АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXI 1975 Вып. 4

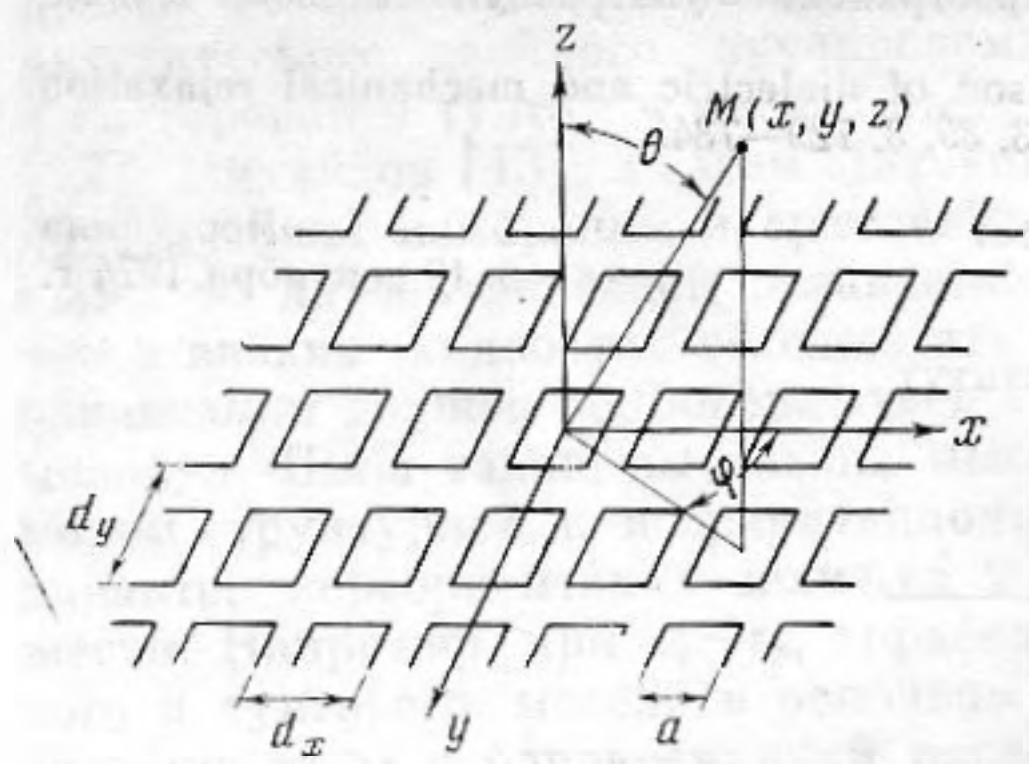
УДК 534.232

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ПРОТЯЖЕННЫХ АКУСТИЧЕСКИХ АНТЕНН, СОСТОЯЩИХ ИЗ РЕЗОНАНСНЫХ ПОРШНЕВЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Ю. Ю. Добровольский

Рассмотрен метод расчета параметров поршневого резонансного излучателя, работающего в составе протяженной периодической антенной решетки в условиях сильного акустического взаимодействия. Приведены результаты расчета некоторых параметров в области механического резонанса колебательной системы излучателя.

В работах [1, 2] исследованы параметры плоских бесконечных эквидистантных фазированных антенных решеток с равномерным амплитудным распределением колебательных скоростей фазовых центров излучающих поршней. Используя методы, развитые в этих работах, а также дискретное преобразование Фурье [3], можно определить параметры поршней, работающих в составе таких антенн, в случае сильного взаимодействия электроакустических преобразователей при работе в области резонанса и произвольном амплитудно-фазовом распределении подводимых электрических напряжений.



