\infty \mu^{-1} e^{-\mu z} \frac{J_1^2(a\alpha)}{a\alpha}\, d\alpha, \tag{1}$$

где $\mu = (\alpha^2 - k^2)^{0,5}$, k — волное число, α — независимая переменная, v_0 — амплитуда колебательной скорости, J_1 — функция Бесселя.

---

* S определено ниже, см. формулы (3).

Как показано в работе [10], для значений $ka \geqslant 100$ и $z \geqslant a$ величина $\langle\varphi\rangle$ отличается менее чем на 0,7% от значения $\langle\varphi\rangle$ для $ka \to \infty$, причем эта разность быстро уменьшается с ростом ka. Поэтому предельное значение $\langle\varphi\rangle$ с достаточной точностью определяет значение $\langle\varphi\rangle$ при $ka \geqslant 100$; с уменьшением ka точность $\langle\varphi\rangle$ уменьшается.

Для нахождения предельного значения $\langle\alpha\rangle$ можно воспользоваться приближенным решением интеграла (1), полученным в работе [9],

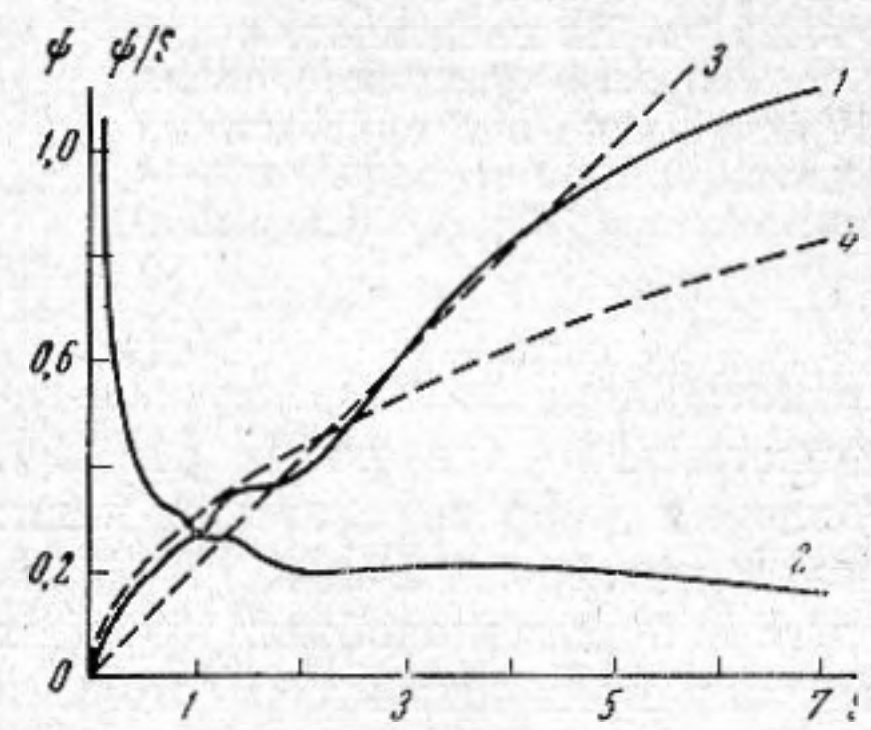
$$\langle\varphi\rangle = (v_0/ik)\exp(-ikz)\{1-[\exp(-iM-iN)][(1-N^2/4)J_0(M)+ +i(1-N^2/4+iN/2)J_1(N)-iNJ_2(M)+iN^2/8-iN/2)J_3(M)- -(N^2/4)J_4(M)-i(N^2/8)J_5(M)]\}, \quad (2)$$

где

$$N=32\pi^3/S^3(ka)^3,\ M=2\pi/S-N,\ S=z\lambda/a^2, \quad (3)$$

J и J_1 — функции Бесселя, λ — длина волны. Это приближение справедливо с точностью 1%, если выполняются условия $32\pi^4/S^5(ka)^4 \ll 1$, $N<0{,}25$. При значениях $ka \to \infty$ величина $N \to 0$, эти условия выполняются для любого $S>0$, выражение (2) становится точным и принимает вид

$$\langle\varphi\rangle = (v_0/ik)\{1-\exp(-iM)\times \times[J_0(M)+iJ_1(M)]\}. \quad (4)$$



Легко видеть, что с увеличением S точность приближения $\langle\varphi\rangle$ в выражении (2) по отношению к предельному также возрастает.

