ние (5) определяет модель с одним корректирующим коэффициентом, скажем $p$, который имеет оптимальное значение в каждой конкретной задаче.

Сравнение уравнения (5) с уравнением С. П. Тимошенко показывает, что введение дополнительного корректирующего коэффициента $p$ не ухудшает дисперсию первой волны модели и заметно улучшает дисперсию второй волны. В результате этого абсолютное интегральное отклонение дисперсионных кривых обеих волн модели от дисперсионных кривых волн Лэмба в интервале частот $k_tH=0-3\pi/2$ уменьшается более чем вдвое при $p=0{,}9$ ($\nu=1/3$) по сравнению с тем, что можно получить на «чистой» модели С. П. Тимошенко. Это приводит к увеличению точности расчета собственных частот ограниченных стержней. Например, для шарнирно опертого узкого стержня с отношением длины к высоте, равном 4, ошибка расчета трех первых собственных частот так называемого второго спектра [12, 13] по теории С. П. Тимошенко составляет 3, 5 и 11%, в то время как расчет по уравнению (5) дает для этих частот ошибку в 1,5, 1 и 4%. Для собственных частот основного спектра точность расчета в обоих случаях примерно одинакова.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Т. Микер, А. Мейтцлер.* Волноводное распространение в протяженных цилиндрах и пластинах. В кн.: Физическая акустика (под ред. У. Мэзона), т. 1, ч. А. М., «Мир», 1966.
2. *С. П. Тимошенко.* Курс теории упругости. Киев, «Наукова Думка», 1972.
3. *Э. И. Григолюк, И. Т. Селезов.* Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. Сер. Механика твердых деформируемых тел, т. 5. М., ВИНИТИ, 1973.
4. *У. К. Нигул.* О корнях уравнения Лэмба для деформации плиты, антисимметричной относительно срединной поверхности. Изв. АН ЭстССР, 1963, *12*, 3, 284–293.
5. *С. А. Рыбак, Б. Д. Тартаковский.* О колебаниях тонких пластин. Акуст. ж., 1963, *9*, 1, 66–71.
6. *А. Е. Вовк, В. В. Гудков.* К вопросу о нормальных волнах в плоском твердом слое. Акуст. ж., 1972, *18*, 1, 23—30.
7. *R. D. Mindlin.* Influence of rotatory inertia and shear on flexural motion of isotropic elastic plates. J. Appl. Mech., 1951, *18*, 1, 31–38.
8. *G. R. Cowper.* The shear coefficient in Timoshenko's beam theory. J. Appl. Mech., 1966, *E33*, 2, 335–340.
9. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Теория упругости. М., «Наука», 1965.
10. *R. D. Mindlin, H. Deresiewicz.* Timoshenko's shear coefficient for flexural vibrations of beams. Proceedings of the second U.S. National congress of applied mechanics. N. Y. 1955.
11. *Б. Аалами, Б. Ацори.* Изгибные колебания и теория балки Тимошенко. Ракетная техника и космонавтика, 1974, *12*, 5 130—137.
12. *R. W. Trail-Nash, A. R. Collar.* The effect of shear flexibility and rotatory intertia on the bending vibrations of beams. Quart. j. mech and appl. math., 1953, *6*, part 2, 186–222.
13. *В. С. Вишневский, Г. В. Тарханов.* Дополнительные формы свободных колебаний высоких балок. В сб.: Акустическая динамика машин и конструкций. М., «Наука», 1973.


Государственный научно-исследовательский институт машиноведения

Поступила 14 июня 1974 г.

---

УДК 534.843.242:621.391.072

# К ВОПРОСУ О СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МОРСКОЙ РЕВЕРБЕРАЦИИ

*Н. Ф. Воллернер, В. А. Сляднев*

Статистическая модель морской реверберации, развитая в работах [1–3], описывает с известными ограничениями реверберацию $y(t)$ как результат суммирования элементарных эхо-сигналов $y_k(t)$ зондирующего сигнала $A(t)\cos\omega_0 t$ от многочисленных движущихся малых отражателей-рассеивателей, случайно (в среднем равномерно) распределенных в пространстве,