Фиг. 1. Бесконечная антенная решетка

Рассмотрим двумерную бесконечную антенну, состоящую из одинаковых электроакустических пьезопреобразователей, плоские активные поверхности которых заключены в бесконечный жесткий экран и совершают поршневые колебания с амплитудой $w(x, y)$. Примем временной множитель в виде $\exp(i\omega t)$. Основные геометрические размеры решетки и ее ориентация относительно выбранной декартовой системы координат xyz ясны из фиг. 1. Преобразователю с номером $\alpha\beta$ (первое число соответствует номеру в строке, второе — в столбце решетки) сопоставим одноконтурную эквивалентную схему, показанную на фиг. 2, где $z_э$ — внутреннее электрическое сопротивление, $r_э$ — сопротивление электрических потерь, $C_э$ — электрическая емкость, $z_м$ — механическое сопротивление, $r_м$ — сопротивление механических потерь, C и L — эквивалентные гибкость и масса, $z_{\alpha\beta}=r_{\alpha\beta}+ix_{\alpha\beta}$ — сопротивление излучения, $u_{\alpha\beta}$ — электрическое напряжение, $i_{\alpha\beta}$ — электрический ток, n — коэффициент электромеханической трансформации, $\xi_{\alpha\beta}$ — колебательная скорость фазового центра излучающей поверхности. Не конкретизируя тип и конструкцию колебательной системы преобразователя, выразим элементы механической ветви его эквивалентной схемы с помощью механической добротности $Q_м$ и акустико-механического коэффициента полезного действия

$\eta_{ам}$ при работе на частоте механического резонанса $\omega_р$ в составе синфазной бесконечной антенны с равномерным возбуждением, с нагрузкой среды $z(\theta_к, \varphi_к)=r(\theta_к, \varphi_к)+ix(\theta_к, \varphi_к)$ при направлении фазовой компенсации $\theta_к=0$. Выражения, определяющие сопротивление излучения $z(\theta_к, \varphi_к)$, получены в работах [1, 2]. Учитывая, что сопротивление механических потерь в первом приближении обратно пропорционально частоте ω [4], а также соотношения

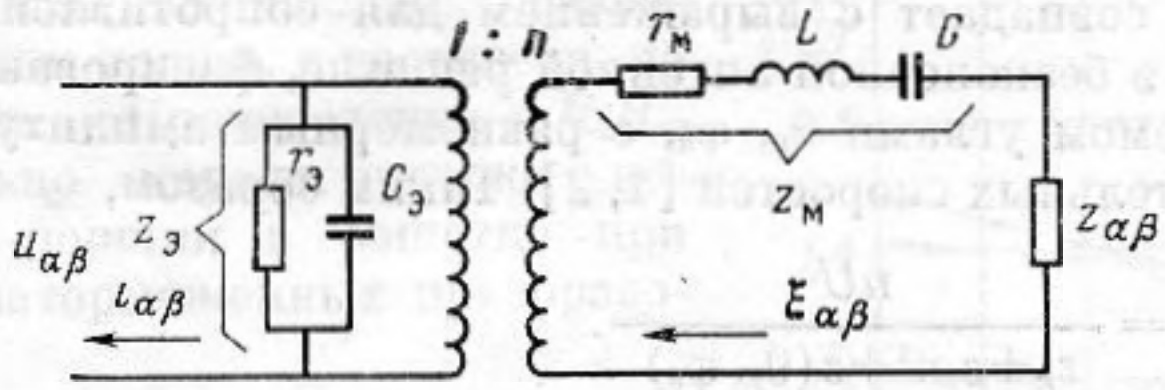
$$(1)\qquad \eta_{ам}=\frac{r(0,0)}{r(0,0)+r_{мр}} \text{ и } Q_м=\frac{\omega_р L}{r_{мр}+r(0,0)}=\frac{1}{\omega_р C[r_{мр}+r(0,0)]},$$

получим выражение для механического сопротивления в форме, удобной для дальнейшего анализа:

$$(2)\qquad z_м=\frac{r(0,0)}{F}\,\frac{1-\eta_{ам}}{\eta_{ам}}+i[r_{мр}+r(0,0)]Q_м(F-1/F),$$

где $\omega_р$ — частота механического резонанса, $F=\omega/\omega_р$.

