

4. Л. М. Лямшев. О шуме управляемого пограничного слоя. В сб.: Морское приборостроение. Акустика. 1972, 1, 126—137.
5. Н. К. Андреев. Характеристики пульсаций турбулентного давления при распределенном отсосе. В сб.: Тепло- и массоперенос. Минск, 1972, т. 1, ч. 1, 29—32.
6. Г. Шлихтинг, Возникновение турбулентности. М., Изд-во иностр. лит., 1962.

Акустический институт  
Академии наук СССР

Поступила  
19 марта 1973 г.

УДК 534.232

## ХАРАКТЕРИСТИКИ НАПРАВЛЕННОСТИ КРУГЛОГО УСЕЧЕННОГО КОНУСА

*И. Б. Слюсаренко*

Конический излучатель звука широко распространен в качестве диафрагмы громкоговорителя. Реальный диффузор — усеченный конус, поэтому представляет интерес рассмотреть характеристики направленности для такого излучателя.

Рассмотрим характеристики направленности круглого усеченного конуса с длиной образующей  $(b_2 - b_1)$  (фиг. 1), радиусом  $a_2$  большого основания, расположенного в абсолютно жестком бесконечном экране и радиусом  $a_1$  малого основания, представляющим собой абсолютно жесткий неподвижный диск. Длина образующей неусеченного конуса равна  $b_2$ .

Предположим, что каждый элемент поверхности излучателя является точечным сферическим источником звука и будем рассматривать поле в дальней зоне при синусоидальных колебаниях излучателя вдоль оси симметрии. Мы будем рассматривать жесткий излучатель, поэтому осевые составляющие скорости всех элементов его поверхности будут одинаковы.

Пользуясь связью между сферическими и декартовыми координатами, можно получить выражение (см. работу [1]), определяющее звуковое давление в дальней зоне, т. е. при условии, что расстояние до точки наблюдения значительно больше размеров излучателя

$$p = j \frac{\rho_0 \omega v_0 \cos^2 \psi_1 e^{-jkr_1}}{r_1} \int_{b_1}^{b_2} r J_0(kr \cos \psi_1 \sin \varphi) e^{jkr \sin \psi_1 \cos \varphi} dr$$

(временной множитель опущен), где  $r_1$  — расстояние до точки наблюдения,  $\omega$  — круговая частота,  $v_0$  — осевая составляющая скорости,  $\rho_0$  — плотность воздуха,  $\varphi$  — азимутальный угол,  $\psi_1$  — угол между образующей и плоскостью, перпендикулярной оси конуса,  $r$  — переменный радиус из вершины конуса до точки на поверхности вдоль образующей,  $k = \omega/c$  — волновое число,  $J_0$  — функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

В дальнейшем все величины перед интегралом опустим, так как они сократятся в выражении для характеристики направленности, и введем знак  $\sim$ , означающий пропорциональность. Заменяя функцию Бесселя и экспоненту выражениями в виде ряда, поменяв порядок интегрирования и суммирования, после вычисления интеграла получим (см. работу [1])

$$p(\varphi, \psi_1) \sim \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{c}{2}\right)^{2m} \frac{(-1)^m}{(m!)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(jq)^n (b_2^{2m+n+2} - b_1^{2m+n+2})}{n!(2m+n+2)},$$

где  $q = k \sin \psi_1 \cos \varphi$ ,  $c = k \sin \varphi \cos \psi_1$ . Выразим  $b_1$  через  $b_2$ , т. е. положим  $b_1 = b_2 M$ , где  $0 \leq M \leq 1$ . Тогда полученное выражение можно представить в виде

$$p(\varphi, \psi_1) \sim b_2^2 \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{cb_2}{2}\right)^{2m} \frac{(-1)^m}{(m!)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(jqb_2)^n (1 - M^{2m+n+2})}{n!(2m+n+2)}.$$

Множитель  $b_2^2$  опустим, так как он в выражении для характеристики направленности сократится. В области низких частот при малых значениях  $kb_2$  достаточно взять несколько членов ряда. В осевом направлении при  $\varphi = 0$

$$p(0, \psi_1) \sim \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(jqb_2)^n (1 - M^{n+2})}{n!(n+2)}.$$

