#### ЛИТЕРАТУРА

 И. Б. Слюсаренко. Расчет характеристик направленности открытых конических излучателей. Статья депонирована в сб.: Реф. инф. по РЭ. 1971, № 5, реф. 42.

2. И. Б. Слюсаренко. Характеристики направленности жестких конических излучателей звука в области высоких частот. В сб.: Вопросы электросвязи. Киев, «Техника», 1972, 137.

3. Н. Мак-Лаклен. Громкоговорители. М., Радиоиздат, 1938.

4. В. В. Фурдуев. Электроакустика. М. — Л., ОГИЗ, 1948.

H. Stenzel. AFGM, 1931, 5, 310, 247.

6. И. Г. Дрейзен. Электроакустика и звуковое вещание. М., Связьиздат, 1961.

Одесский электротехнический институт связи им. А. С. Попова

Поступила 6 февраля 1973 г.

УДК 534.232

# ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ «ОРЕОЛА» \* ХАРАКТЕРИСТИКИ НАПРАВЛЕННОСТИ ЛИНЕЙНОЙ ЭКВИДИСТАНТНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ В ПОЛОСЕ ЧАСТОТ

### М. Д. Смарышев

Как известно, при определенных соотношениях между периодом эквидистантной антенны d, длиной волны  $\lambda$  и углом поворота  $\alpha_0$  характеристики направленности (обусловленным введением линейного фазового распределения) характеристика направленности антенны, кроме главного (основного) максимума, может иметь несколько дополнительных максимумов, равных по величине основному. Углы, под которыми направлены эти дополнительные максимумы, отсчитываемые от направления основного, зависят от частоты, и поэтому при излучении широкополосного сигнала в результате интегрирования по частоте на характеристике направленности наряду с главным максимумом образуются один или несколько широких добавочных максимумов («ореолов»).

Расчет характеристики направленности линейной антенны, состоящей из n элементов при излучении сигнала, имеющего в полосе частот  $\omega_1\omega_2$  спектральную плот-

ность  $I(\omega)$ , может быть произведен по формуле

$$R^{2}(\alpha) = \int_{\omega_{1}}^{\omega_{2}} I(\omega) R_{0}^{2}(\alpha, \omega) \left[ \frac{\sin \frac{\pi dn}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \alpha_{0})}{n \sin \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \alpha_{0})} \right]^{2} d\omega \times \left[ \int_{\omega_{1}}^{\omega_{2}} I(\omega) R_{0}^{2}(\alpha_{0}, \omega) d\omega \right]^{-1},$$

$$(1)$$

где  $R_0(\alpha, \omega)$  — характеристика направленности элемента антенны.

Для выяснения влияния параметров антенны  $(d, \alpha_0, I(\omega))$  и др.) на величину ореола ее характеристики направленности можно воспользоваться часто применяемой в теории антенн аппроксимацией характеристики направленности решетки периодической  $\delta$ -функцией [1]:

$$\left[\begin{array}{c} \frac{\sin\frac{\pi dn}{\lambda}\left(\sin\alpha-\sin\alpha_0\right)}{n\sin\frac{\pi d}{\lambda}\left(\sin\alpha-\sin\alpha_0\right)} \end{array}\right]^2 = \frac{1}{n}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta\left[\frac{d}{\lambda}\left(\sin\alpha-\sin\alpha_0\right)-m\right].$$

<sup>\*</sup> Под «ореолом» характеристики направленности здесь и далее мы будем понимать ее добавочный расплывчатый максимум, значительно более широкий, чем основной.

Принимая во внимание, что  $\lambda = 2\pi c/\omega$ , где c – скорость звука в среде, получим

$$R^{2}(\alpha) = \frac{1}{n} \int_{\omega_{1}}^{\omega_{2}} I(\omega) R_{3}^{2}(\alpha, \omega) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta \left[ \frac{\omega d}{2\pi c} \left( \sin \alpha - \sin \alpha_{0} \right) - m \right] d\omega \times \left[ \int_{\omega_{1}}^{\omega_{2}} I(\omega) R_{3}^{2}(\alpha_{0}, \omega) d\omega \right]^{-1} = \frac{2\pi c}{n d \left( \sin \alpha - \sin \alpha_{0} \right)} \sum_{m=-\infty}^{\infty} I(\omega_{m}) R_{3}^{2}(\omega_{m}) \left[ \int_{\omega_{1}}^{\omega_{2}} I(\omega) R_{3}^{2}(\alpha_{0}, \omega) d\omega \right]^{-1}.$$
 (2)

В этой формуле  $\alpha_m = \frac{2\pi cm}{d\left(\sin\alpha - \sin\alpha_0\right)}$  а пределы суммирования по m определяются

для каждого 
$$m$$
 из условия  $\omega_1 < \frac{2\pi cm}{d\left(\sin\alpha - \sin\alpha_0\right)} < \omega_2$ .