Элементы электрической ветви эквивалентной схемы выразим через эффективный коэффициент электромеханической связи $k_{эф}^2$ и электрическую добротность $Q_э$. Принимая для сопротивления электрических потерь также обратно пропорциональную зависимость от частоты и учитывая соотношения



Фиг. 2. Эквивалентная схема резонансного преобразователя

$$(3)\qquad r_э=\frac{Q_э}{\omega C_э} \text{ и } n^2=\frac{k_{эф}^2}{1-k_{эф}^2}\,\frac{\omega C_э}{\omega C},$$

получим следующие выражения:

$$(4)\qquad C_э=\frac{1-k_{эф}^2}{k_{эф}^2}n^2C \text{ и } r_э=\frac{k_{эф}^2}{1-k_{эф}^2}\,\frac{Q_э}{n^2}\,\frac{1}{\omega_р CF}.$$

Пересчитав эквивалентные механические параметры в электрическую ветвь схемы, получим выражение для входной электрической проводимости:

$$(5)\qquad y=g-ib=\frac{r_э n^2 r_d+|z_d|^2}{r_э|z_d|^2}-i\,\frac{x_d n^2-|z_d|^2\omega C_э}{|z_d|^2},$$

где $\quad z_d=r_d+ix_d=(r_м+r_{\alpha\beta})+i\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}+x_{\alpha\beta}\right).$

Пусть единичное электрическое напряжение U подводится только к преобразователю с номером $\nu\mu$. Тогда мы имеем для определения колебательных скоростей фазовых центров всех поршней бесконечную систему алгебраических уравнений [5]:

$$(6)\qquad (z_м+z_э n^2)\,\xi_{\alpha\beta,\nu\mu}+\sum_{\gamma=-\infty}^{\infty}\sum_{\delta=-\infty}^{\infty} z_{|\alpha-\gamma||\beta-\delta|}\,\xi_{\gamma\delta,\nu\mu}=n\delta_{\alpha\nu,\beta\mu}U,$$

$$-\infty<\alpha<\infty,\quad -\infty<\beta<\infty,$$

где $\delta_{\alpha\nu,\beta\mu}$ — символ Кронекера, $z_{|\alpha-\nu||\beta-\delta|}$ — взаимное сопротивление излучения преобразователей с номерами $\alpha\beta$ и $\gamma\delta$ при остальных заторможенных. Чтобы избежать непосредственного решения системы (6), выполним следующие преобразования. В выражении (6) заменим индексы суммирования $p=\alpha-\gamma$ и $q=\beta-\delta$, умножим слагаемые на $\exp\{i[(\alpha-\nu)t+(\beta-\mu)s]\}$, просуммируем по индексам α и β в бесконечных пределах и введем обозначение

$$(7)\qquad \bar{\xi}(t,s)=\sum_{\alpha=-\infty}^{\infty}\sum_{\beta=-\infty}^{\infty}\xi_{\alpha\beta,\nu\mu}e^{i[(\alpha-\nu)t+(\beta-\mu)s]}.$$

В результате мы получим уравнение относительно новой функции $\bar{\xi}(t, s)$, для которой неизвестные колебательные скорости являются коэффициентами Фурье:

$$(8)\qquad (z_м+z_э n^2)\bar{\xi}(t,s)+\bar{\xi}(t,s)\sum_{p=-\infty}^{\infty}\sum_{q=-\infty}^{\infty}z_{|p||q|}e^{-i(pt+qs)}=nU.$$

Двойная сумма в уравнении (8) при $t=kd\cdot\sin\theta_к\cos\theta_к$ и $s=kd_y\sin\theta_к\sin\varphi_к$ совпадает с выражением для сопротивления излучения преобразователя в бесконечной антенной решетке, фазированной в направлении, определяемом углами $\theta_к$, $\varphi_к$, с равномерным амплитудным распределением колебательных скоростей [1, 2]. Таким образом,

$$(9)\qquad \bar{\xi}(t,s)=\frac{nU}{z_м+z_э n^2+z(\theta_к,\varphi_к)}.$$

Отсюда следует выражение для колебательной скорости преобразователя с номером $\alpha\beta$ при электрическом возбуждении преобразователя с номером $\nu\mu$ как коэффициента разложения в функции Фурье $\bar{\xi}(t, s)$:

$$(10)\qquad \xi_{\alpha\beta,\nu\mu}=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\bar{\xi}(t,s)e^{-i[(\alpha-\nu)t-(\beta-\mu)s]}\,dt\,ds=$$

$$=\frac{nU}{(2\pi)^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{e^{-i[(\alpha-\nu)t-(\beta-\mu)s]}\,ds\,dt}{z_м+z_э n^2+z(\theta_к,\varphi_к)}.$$