Тогда характеристика направленности круглого усеченного конуса будет

$$D(\varphi, \psi_1) = \left| \frac{p(\varphi, \psi_1)}{p(0, \psi_1)} \right|.$$

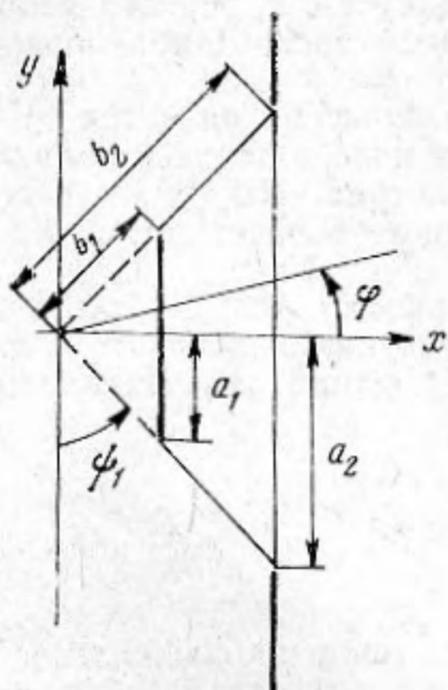
Заменив  $kb_2 \sin \psi_1$  на  $ka_2 \operatorname{tg} \psi_1$ , а  $kb_2 \cos \psi_1$  на  $ka_2$ , можно сравнивать излучатели с равными диаметрами:

$$p(\varphi, \psi_1) \sim \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(m!)^2} \left( \frac{ka_2 \sin \varphi}{2} \right)^{2m} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(jka_2 \operatorname{tg} \psi_1)^n (1 - M^{2m+n+2})}{n! (2m+n+2)}.$$

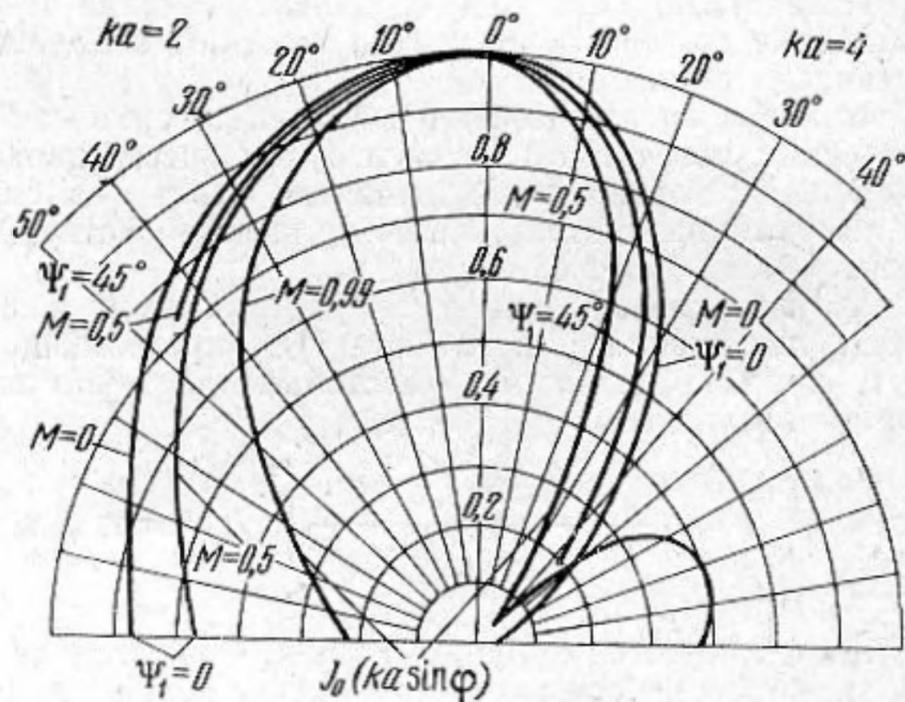
Из этого выражения при изменении  $M$  от 0 до 1 вытекают следующие частные случаи: при  $M=0$  и  $\psi_1 \neq 0$  мы имеем характеристику для жесткого конуса [1, 2],  
при  $M=0$  и  $\psi_1=0$  — известную характеристику для жесткого поршня

$$\frac{2J_1(ka_2 \sin \varphi)}{ka_2 \sin \varphi}$$

[3, 4]. При  $M=1$  мы получаем характеристику направленности круговой линии, практически не зависящую, как и следует ожидать, от угла  $\psi_1$  и зависящую только от  $ka_2$ . При одном и том же значении  $ka_2$  характеристика практически совпадает



Фиг. 1



Фиг. 2

при любых  $\psi_1$  с характеристикой для круговой линии  $J_0(ka_2 \sin \varphi)$ , полученной Штенцелем [5, 6]. При  $\psi_1=0$  мы имеем характеристику направленности для жесткого плоского кольца

$$D(\varphi) = \frac{2}{1-M^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(m!)^2} \left( \frac{ka_2 \sin \varphi}{2} \right)^{2m} \frac{(1-M^{2m+2})}{(2m+2)},$$