$$y(t)=\sum_k y_k(t), \tag{1}$$

$$y_k(t)=\varphi(t)\varepsilon_k A(t-t_k)\cos(\omega_0+\Omega_k)t, \tag{2}$$

где $\varphi(t)$ – регулярная функция времени, характеризующая медленное (по сравнению с огибающей импульсного зондирующего сигнала – $A(t)$) изменение – уменьшение уровня эхо-сигнала при распространении от излучателя к рассеивателю и обратно, $\varepsilon_k$ – случайная величина, характеризующая уровень k-го сигнала, зависящая от свойства k-го элементарного отражателя, $t_k$ — время распространения от излучателя к рассеивателю и обратно, $\Omega_k$ – малое случайное доплеровское смещение частоты ($\Omega_k/\omega_0 \ll 1$) k-го эхо-сигнала из-за движения элементарного рассеивателя. Отметим, что $\varepsilon_k$ и $\Omega_k$ — независимые случайные величины, характеризующие $k$-й элементарный рассеиватель.

Ниже несколько иными, чем в работах [1–3], путями учитывается движение рассеивателей, что приводит к новой трактовке вопроса и позволяет более четко отразить влияние движения рассеивателей на текущие характеристики реверберации.

Помехоустойчивость активной локации можно найти по энергетическому спектру реверберации, оценку которого определим, суммируя по мощности спектральные функции эхо-сигналов $S_k(\omega)$ в соответствии с формулой (1)

$$S_k(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} y_k(t)\exp(-j\omega t)\,dt = \tag{3}$$

$$=\varphi(t)\,\varepsilon_k \int_{-\infty}^{\infty} A(t-t_k)\cos(\omega_0+\Omega_k)t\exp(-j\omega t)\,dt;$$

$$S_k(\omega)=\varphi(t)\,\varepsilon_k S_c(\omega+\Omega_k),$$

где $\varphi(t)$ вынесена за знак интеграла, поскольку по условию медленно меняется по сравнению с $A(t)$, $S_c(\omega)$ – спектральная функция зондирующего сигнала.

Модуль спектральной функции эхо-сигнала (3) будет

$$|S_k(\omega)|=\varphi(t)\,\varepsilon_k|S_c(\omega+\Omega_k)|. \tag{4}$$

Представим $|S_c(\omega+\Omega_k)|$ усеченным рядом Тейлора по степеням малого приращения $\Omega_k$

$$|S_c(\omega+\Omega_k)|=|S_c(\omega)|+\sum_{i=1}^{n}|S_c^{(i)}(\omega)|\,\Omega^i-i! \tag{5}$$

Подставив выражение (5) в формулу (4) и возведя в квадрат (для получения в последующем энергетического спектра реверберации), получим

$$|S_k(\omega)|^2=\varphi^2(t)\,\varepsilon_k^2|S_c(\omega)|^2\left\{1+[1/|S_c(\omega)|]\sum_{i=1}^{n}|S_c^{(i)}(\omega)|\,\Omega_k^i/i!\right\}^2. \tag{6}$$

Здесь $\varphi(t)$ и $|S_c(\omega)|$ – регулярные функции времени и частоты; обозначим $\varphi^2(t)|S_c(\omega)|^2=B(\omega,t)$, а случайную функцию частоты $\left\{1+[1/|S_c(\omega)|]\times\right.$

$$\left.\times\sum_{i=1}^{n}|S_c{}^i(\omega)|\,\Omega_k{}^i/i!\right\}^2=\alpha_k{}^2(\omega).$$

Тогда

$$|S_k(\omega)|^2=B(\omega,t)\,\varepsilon_k^2\alpha_k^2(\omega). \tag{6a}$$

Назовем $g(\omega,t)$ – спектральную плотность реализации реверберационного процесса – выборочной спектральной функцией реализации. Найдем $g(\omega,t)$, просуммировав энергетические спектральные плотности эхо-сигналов $|S_k(\omega)|^2$ в соответствии с формулой (1)

$$g(\omega,t)=\sum_k|S_k(\omega)|^2=B(\omega,t)\sum_k\varepsilon_k^2\alpha_k^2(\omega). \tag{7}$$