Колебательные скорости поршней при произвольном амплитудно-фазовом электрическом возбуждении найдем в результате суммирования:

$$(11)\qquad \xi_{\alpha\beta}=\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}\sum_{\mu=-\infty}^{\infty}a_{\nu\mu}\xi_{\alpha\beta,\nu\mu},$$

где $a_{\nu\mu}=U_{\nu\mu}/U$ — комплексные коэффициенты возбуждения. Сопротивление излучения поршня определим с помощью выражения, вытекающего из эквивалентной схемы:

$$(12)\qquad z_{\alpha\beta}=\frac{nU_{\alpha\beta}}{\xi_{\alpha\beta}}-(z_э n^2+z_м).$$

Звуковое давление, развиваемое в точке $r(x, y, z)$ дальнего поля антенной решетки при произвольном электрическом возбуждении, определяется выражением

$$(13)\qquad p(r,\theta,\varphi)=\frac{i\omega\rho}{2\pi}\frac{e^{ikr}}{r}R_1(\theta,\varphi)SI(\theta,\varphi),$$

где

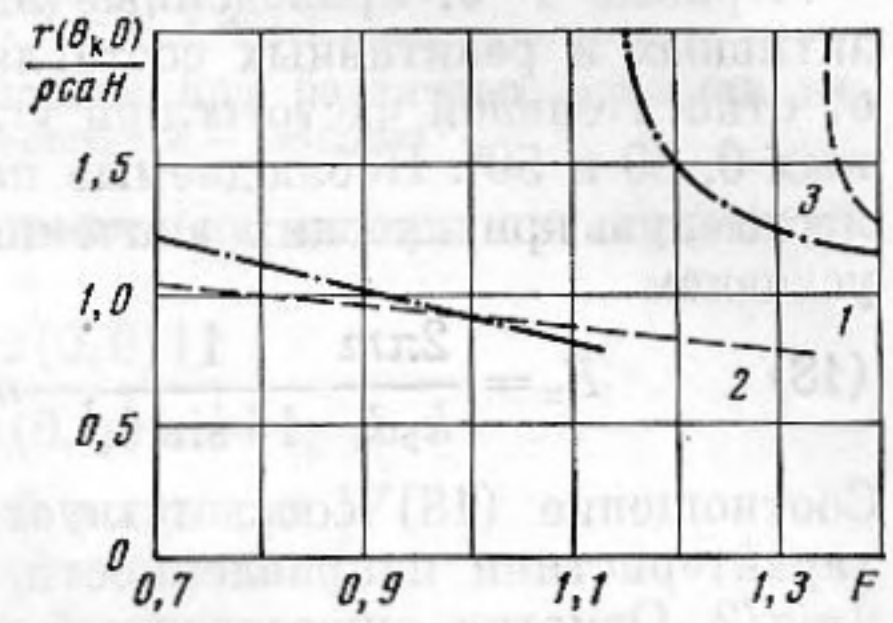
$$S=\int\limits_{d_x}\int\limits_{d_y} w(x,y)\,dx\,dy,$$

(14) $$I(\theta,\varphi)=\sum_{\alpha=-\infty}^{\infty}\sum_{\beta=-\infty}^{\infty}\xi_{\alpha\beta}e^{ik\sin\theta[\alpha d_x\cos\varphi+\beta d_y\sin\varphi]}=$$

$$=R_{вз}\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}\sum_{\mu=-\infty}^{\infty}a_{\nu\mu}e^{ik\sin\theta[\nu d_x\cos\varphi+\mu d_y\sin\varphi]},$$

(15) $$R_{вз}=\sum_{\alpha=-\infty}^{\infty}\sum_{\beta=-\infty}^{\infty}\xi_{\alpha\beta,\nu\mu}e^{ik\sin\theta[d_x(\alpha-\nu)\cos\varphi+d_y(\beta-\mu)\sin\varphi]}.$$

Здесь ρ — плотность внешней среды, $R_1(\theta,\varphi)$ — характеристика направленности поршня в бесконечном жестком экране при заторможенных остальных преобразователях; коэффициент $R_{вз}$ учитывает влияние, оказываемое взаимодействующими поршнями в бесконечной решетке на давление, развиваемое в дальнем поле и, в частности, на направленность. Произведение $R_1R_{вз}$ пропорционально характеристике направленности поршня в решетке при остальных незаторможенных преобразователях.