Пусть  $\omega'$  — частота, при которой расстояния между соседними элементами равны длине волны, т. е.  $\omega' = 2\pi c/d$ . Тогда

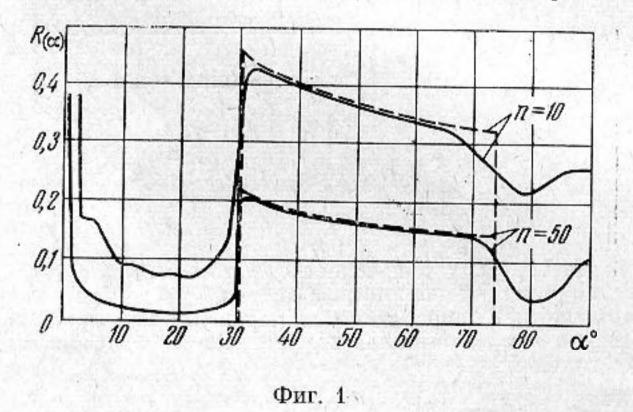
$$R(\alpha) = \left\{ \frac{\sum_{\omega'}^{\infty} I\left(\frac{\omega'm}{\sin\alpha - \sin\alpha_0}\right) R_{3^2}\left(\frac{\omega'm}{\sin\alpha - \sin\alpha_0}\right)}{n\left(\sin\alpha - \sin\alpha_0\right)} \right\}^{1/2}$$

$$I(\omega) R_{3^2}(\alpha_0, \omega) d\omega$$

$$I(\omega) R_{3^2}(\alpha_0, \omega) d\omega$$

Это и есть окончательное выражение для оценки ореола характеристики направленности антенны при излучении широкополосного сигнала. Поскольку при его выводе мы учли по существу лишь дополнительные, равные основному максимумы характеристики направленности решетки на отдельных частотах, то пользоваться им можно только для расчета характеристики направленности  $R(\alpha)$  в тех областях изменения углов  $\alpha$ , где существуют эти максимумы, вызывающие ореол.

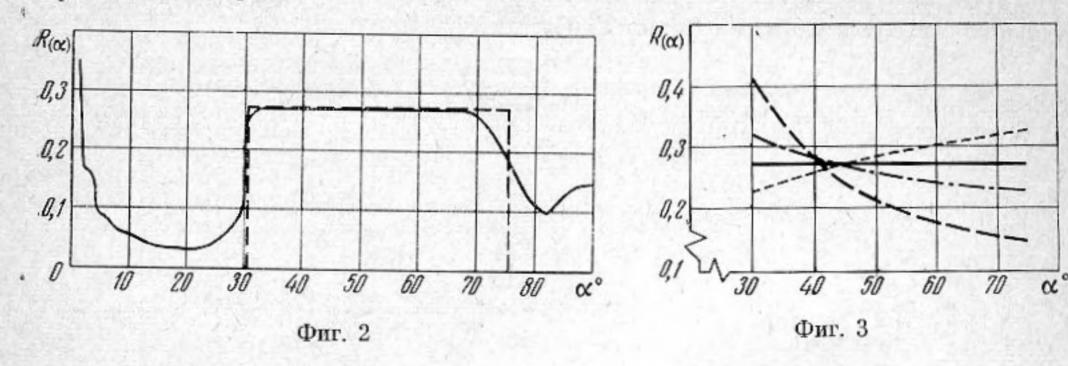
Заметим, что в практически интересных случаях расчеты по формуле (3) существенно упрощаются тем, что в сумме числителя остается только одно — два слагаемых, а интеграл знаменателя может быть сведен к табличному.