что совпадает с выражением, приведенным для жесткого кольца в [3, стр. 94]

$$\begin{aligned} \frac{2}{a_2^2 - a_1^2} \left[ a_2^2 \frac{J_1(ka_2 \sin \varphi)}{ka_2 \sin \varphi} - a_1^2 \frac{J_1(ka_1 \sin \varphi)}{ka_1 \sin \varphi} \right] = \\ = \frac{2[J_1(ka_2 \sin \varphi) - MJ_1(ka_2 M \sin \varphi)]}{(1-M^2) ka_2 \sin \varphi}, \end{aligned}$$

где

$$M = \frac{a_1}{a_2}.$$

На фиг. 2 приведены рассчитанные характеристики для  $ka_2=2$  и  $ka_2=4$  при различных значениях  $M$  и при разных углах  $\psi_1$  (рассматривается только область низких частот). Как видно из приведенных графиков, характеристики для круглого усеченного конуса расширяются незначительно по сравнению с характеристикой для плоского кольца, но сужаются по сравнению с характеристикой для неусеченного конуса.

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. Б. С л ю с а р е н к о. Расчет характеристик направленности открытых конических излучателей. Статья депонирована в сб.: Реф. инф. по РЭ. 1971, № 5, реф. 42.
2. И. Б. С л ю с а р е н к о. Характеристики направленности жестких конических излучателей звука в области высоких частот. В сб.: Вопросы электросвязи. Киев, «Техника», 1972, 137.
3. Н. М а к - Л а к л е н. Громкоговорители. М., Радиониздат, 1938.
4. В. В. Ф у р д у е в. Электроакустика. М.—Л., ОГИЗ, 1948.
5. Н. S t e n z e l. AFGM, 1931, 5, 310, 247.
6. И. Г. Д р е й з е н. Электроакустика и звуковое вещание. М., Связьиздат, 1961.

Одесский электротехнический институт связи  
им. А. С. Попова

Поступила  
6 февраля 1973 г.

УДК 534.232

### ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ «ОРЕОЛА» \* ХАРАКТЕРИСТИКИ НАПРАВЛЕННОСТИ ЛИНЕЙНОЙ ЭКВИДИСТАНТНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ В ПОЛОСЕ ЧАСТОТ

*М. Д. Смаришев*

Как известно, при определенных соотношениях между периодом эквидистантной антенны  $d$ , длиной волны  $\lambda$  и углом поворота  $\alpha_0$  характеристики направленности (обусловленным введением линейного фазового распределения) характеристика направленности антенны, кроме главного (основного) максимума, может иметь несколько дополнительных максимумов, равных по величине основному. Углы, под которыми направлены эти дополнительные максимумы, отсчитываемые от направления основного, зависят от частоты, и поэтому при излучении широкополосного сигнала в результате интегрирования по частоте на характеристике направленности наряду с главным максимумом образуются один или несколько широких добавочных максимумов («ореолов»).

Расчет характеристики направленности линейной антенны, состоящей из  $n$  элементов при излучении сигнала, имеющего в полосе частот  $\omega_1, \omega_2$  спектральную плотность  $I(\omega)$ , может быть произведен по формуле

$$R^2(\alpha) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} I(\omega) R_0^2(\alpha, \omega) \left[ \frac{\sin \frac{\pi d n}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \alpha_0)}{n \sin \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \alpha_0)} \right]^2 d\omega \times$$

$$\times \left[ \int_{\omega_1}^{\omega_2} I(\omega) R_0^2(\alpha_0, \omega) d\omega \right]^{-1}, \quad (1)$$

где  $R_0(\alpha, \omega)$  — характеристика направленности элемента антенны.

Для выяснения влияния параметров антенны ( $d, \alpha_0, I(\omega)$  и др.) на величину ореола ее характеристики направленности можно воспользоваться часто применяемой в теории антенн аппроксимацией характеристики направленности решетки периодической  $\delta$ -функцией [1]:

$$\left[ \frac{\sin \frac{\pi d n}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \alpha_0)}{n \sin \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \alpha_0)} \right]^2 = \frac{1}{n} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta \left[ \frac{d}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \alpha_0) - m \right].$$

\* Под «ореолом» характеристики направленности здесь и далее мы будем понимать ее добавочный расплывчатый максимум, значительно более широкий, чем основной.