Фиг. 3. Частотные зависимости активных составляющих сопротивления излучения при разных углах сканирования θ_k (*1* — 0, *2* — 30, *3* — 50°)

Для $R_{вз}$ может быть получено более простое выражение. При $t=kd_x\sin\theta\cos\varphi$ и $s=kd_y\sin\theta\sin\varphi$ выражения для коэффициента $R_{вз}$ и функции $\overline{\xi}(t,s)$ совпадают. Из формулы (9) следует, что

(16) $$R_{вз}=\frac{nU}{z_м+z_э n^2+z(\theta,\varphi)}.$$

Удобное для вычислений выражение (16) получено ранее другим способом при рассмотрении свойств приемной решетки [6].

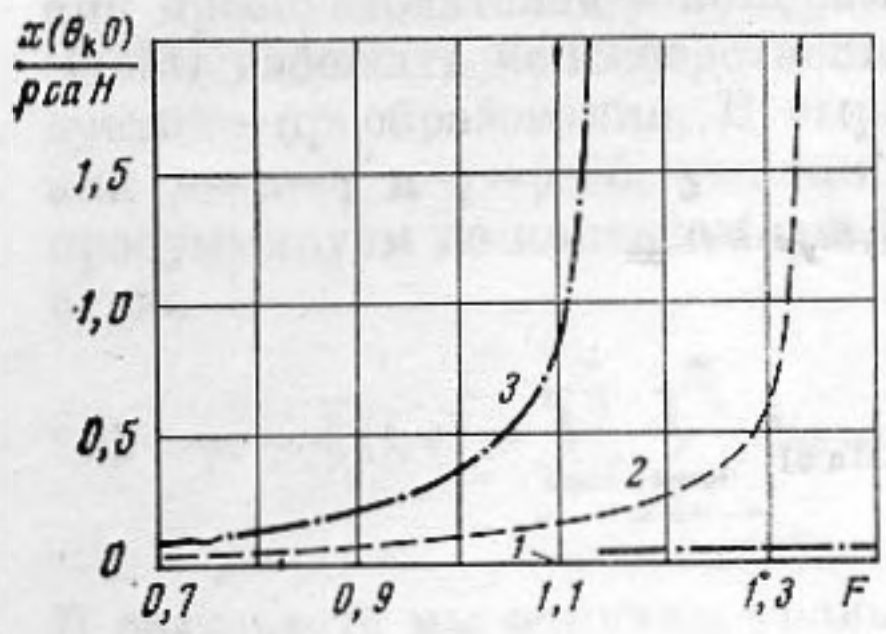
В качестве примера рассмотрим бесконечную линейно фазированную решетку с равномерным распределением амплитуд подводимых электрических напряжений, состоящую из полос шириной a, совершающих поршневые колебания с $w(x,y)=1$. Для определенности примем $Q_м=4$, $\eta_{ам}=0{,}8$, $Q_э=100$ и $k_{эф}^2=0{,}3$. Пусть решетка ориентирована вдоль оси OX, длина полос $H\gg\lambda$ и $k_р a=k_р d_x=\pi$, где $k_р=\omega_р/c$. При сканировании в плоскости XOZ сопротивление излучения полосы в составе такой решетки определится выражением [2]

(17) $$z(\theta_к,0)=ik_р d_x F\sum_{\alpha=-a}^{\infty}\frac{1}{\tau(\alpha)}\left[\frac{\sin\left(\alpha\pi+\frac{k_р d_x F}{2}\sin\theta_k\right)}{\alpha\pi+\frac{k_р d_x F}{2}\sin\theta_к}\right]$$

