АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXI 1975 Вып. 5

УДК 534.113

К ОПТИМАЛЬНОСТИ КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ В ЖЕСТКИХ НЕОДНОРОДНЫХ ВИБРОПОГЛОЩАЮЩИХ СЛОЯХ

М. М. Мачавариани

Методами теории оптимального управления среди широкого класса допускающих вариаций функций отыскиваются распределения параметров в жестких неоднородных слоях, обеспечивающих максимум коэффициента потерь в системе неоднородный вибропоглощающий слой – тонкая изгибно-колеблющаяся металлическая пластина.

Доказывается, что (при фиксированной частоте) среди оптимальных распределений параметров по толщине неоднородных жестких слоев непрерывные распределения отсутствуют. Оптимальными являются кусочно-постоянные распределения с экстремальными значениями параметров.

С помощью полученной в работе [1] системы дифференциальных уравнений для упругостных импеданцев, а также рассматриваемых в работах [2, 3] методов теории оптимального управления рассмотрим задачу об отыскании распределений параметров в жестких неоднородных слоях, обеспечивающих максимум коэффициента потерь в системе неоднородный вибропоглощающий слой — тонкая изгибно-колеблющаяся металлическая пластина при фиксированной частоте. Толщину неоднородного слоя будем считать заданной.

Рассматривая неоднородный упругий слой с произвольными законами изменения его параметров по толщине, положим, что как составляющие напряжения, так и компоненты колебательной скорости в нем зависят от продольной координаты x посредством гармонического множителя $\exp(ik_0 \sin\theta_0 x)$*. Через $\sin\theta_0$ обозначено отношение некоторой заданной скорости c_0 к скорости нормальной волны в неоднородном слое, через k_0 – волновое число в среде, характеризуемой скоростью продольной волны c_0**. Тогда в соответствии с работой [1] уравнения движения и обобщенный закон Гука можно написать в виде

$$\frac{d\bar{\sigma}_{zz}}{d\xi}+i\sin\theta_0\bar{\sigma}_{xz}+i\bar{\rho}(z)\bar{v}_z=0, \tag{1}$$

$$\frac{d\bar{\sigma}_{xz}}{d\xi}+i\left(1-2\frac{\bar{b}^2(z)}{\bar{c}^2(z)}\right)\sin\theta_0\bar{\sigma}_{zz}+i\bar{\rho}(z)\left[1-4\left(1-\frac{\bar{b}^2(z)}{\bar{c}^2(z)}\right)\bar{b}^2(z)\sin^2\theta_0\right]\bar{v}_x=0,$$

$$\bar{\sigma}_{zz}=\bar{\rho}(z)\bar{c}^2(z)\left[i\frac{d\bar{v}_z}{d\xi}-\left(1-2\frac{\bar{b}^2(z)}{\bar{c}^2(z)}\right)\sin\theta_0\bar{v}_x\right], \tag{2}$$

$$\bar{\sigma}_{xz}=\bar{\rho}(z)\bar{b}^2(z)\left[i\frac{d\bar{v}_x}{d\xi}-\sin\theta_0\bar{v}_z\right].$$

---

* Зависимость от времени всех величин поля принята в форме $e^{-i\omega t}$.

** Выбор такой среды сравнения обусловлен стремлением сохранить наглядность физической интерпретации формулы для коэффициента потерь (10).