На фиг. 1 представлены результаты расчетов характеристики направленности по гочной формуле (1) (сплошные кривые) и области ореола по приближенной формуле (3) (штриховые кривые). Расчет проводился для антенны, состоящей из ненаправленных элементов при  $I(\omega) = I(\omega') = \text{const}$ ,  $\omega_1 = 1,04\omega'$ ,  $\omega_2 = 2\omega'$ ,  $\alpha_0 = 0$ . Видно, что при n = 50 форма и уровень ореола достаточно точно описываются приближенным выражением и даже при n = 10 ошибка практически невелика. Подъем характеристики направленности при  $\alpha$ , близком к  $90^\circ$ , объясняется тем, что в рассматриваемом случае на верхней частоте диапазона  $d/\lambda = 2$  и при  $\alpha = 90^\circ$  появляется второй максимум, равный основному (соответствующий в формуле (3) m = 2). Величина ореола, вычисленная по формуле (3) для  $\alpha = 90^\circ$ , составляет 0,32 при n = 10 и 0,14 — при n = 50.

Как следует из фиг. 1, при равномерной спектральной плотности сигнала величина ореола увеличивается с уменьшением α. Связано это, по-видимому, с тем, что скорость движения дополнительного максимума характеристики направленности решетки вдоль оси α с изменением ω не постоянна и тем больше, чем больше α. Таким образом, в заданном интервале Δα излучается тем большая мощность, чем меньше значение α, при котором он расположен.

Формула (3) позволяет определить вид спектральной плотности  $I(\omega)$ , при котором величина ореола не зависит от  $\alpha$ . Действительно, для того чтобы функция  $R(\alpha)$ 



в пределах ореола была постоянной величиной, как видно из выражения (3), следует положить (для m=1)

$$I\left(\frac{\omega'}{\sin\alpha-\sin\alpha_0}\right)R_0^2\left(\frac{\omega'}{\sin\alpha-\sin\alpha_0}\right)=\gamma(\sin\alpha-\sin\alpha_0),$$

тде  $\gamma$  — некоторая константа. При  $\alpha_0=0$  и  $R_0$  ( $\alpha$ ,  $\omega$ ) = 1 мы имеем  $I(\omega'/\sin\alpha)=\gamma\sin\alpha$ , откуда, учитывая, что при m=1 и  $\omega=\omega'/\sin\alpha$ , получим  $I(\omega)=\gamma\frac{\omega'}{\omega}$ .

На фиг. 2 для 
$$n$$
=20,  $\omega_1$ =1,04 $\omega'$ ,  $\omega_2$ =2 $\omega'$ ,  $I(\omega) = \gamma \frac{\omega'}{\omega}$  представлены результаты

расчетов по формулам (1) и (3). Видно, что найденная выше спектральная плотность действительно приводит к постоянству величины ореола характеристики направленности антенны в определенной полосе частот.

На фиг. 3 приведены результаты расчета ореола характеристики направленности в случаях  $I(\omega) = \gamma \frac{\omega'}{\omega}$  (сплошная линия),  $I(\omega) = \gamma \frac{\omega^2}{\omega'^2}$  (штриховая линия),  $I(\omega) = \gamma \frac{\omega'^2}{\omega^2}$ 

(пунктирная линия) и  $I(\omega) = \gamma$  (штрихпунктирная линия). Число элементов антен-

ны и ширина полосы те же, что и в предыдущем случае.

Как и следовало ожидать, для спектров, падающих с ростом частоты более круто, чем ω'/ω, уровень ореола увеличивается с ростом α, а для равномерного спектра или возрастающего с увеличением ω, наоборот, уровень ореола уменьшается с ростом α. Поскольку в случае приемной антенны спектральная плотность зависит от квадрата чувствительности элементов, выбирая ее соответствующим образом, можно добиваться желательной формы ореола, т. е. наиболее близкого к желательному хода изменения величины ореола с изменением α. Дополнительные возможности в этом направлении появляются также при использовании элементов, обладающих известной направленностью.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Ван дер Поль, X. Бреммер. Операционное исчисление на основе двухстороннего преобразования Лапласа. М., Изд-во иностр. лит., 1952, 506.

Поступила 15 августа 1972 г.

УДК 534.213

## об одном классе собственных колебаний упругого цилиндра

Л. С. Шейба, С. А. Шляпочников

Среди немногочисленных задач о собственных колебаниях упругих тел, допускающих точные решения, может быть сформулирована задача для конечного цилиндра. Требуется найти собственные значения  $\omega$  и собственные функции U(r,z) cos  $\omega t$  (рассматриваются осесимметричные колебания) определенного в конечном цилиндре