С помощью выражения (4) можно рассчитать дифракционные поправки к скорости и поглощению ультразвука. Результаты расчета дифракционного затухания отличаются от данных работы [11] менее чем на 0,5% для $S<1$ и менее чем на 0,1% для $S>1$, т. е. с увеличением S точность расчетов возрастает. Дифракционное завышение скорости распространения ультразвука определим по формуле $\Delta c/c=\psi/kz$, где ψ — аргумент выражения в { } скобках из равенства (4). Используя формулу (3), получим

$$\Delta c/c=\lambda^2\psi/2\pi a^2 S. \quad (5)$$

Результаты расчетов величин ψ и ψ/S, как функции от S, показаны на фигуре (кривые *1* и *2*). Значения величины ψ совпадают с результатами расчетов авторов работы [12], с точностью около 0,5% для $S<1$ и 0,01% для $S>1$. Кривая *1* для малых значений S осциллирует, причем минимумы и максимумы кривой определяются соответственно из уравнений $J_1(M)=0$ и $\cos M=J_0(M)$. Значения экстремумов смещены на 0,2% в сторону больших значений S по сравнению с экстремумами, обнаруженными в работе [12] для $ka=200$. Аналогичные осцилляции при $S<1$ имеет кривая дифракционного затухания, причем максимумы кривой затухания совпадают с минимумами ψ.

Несмотря на сложный характер кривых затухания и фазы ψ, для различных областей значений S можно получить простые поправочные формулы. Анализируя показанную на фигуре зависимость ψ от S, мы видим, что при значениях S, удовлетворяющих условию $1{,}5<S<5$, формула Краснушкина [4—6] (кривая *3*) отличается от результатов расчетов по формуле (5) (кривая *1*) менее чем на 5%, причем $\psi=0{,}2S$. Поэтому представим поправочную формулу в виде [4—6]

$$\Delta c/c=\lambda^2/31{,}5a^2. \quad (6)$$

Кривая Басса [7] (кривая 4) для $S<10$ общий характер изменения ψ передает только приблизительно; отклонения достигают 40%.

Для значений $S<1$ можно получить более точную зависимость, используя асимптотическое представление функций Бесселя. При этом, ограничившись членами 1-го порядка малости, из формулы (4) получим

$$\langle\varphi\rangle=(v_0/ik)\{1-(1+S/16\pi)S^{0,5}/\pi\sqrt{2}+i(1-S/16\pi)S^{0,5}/\pi\sqrt{2}-$$

$$-\exp[-i(2M-0,75\pi)]S^{1,5}/8\pi^2\}.$$

Данное выражение с точностью около 1% правильно передает зависимость дифракционного затухания и фазы ψ как функции от S. Амплитуда осцилляций, обусловленных экспоненциальным членом, убывает пропорционально уменьшению $S^{1,5}$ и для значений, близких к $S=0,2$, составляет всего 0,1%. Опуская осциллирующий член, получим с учетом выражения (5) для дифракционного затухания $A_{диф}$ в *дб* и дифракционного завышения скорости $\Delta c/c$ выражения (при $S\leqslant1$ точность 1% и 0,1% для $S<0,2$)

$$A_{диф}=1,95\cdot S^{0,5},$$
$$\Delta c/c=0,036\lambda^2/a^2S^{0,5}(1-0,225\cdot S^{0,5}). \qquad (7)$$

Другое приближение можно получить для $M<1$ ($S>2\pi$). Для этого разложим экспоненту, J_0 и J_1 в равенстве (5) в ряд по степеням M. Ограничиваясь в окончательном результате членами второго порядка, получим

$$\Delta A_{диф}=20\lg(S/\pi-\pi/3S),$$
$$\Delta c/c=\lambda^2(1/S-2/S^2+\pi/6S^4)/4a^2. \qquad (8)$$

Величина $\Delta A_{диф}$ имеет точность около 1% для $S=4$ и точность 0,01% для $S>6$. Значение ψ также определяется с точностью 0,01% для $S>6$ и 6% для $S=2,5$.