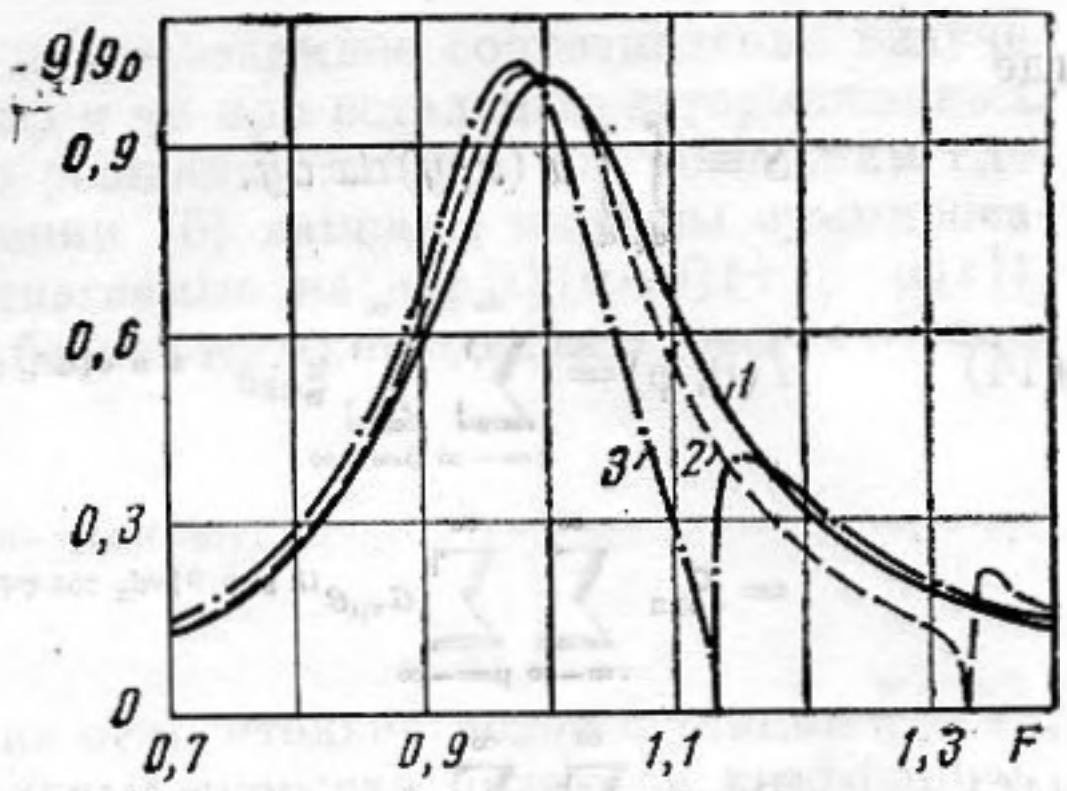
где

$$\tau(\alpha)=\begin{cases} i[(kd_xF)^2-4t(\alpha)]^{1/2}, & 0\leqslant 2t(\alpha)\leqslant k_р d_x F\\ [4t(\alpha)^2-(k_р d_x F)^2]^{1/2}, & 2t(\alpha)>k_р d_x F\end{cases},$$

$$t(\alpha)=\pi\alpha+\frac{k_р d_x F}{2}\sin\theta_к.$$



Фиг. 4



Фиг. 5

Фиг. 4. Частотные зависимости реактивных составляющих сопротивлений излучения (обозначения см. фиг. 3)

Фиг. 5. Частотные зависимости активных составляющих входной электрической проводимости (обозначения см. фиг. 3)

Кривые *1—3*, приведенные на фиг. 3 и 4, представляют зависимости активных и реактивных составляющих сопротивления излучения полосы от относительной частоты при углах сканирования $\theta_к$, соответственно равных 0, 30 и 50°. Наблюдаемые на этих фигурах разрывы функций имеют место при критических значениях относительных частот, определяемых условием

