

среды для пучка с параболическим распределением амплитуды, является величина

$$(7) \quad R_{нл} = a \sqrt{\frac{1}{2\nu A_0^2}},$$

где  $2a$  — ширина пучка. Пусть  $nV_0 \sim 10^{-4}$ . Сравнивая выражение (7) с параметром  $R_{диф} = ka^2/2$ , определяющим дифракционную расходимость, мы видим, что при амплитуде распространяющейся волны  $A_0 = 0,1$  атм для узкого пучка ( $a \sim \lambda$ ) величины  $R_{нл}$  и  $R_{диф}$  одного порядка. Для широкого пучка ( $a \sim 10\lambda$ ) имеем  $R_{нл} = 0,1R_{диф}$ , и поэтому дифракционной расходимостью можно пренебречь.

При частоте  $\omega = 3\omega_0$  нелинейность меняет знак, и среда становится фокусирующей. Критическое значение амплитуды волны с частотой  $\omega = 4\omega_0$  при концентрации пузырьков, обеспечивающей содержание воздуха, равное  $nV_0 = 10^{-4}$ , составляет  $A_{0кр} = 50\lambda/a$  атм.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Аскаръян. Самофокусировка мощного звука при рождении пузырьков. Письма ЖЭТФ, 1971, 13, 7, 395.
2. Е. А. Заболотская, С. И. Солуян. Нелинейное распространение волн в жидкости с равномерно распределенными воздушными пузырьками. Акуст. ж., 1973, 19, 5, 690–694.
3. С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов. Самофокусировка и дифракция света в нелинейной среде. Успехи физ. наук, 1967, 93, 1, 19–70.

Московский институт  
электронного машиностроения

Поступила  
4 апреля 1973 г.

УДК 534.222.1

### РАСSEЯНИЕ В ОДНОМЕРНОЙ СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

В. И. Гельфгат

В работах [1, 2] были найдены средние характеристики поля плоской монохроматической волны, распространяющейся в одномерной непоглощающей среде со случайными дискретными независимыми рассеивателями. Относительно каждого рассеивателя предполагалось, что фаза его коэффициента отражения независима от остальных параметров и распределена равномерно. Ниже методом, предложенным в работе [2], решается та же задача, но в более слабых предположениях относительно параметров рассеивателей.

В работе [2] показано, что для нахождения интересующих нас величин (как-то: среднего отраженного и прошедшего полей, средней плотности энергии поля и т. п.) необходимо знать совместный закон распределения параметров сложного рассеивателя, состоящего из нескольких элементарных. Там же показано, что  $k$ -му элементарному рассеивателю удобно сопоставить матрицу  $g_k$ , составленную из его коэффициентов отражения  $V_k$  и прохождения  $D_k$ :

$$g_k = \begin{pmatrix} 1 & V_k \\ \frac{1}{D_k^*} & \frac{V_k}{D_k} \\ \left(\frac{V_k}{D_k}\right)^* & \frac{1}{D_k} \end{pmatrix},$$

где \* означает комплексное сопряжение.

Удобство описания рассеивателей с помощью матриц  $g_k$  заключается в том, что сложный рассеиватель, содержащий  $N$  элементарных, описывается при этом также матрицей  $g(N)$ , равной произведению (упорядоченному в направлении падения волны) матриц элементарных рассеивателей:

$$g(N) = g_1 g_2 \dots g_N.$$

Благодаря принятому описанию, задача нахождения статистических характеристик коэффициентов отражения  $V(N)$  и прохождения  $D(N)$  волны через слой с  $N$  независимыми рассеивателями сведена к задаче о произведении независимых слу-