Формулы (7) и (8) получены при условии, что сравниваются фаза ультразвукового сигнала на некотором расстоянии z с фазой на излучателе. Однако в большинстве известных методов измерения фазовой скорости сравниваются фазы сигналов на расстояниях z_1 и z_2 от излучателя. Для определения величины $\Delta c/c$ в этом случае необходимо воспользоваться соотношением

$$\Delta c/c=\lambda^2(\psi_2-\psi_1)/2\pi a^2(S_2-S_1), \qquad (9)$$

где ψ_1 и ψ_2 — соответственно фазы на расстояниях z_1 и z_2. При $0,2<S<1,4$ и $1,5<S<5$ величина $(\psi_2-\psi_1)/(S_2-S_1)$ с достаточной точностью постоянна и равна 0,2, поэтому в данной области значений справедлива формула Краснушкина (6).

Подставляя значения ψ, взятые из формул (7) и (8), в равенство (9), получим после некоторых упрощений объединенную поправочную формулу

$$\Delta c/c=\delta\lambda^2/31,5a^2\begin{cases}\delta=0,25+0,23/(S_1^{0,5}+S_2^{0,5}) & S<0,2\\ \delta=1 \quad 0,2<S<1,4 & 1,5<S<5\\ \delta=15,5/S_1S_2 & S>5\end{cases} \qquad (10)$$

имеющую точность, достаточную для эксперимента.

Для учета дифракционного завышения скорости необходимо вычислить значения S_1 и S_2 и воспользоваться соответственным значением δ. В случае неоднородно-колеблющихся излучателей дифракционные ошибки, согласно [4—6], всегда больше, чем вычисленные по формулам (6) и (10). Однако структура их остается при этом той же, что и в формуле (10), и они отличаются лишь постоянным множителем, определяемым из эксперимента. Поэтому для учета дифракционного завышения скорости следует

пользоваться эмпирическими формулами для каждой конкретной установки, так как обычно измерения попадают в определенную область значений S. В первом приближении для частотного диапазона, перекрываемого конкретной установкой, можно положить в формуле (10) $\delta = B \cdot S^b$, где b и B — постоянные, определяемые из эксперимента.

Рассмотренные дифракционные поправочные формулы сравнивались с экспериментальными результатами различных авторов. Наиболее подробно дифракционное завышение скорости впервые исследовал Мак-Скимин [13]. Однако обработка данных с помощью формул Басса проведена некорректно. Басс вывел усредненную зависимость для завышения скорости по отношению к фазе на излучателе, т. е. зависимость типа (5), в то время как экспериментальный метод, примененный Мак-Скимином, требует применения для расчетов формул, полученных из выражения (9).

Обработка данных Мак-Скимина (частота 60 *мГц*, $0{,}1 < S < 15$) с помощью выражений (9), (10) для излучения непосредственно в образец показывает, что изменение Δc как функции от расстояния совпадает не только качественно, но и количественно, хотя эксперимент дает, как правило, несколько большие значения. На частоте 10 *мГц* теория дает также величину Δc около 0,1% для различных диаметров излучателя.

Малое изменение Δc при уменьшении диаметра излучателя в методе суперпозиции импульсов [13] объясняется тем, что уменьшение диаметра излучателя компенсируется уменьшением δ в формуле (10).

Результаты измерений Мак-Скимина с водяным буфером [13], несмотря на осцилляцию данных, в среднем хорошо согласуются с формулой (6). Измерения с буфером из плавленого кварца ($0{,}05 < S < 2$) дают для Δc, как правило, значения бо́льшие, чем теория, особенно для больших значений диаметров излучателя, т. е. соответственно меньших S. Тот факт, что экспериментальные данные иногда дают значения в 2—3 раза бо́льшие, чем теория, согласно работам [2, 5], можно объяснить неравномерным распределением амплитуды колебательной скорости на излучателе. С увеличением S (т. е. уменьшением рабочей поверхности одного и того же излучателя) эта неравномерность должна сказываться слабее, поэтому и экспериментальные данные [13] для больших значений S количественно лучше согласуются с теорией.

Одна из первых эмпирических формул для дифракционного завышения скорости при интерферометрических измерениях была получена в работе [8] Илгунасом и др. Их данные с точностью до постоянного множителя хорошо описываются зависимостью Краснушкина (6), что находится в согласии с результатами работы [5]. Новые измерения Илгунаса и др. [14] показывают, что при определенном способе крепления излучателя получаются результаты для $\Delta c/c$, совпадающие с формулой (6).

Интересно, что завышение скорости вследствие дифракции на отражателе, исследованное в работах [8, 14], дает независимый вклад в значение Δc. Кроме того, в пределах точности измерений это завышение описывается также формулой Краснушкина (6), т. е. в первом приближении можно считать, что дифракционное завышение скорости при многократных отражениях от рефлектора или излучателя дает дополнительный вклад в величину Δc, который сравним с величиной Δc, создаваемой только излучателем. Это подтверждается измерениями скорости методом многократных эхо-сигналов [15]. Эмпирическая формула отличается от формулы Краснушкина (6) в основном численным коэффициентом, равным 1,5.