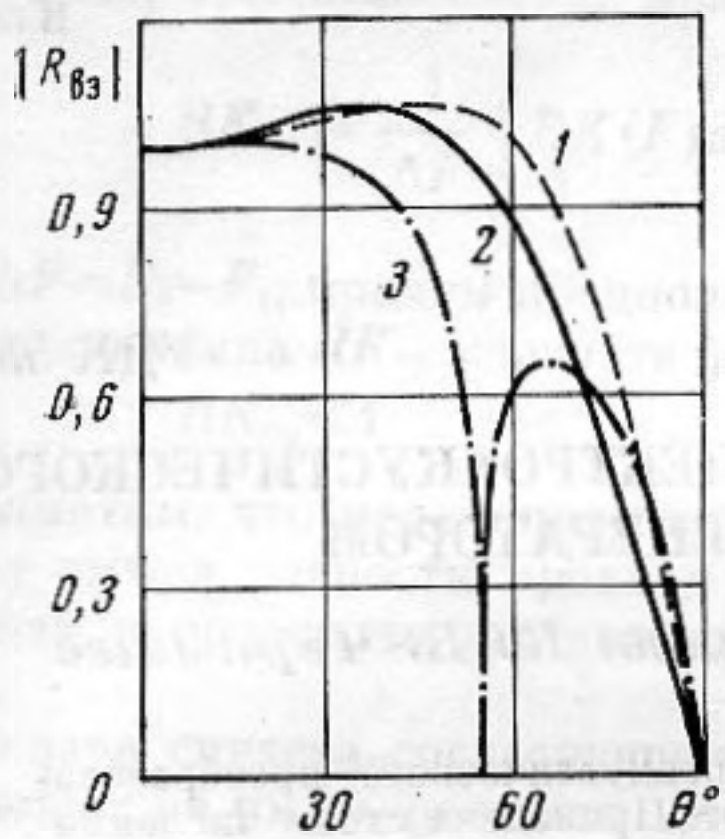
$$F_к = \frac{2\pi m}{k_р d_x} \frac{1}{1+\sin\theta}, \quad m=1, 2, \ldots . \tag{18}$$

Соотношение (18) соответствует существованию добавочного максимума характеристики направленности, равного основному в направлении угла $\theta=\pi/2$. Отметим существенный рост значений реактивных составляющих сопротивления излучения на частотах, меньших, но близких $F_к$, и активных составляющих на частотах, бо́льших $F_к$. Эти изменения нагрузки со стороны внешней среды при $F_к$, близких критическим значениям, оказывают непосредственное влияние на параметры излучающего поршня, находящегося в составе протяженной периодической антенной решетки.

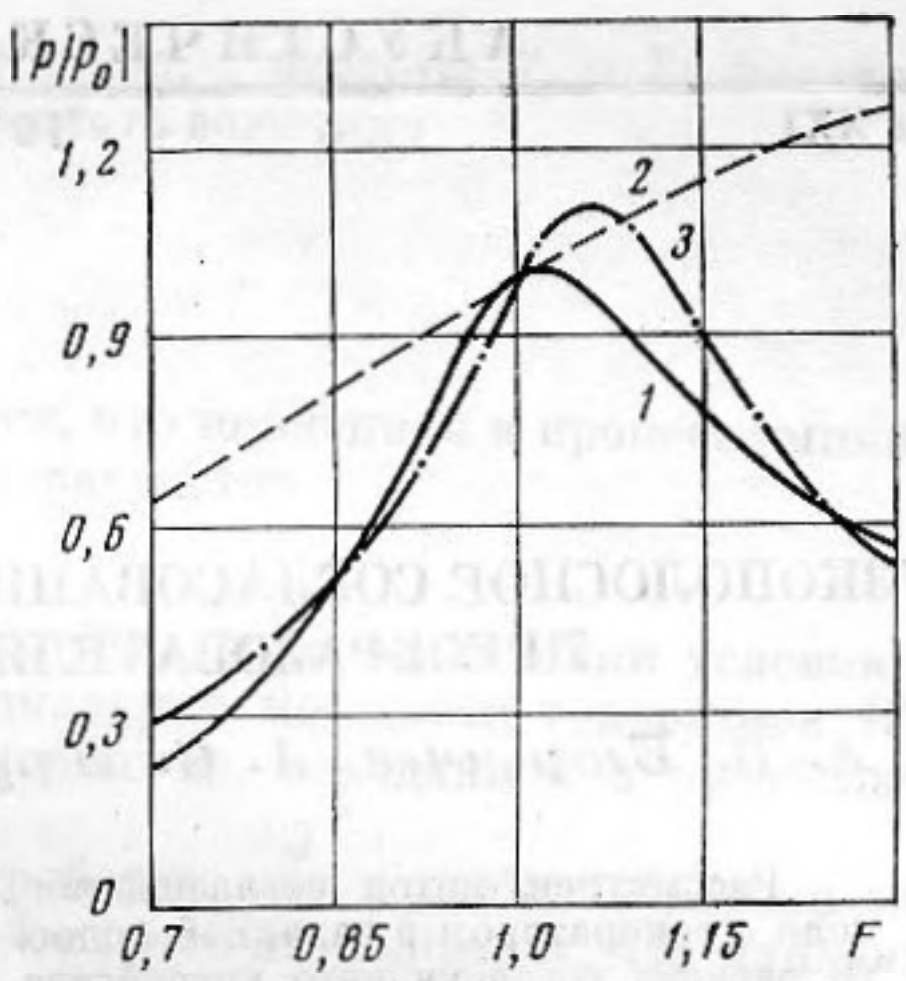
На фиг. 5 представлены зависимости от частоты относительной активной составляющей входной электрической проводимости g/g_0, где g_0 — значение этой составляющей при синфазном возбуждении и $F=1$. Здесь использованы прежние обозначения кривых. Как видно, функции g/g_0 испытывают резкие изменения при $F=F_к$. Если при этом по мере увеличения угла сканирования критическая частота приближается к верхней граничной частоте первоначальной полосы пропускания, то возможно заметное сужение этой полосы и некоторое уменьшение резонансной частоты излучающего поршня.