Здесь $\xi=k_0z$, z — поперечная координата, $\bar{\sigma}_{zz}=\sigma_{zz}/\rho_0c_0^2$,

$$\bar{\sigma}_{xz}=\frac{\sigma_{xz}}{\rho_0c_0^2},\quad \bar{v}_z=\frac{v_z}{c_0},\quad \bar{v}_x=\frac{v_x}{c_0},\quad \bar{c}(z)=\frac{c(z)}{c_0},$$

$$\bar{b}(z)=\frac{b(z)}{c_0},\quad \bar{\rho}(z)=\frac{\rho(z)}{\rho_0};\ \sigma_{zz}\ \text{и}$$

σ_{xz} — составляющие тензора напряжений, v_z, v_x — компоненты колебательной скорости, $c(z)$, $b(z)$ — скорости продольной и поперечной (сдвиговой) волн в произвольном сечении z неоднородного слоя, $\rho(z)$ — плотность в этом сечении, ρ_0 — плотность среды, характеризуемой скоростью продольной волны c_0. Дифференциальными уравнениями для упругостных импедансов Z_{11}, Z_{12}, Z_{22}, полученными с помощью равенств (1) и (2), а также соотношений

$$\bar{\sigma}_{zz}=Z_{11}\bar{v}_z+Z_{12}\bar{v}_x,\ \bar{\sigma}_{xz}=-Z_{12}\bar{v}_{12}+Z_{22}\bar{v}_x, \tag{3}$$

являются [1]

$$\frac{dZ_{11}}{d\xi}=i\left[\frac{Z_{11}^2}{\bar{\rho}(z)\bar{c}^2(z)}-\frac{Z_{12}^2}{\bar{\rho}(z)\bar{b}^2(z)}+2\sin\theta_0Z_{12}-\bar{\rho}(z)\right], \tag{4}$$

$$\frac{dZ_{12}}{d\xi}=i\left[\frac{Z_{11}Z_{12}}{\bar{\rho}(z)\bar{c}^2(z)}+\frac{Z_{22}Z_{12}}{\bar{\rho}(z)\bar{b}^2(z)}+\left(1-2\frac{\bar{b}^2(z)}{\bar{c}^2(z)}\right)\sin\theta_0Z_{11}-\sin\theta_0Z_{22}\right],$$

$$\frac{dZ_{22}}{d\xi}=i\left[\frac{Z_{22}^2}{\bar{\rho}(z)\bar{b}^2(z)}-\frac{Z_{12}^2}{\bar{\rho}(z)\bar{c}^2(z)}-2\left(1-2\frac{\bar{b}^2(z)}{\bar{c}^2(z)}\right)\sin\theta_0Z_{12}+\right.$$

$$\left.+4\left(1-\frac{\bar{b}^2(z)}{c^2(z)}\right)\bar{\rho}(z)\bar{b}^2\sin^2\theta_0-\bar{\rho}(z)\right].$$

Уравнения (4) удобны тем, что не содержат производных от управляемых (и неизвестных в задаче синтеза) параметров слоя и разрешены относительно первых производных от фазовых координат (упругостных импедансов), т. е. написаны в канонической форме, принятой в теории оптимального управления. Однако из-за наличия в них квадратичных членов они весьма сложны. Если же рассматривать тонкие и достаточно жесткие неоднородные слои, то систему (4) можно существенно упростить. Ниже будут рассматриваться именно такие слои. Аналогично тому, как это сделано в работе [4], будем считать, что в тонких и жестких неоднородных слоях вследствие малости составляющих $\bar{\sigma}_{zz}$ и $\bar{\sigma}_{xz}$ по сравнению с $\bar{\sigma}_{xx}$ компоненты колебательных скоростей и их производные по ξ вместо уравнений (2) будут определяться приближенными уравнениями

$$\frac{d\bar{v}_z}{d\xi}=-i\left(1-2\frac{\bar{b}^2(z)}{\bar{c}^2(z)}\right)\sin\theta_0v_x, \tag{5}$$