В работе [16] скорость ультразвука и дифракционное завышение скорости измерялись с помощью интерферометра с двумя преобразователями; точность измерений была существенно повышена путем использования для наблюдения интерференции фигур Лиссажу. Экспериментальные данные дают значения большие в 1,4—2,5 раза, чем по формуле (6), что также связано с многократной дифракцией на преобразователях. Для больших

λ обнаружена зависимость Δc от расстояния между преобразователями, причем эта зависимость с точностью до постоянного множителя хорошо описывается формулой (10), если за S_1 и S_2 принять обобщенное расстояние между преобразователями, причем S_1 и S_2 изменяются в пределах от 0,01 до 0,72.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Е. Краснушкин. Теория ультразвукового интерферометра. Ученые записки МГУ, 1943, **74**, 76–86.
2. P. E. Krasnushkin. On supersonic waves in cylindrical tubes and the theory of acoustic interferometer. Phys. Rev., 1944, **65**, 190–198.
3. P. E. Krasnushkin. Theory of ultrasonic interferometer. J. Phys. USSR, 1945, **7**, 80–95.
4. П. Е. Краснушкин. О дифракционных поправках на скорость и поглощение ультразвука. Тр. VI Всес. акуст. конф., Д III-5, М., 1968.
5. П. Е. Краснушкин. О дифракционных эффектах при измерении скорости и поглощения ультразвука. Докл. АН СССР, 1968, **6**, 1361–1365.
6. P. E. Krasnushkin. Diffraction effects and their Role in the Precise Measurement of velosity and Attenuation of Ultrasound, Acustica, 1968, **20**, 6, 343–347.
7. H. J. McSkimin. Effect of diffraction on velocity of sound. J. Acoust. Soc. America, 1961, **33**, 4, 539–541.
8. В. Илгунас, О. Кубилюнене, А. Янертас. Прецизионный интерферометр для измерений скорости ультразвука в жидкостях в диапазоне частот 1–12 *мГц*. Акуст. ж., 1964, **10**, 1, 54–58.
9. A. O. Willjams. The piston source an high frequencis, J. Acoust. Soc. America, 1951, **23**, 1, 1–6.
10. В. С. Кононенко. Материалы XIII научн.-техн. конф. профессорско-преподавательского состава НИИВТ, Новосибирск, 1970, 376–379.
11. H. Seki, A. Granate, R. Truhll. Diffraction effect in the ultrasonic field of a picton source. J. Acoust. Soc. America, 1956, **28**, 2, 230–238.
12. C. Bradfield, E. T. Goodwin. A note on abnormalities in the travel time of a wave betwen two extensive apertures. Philosoph. Mag., 1961, **68**, 6, 1065–1067.
13. H. J. McShimin. Empirical study of the effect of diffraction on velocity of propagation on high – frequency ultrasonic waves. J. Acoust. Soc. America, 1960, **32**, 11, 1401–1404.
14. И. Василюс, В. Илгунас, О. Кюбилюнене. Экспериментальное исследование влияния волноводного эффекта на измерение скорости ультразвука цилиндрическим интерферометром. Акуст. ж., 1971, **17**, 2, 225–228.
15. В. С. Кононенко, В. Ф. Яковлев. Прецизионный метод для измерения скорости ультразвука в жидкости на частотах 0,7–30 *мГц*. Акуст. ж., 1969, **15**, 1, 78–82.
16. К. М. Бурундуков, А. М. Лобанов. Способ прецизионного измерения дисперсии скорости ультразвука в жидкостях. Акуст. ж., 1970, **16**, 2, 311–313.
17. J. L. Stewart, E. S. Stewart. Recording ultrasonic interferometer and its alignment. J. Acoust. Soc. America, 1952, **24**, 1, 22–28.
18. J. M. Bell. A fixed path ultrasonic interferometer for absorption measurements in gases. J. Acoust. Soc. America, 1953, **25**, 1, 96–101.
19. А. С. Химунин. Об измерении скорости звука в режиме почти сферических волн. Акуст. ж., 1971, **17**, 1, 138–142.

Куйбышевский электротехнический институт связи

Поступила 30 марта 1972 г.