Кривые *1—3*, приведенные на фиг. 6, представляют зависимости модуля коэффициента $R_{вз}$ от угла θ при относительных частотах F, соответственно равных 0,9; 1 и 1,1. Интересно отметить, что диаграмма направленности резонансного поршня в периодической протяженной антенной решетке обостряется. В случае полуволновых поршней при $F<1$ это обострение происходит в меньшей степени, при $F>1$ — в большей.

Рассмотрим изменение относительных величин звукового давления p/p_0, развиваемого излучающим поршнем в области резонанса, при разных условиях электрического возбуждения антенной решетки; p_0 — давление, развиваемое поршнем, находящимся в составе синфазной антенны при $F=1$. Относительная величина давления в дальнем поле в направлении главного максимума диаграммы направленности определяется следующими выражениями:



Фиг. 6



Фиг. 7

Фиг. 6. Зависимости модуля коэффициента $R_{вз}$ от угла θ при разных относительных частотах F: *1* – 0,9; *2* – 1; *3* – 1,1

Фиг. 7. Частотные зависимости звукового давления при различных режимах питания: *1* – u=const; *2* – W=const; *3* – i=const

при неизменном электрическом напряжении на выходе питающего генератора u

$$p_1=\frac{R_1(\theta,\varphi)}{R_1(0,0)}\frac{R_{вз}(\theta,\varphi)}{R_{вз}(0,0)}F\frac{|z_{мр}+z(0,0)|}{|z_м+z(\theta,\varphi)|};$$

при неизменной электрической активной мощности W

$$p_2=p_1\left(\frac{g_0}{g}\right)^{1/2};$$

при неизменном электрическом токе i

$$p_3=p_1\left[\frac{g_0^2+b_0^2}{g^2+b^2}\right]^{1/2};$$

где $y_0=g_0-ib_0$ – входная электрическая проводимость преобразователя в синфазной антенной решетке при $F=1$.

Кривые *1–3* на фиг. 7 соответствуют значениям звукового давления в направлении главного максимума диаграммы направленности в случае синфазного излучения при u=const, W=const и i=const. Видно, что амплитуда звукового давления, развиваемого в дальнем поле в области резонанса, существенно зависит от режима питания. Наибольшая неравномерность давления имеет место при неизменном токе на выходе электрического генератора.

Автор благодарит А. П. Стрелкову за помощь в проведении численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *М. Д. Смарышев.* Определение коэффициента концентрации большой периодической плоской антенны и сопротивления излучения ее элемента. Акуст. ж., 1968, *14*, 2, 268–274.
2. *М. Д. Смарышев.* Сопротивление излучения и коэффициент концентрации протяженных периодических линейных антенн. Акуст. ж., 1968, *14*, 4, 597–603.
3. *W. Wasylkiwskyi, W. K. Kahn.* Mutual coupling and element efficiency for infinite linear arrays. Proc. IEEE, 1968, *56*, 11, 1901–1907.
4. *Е. Скучик.* Простые и сложные колебательные системы. М., «Мир», 1971.
5. *М. И. Карновский.* Линейная теория акустических резонаторов. Ж. техн. физ., 1943, *12*, 11–12, 667–683.
6. *Ю. Ю. Добровольский.* О направленных свойствах акустических многоэлементных антенн. Сб. докл. VII Всес. акуст. конф., 1971 г., Изд-во ЛКИ, 1973.

Поступила
29 апреля 1974 г.