Здесь $\varepsilon_k$ – случайная величина, характеризующая интенсивность эхо-сигнала, изменяется случайно при распространении зондирующего сигнала в пространстве, поскольку меняются элементарные рассеиватели, создающие реверберацию. Распространение сигнала в пространстве вызывает изменение $\varepsilon_k$ во времени, поэтому заменим в формуле (7) $\varepsilon_k^2$ случайной функцией $\varepsilon^2(t)$, характеризующей случайные изменения $g(\omega,t)$ во времени, и вынесем $\varepsilon^2(t)$ за знак суммы. Тогда

$$g(\omega,t)=B(\omega,t)\,\varepsilon^2(t)\sum_k\alpha_k^2(\omega)=B(\omega,t)\,\varepsilon^2(t)\,\alpha^2(\omega), \tag{8}$$

где $\alpha^2(\omega)=\sum_k \alpha_k^2(\omega)$ – случайная функция частоты. Оценку $G^*(\omega, t)$ энергетической спектральной плотности нестационарного случайного процесса реверберации $y(t)$ можно найти осреднением выборочной спектральной функции реализации $g(\omega, t)$ на интервале времени $T$ в полосе частот $\Omega$, желательно оптимальных [4],

$$G^*(\omega, t)=(1/T\Omega)\int_{\omega-0,5\Omega}^{\omega+0,5\Omega}\int_{t-0,5T}^{t+0,5T} g(\omega, t)\,dt\,d\omega. \tag{9}$$

Статистическая модель (8), (9) отображает случайный характер спектра реализации реверберации и позволяет непосредственно учесть влияние движения элементарных рассеивателей.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Ю. М. Сухаревский.* Теория реверберации моря, обусловленной рассеянием звука. Докл. АН СССР, 1947, *55*, 9, 825–828.
2. *В. В. Ольшевский.* Статистические свойства морской реверберации. М., «Наука», 1966.
3. *В. В. Ольшевский.* Статистические методы в гидролокации. Л., «Судостроение», 1973.
4. *Н. Ф. Воллернер, Р. М. Терещук.* Выбор оптимальных условий при определении спектральной плотности нестационарных случайных процессов. Радиотехника, 1968, *23*, 1, 101–104.



Киевский политехнический институт

Поступила 21 февраля 1974 г.


---


УДК 539.2


# О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ВЫНУЖДЕННОГО РАССЕЯНИЯ МАНДЕЛЬШТАМА — БРИЛЛЮЭНА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ САМОВОЗДЕЙСТВИЯ ГИПЕРЗВУКА ПРИ АКУСТИЧЕСКОМ ПАРАМАГНИТНОМ РЕЗОНАНСЕ


*Р. Г. Деминов*


Недавно Ганапольский [1] исследовал как теоретически, так и экспериментально самовоздействие гиперзвуковой волны при акустическом парамагнитном резонансе. Эффект самовоздействия заключается в том, что довольно интенсивная гиперзвуковая волна может существенно воздействовать на парамагнитную систему, а изменение состояния системы оказывает обратное влияние на условия распространения той же гиперзвуковой волны. Вынужденное рассеяние Мандельштама – Бриллюэна дает возможность генерировать интенсивный гиперзвук в самом исследуемом веществе [2] и в этом отношении имеет преимущество по сравнению с методами генерации звука, применяемыми в экспериментах по акустическому парамагнитному резонансу. Рассмотрим возможность использования вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна для изучения самоканализации гиперзвукового пучка в условиях акустического парамагнитного резонанса.

В общем случае для описания вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна в условиях акустического парамагнитного резонанса с учетом самовоздействия гиперзвуковой волны необходимо получить и решить уравнения, описывающие вынужденное рассеяние Мандельштама – Бриллюэна в условиях акустического парамагнитного резонанса с учетом поперечной структуры гиперзвукового пучка. Получить решение в явном виде не представляется возможным, поэтому необходимы численные расчеты. Однако теоретическое изучение Лавриновичем [3] стационарного обратного вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна в средах с малым линейным затуханием звука (отметим, что акустический парамагнитный резонанс проявляется лишь при низких температурах, когда линейное затухание звука мало), показало, что при интенсивности лазерного излучения, значительно превышающем пороговую, рассеяние происходит в основном в области $x_0 \sim E_0/kE_н(0)$, где $E_0$ – «внутреннее поле», определяемое параметром среды; $k$, $E_н(0)=E_н$ $(x=0)$ – соответственно волновое число и напряженность падающего светового поля. В области $0<x<x_0$ происходит нарастание звукового давления и при $x>x_0$ оно определяется величиной $p_\infty \infty E_0E_н(0)$.