чайных матриц. Поставленная задача решается с помощью преобразования Фурье. Схему решения поясним на аналогии со случаем сложения случайных независимых одинаково распределенных чисел  $x(N) = x_1 + x_2 + \dots + x_N$ . В этом случае имеем:  $\langle \exp [i\alpha x(N)] \rangle = \langle \exp [i\alpha x(1)] \rangle^N$ . Аналогом экспонент для матриц являются линейные операторы — линейные представления, полное описание которых для матриц используемого типа дано в работе [3]. Для случая одинаково распределенных рассеивателей  $T(N) = T^N(1)$ , где  $T(k)$  — усредненный по вероятностной мере оператор представления матрицы  $g(k)$ . В некотором естественном базисе (канонический базис [3]) эти операторы изображаются бесконечными матрицами. Однако по сравнению со случаем сложения чисел в случае матриц появляется новое осложнение. Дело в том, что эффективно возвести в  $N$ -ю степень можно лишь матрицу достаточно простого строения, которое определяется законом распределения параметров рассеивателя. Например, случай равномерной и независимой фазы коэффициента отражения приводит к диагональной матрице. Но столь же просто возводятся в степень клеточно-диагональные матрицы, если размер их клеток ограничен. Подобная структура матрицы усредненного оператора представления получится, если совместная плотность распределения параметров элементарного рассеивателя представима в виде некоторого специального (в частном случае — конечного) ряда Фурье по фазам коэффициентов отражения и прохождения. Простейший нетривиальный пример симметричных в среднем рассеивателей, который приводит к матрице  $T(1)$  клеточно-диагонального строения, может быть описан совместной плотностью распределения его параметров типа

$$\rho(\varphi, \psi, \tau) = \operatorname{Re} \{ a_1(\tau) + a_2(\tau) [e^{-i\varphi} - e^{i(\varphi-2\psi)}] + a_3(\tau) e^{i\psi} \},$$

$$\operatorname{Re} a_1 - 2|a_2| - |a_3| \geq 0, \quad \operatorname{Re} a_2^2 = 0,$$

где  $\varphi = \arg V$ ,  $\psi = \arg D$ ,  $\tau = 2 \operatorname{arth} |V|$ .

В этом случае матрица  $T(1)$  представляет собой матрицу размером не более чем  $3 \times 3$ .

Аналогично тому, как в случае сложения чисел знание характеристической функции позволяет находить любые средние характеристики суммы, так же и в случае умножения матриц знание оператора  $T(N)$  (т. е. всех элементов матрицы этого оператора) позволяет находить любые средние характеристики матрицы  $g(N)$ . Так, средние коэффициенты отражения и прохождения волны через слой, содержащий  $N$  элементарных рассеивателей, имеют вид

$$\langle V(N) \rangle = \langle V(1) \rangle, \quad \langle D(N) \rangle = \langle D(1) \rangle^N.$$

Физический смысл полученных формул становится совершенно ясным, если при расчете воспользоваться методом последовательных отражений и учесть, что для использованной плотности распределения параметров элементарного рассеивателя  $\langle V^n(1) \rangle = \langle D^n(1) \rangle = 0$  при  $n \geq 2$ . Распределение прошедшей через слой энергии  $|D(N)|^2$  такое же, как и для ранее рассмотренного случая равномерной и независимой фазы коэффициента отражения [1].

Аналогично работе [2] могут быть найдены средние характеристики поля точечного источника, находящегося внутри слоя с рассеивателями.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Л. Газарян. Об одномерной задаче о распространении волн в среде со случайными неоднородностями. Ж. exper. и теор. физ., 1969, 56, 6, 1856—1871.
2. В. И. Гельфгат. Поле точечного источника в случайно-неоднородной среде. Одномерная задача. Акуст. ж., 1972, 18, 1, 31—41.
3. Н. Я. Виленкин. Специальные функции и теория представлений групп. М., «Наука», 1965.

Акустический институт  
Академии наук СССР

Поступила  
4 июля 1973 г

УДК 534.861.2

#### ЭЛЕКТРЕТНЫЙ СТУДИЙНЫЙ МИКРОФОН

*Е. К. Горбунова, Н. Н. Козлова, Е. Л. Сейсян,  
В. Н. Таиров*

Со времени изобретения электретного микрофона прошло более 35 лет [1]. За это время было предложено несколько различных конструкций микрофонов [2, 3], причем наиболее удачной оказалась конструкция Сесслера и Веста [3]. В 1968 г. появилось сообщение о разработке электретных микрофонов-телефонов в Канаде [4], а в 1969 г. были опубликованы результаты разработки первого широкополосного электретного микрофона в СССР [5]. В 1970 г. японская фирма «Sony», в 1971 г.