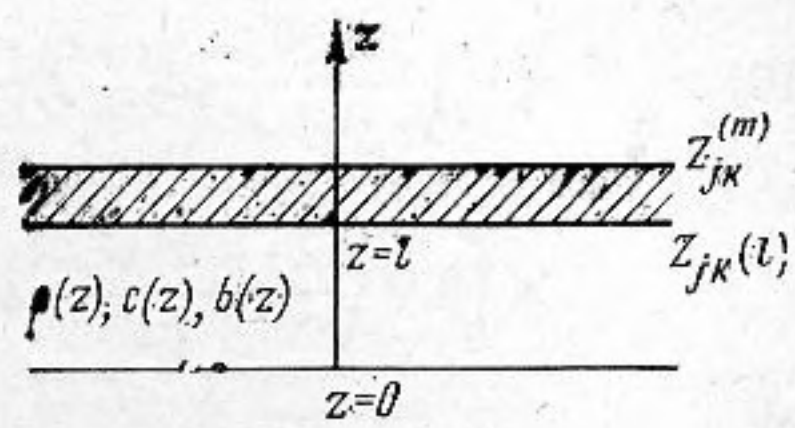
$$\frac{d\bar{v}_x}{d\xi}=-i\sin\theta_0\bar{v}_z.$$

Подставляя соотношения (3) в формулу (1), учитывая приближенные равенства (5) и отбрасывая при этом в уравнениях движения члены, содержащие производную $d\bar{v}_z/d\xi$, мы получим вместо системы (4) «укороченную» систему дифференциальных уравнений для упругостных импедансов, приближенно описывающую поведение тонких жестких неоднородных слоев

$$dZ_{11}/d\xi=i[2\sin\theta_0Z_{12}-\bar{\rho}(z)],\qquad \frac{dZ_{12}}{d\xi}=-i\sin\theta_0Z_{22}, \tag{6}$$

$$dZ_{22}/d\xi=i4\left(1-\frac{\bar{b}^2(z)}{\bar{c}^2(z)}\right)\bar{\rho}(z)\bar{b}^2(z)\sin^2\theta_0=iD(z)\sin^2\theta_0.$$

Можно показать, что получаемые с помощью системы (6) соотношения для коэффициента потерь жестких составных пластин, хорошо согласуются с соответственными формулами, приведенными в работах [5, 6] для случая изгибных деформаций. Начальными условиями для систем (6) и (4) служат значения упругостных импеданцев нагрузки, на которой находится неоднородный слой. Если слой граничит с воздухом, то можно считать, что значения всех трех упругостных импеданцев на этой границе равны нулю. Для формулировки оптимальной задачи необходимо также знать условия, которым должны удовлетворять значения упругостных импеданцев и на границе неоднородный слой — демпфируемая металлическая пластина. Как будет показано ниже, условие на этой границе определит соотношение, связывающее значения коэффициента потерь в системе неоднородный слой — металлическая пластина со значениями упругостных импеданцев, которые в данном случае будут характеризовать нагрузку для пластины.



Значения упругостных импеданцев нагрузки для неоднородного упругого слоя на границе с воздухом примем равным нулю, а значения входных упругостных импеданцев на границе слой — металлическая пластина обозначим через $Z_{jk}(l)=Z_{jk}^{(1)}(l)+iZ_{jk}^{(2)}(l)$ (фигура).

Для нахождения импеданцев изгибно-колеблющейся металлической пластины ($Z_{jk}^{(m)}$) проинтегрируем систему уравнений (6), взяв в качестве начальных условий значения $Z_{jk}(l)$. Интегрирование производится элементарно: поочередно интегрируются уравнения для $Z_{jk}^{(m)}$, затем для $Z_{12}^{(m)}$ и, наконец, для $Z_{11}^{(m)}$. В результате имеем

$$Z_{22}^{(m)}=Z_{22}(l)+iD_m\sin^2\theta_0\xi_m, \tag{7}$$

$$Z_{12}^{(m)}=Z_{12}(l)+D_m\sin^3\theta_0\frac{\xi_m^2}{2}-i\sin\theta_0\xi_mZ_{22}(l),$$

$$Z_{12}^{(m)}=Z_{11}(l)+2i\sin\theta_0\xi_mZ_{12}(l)+\sin^2\theta_0\xi_m^2Z_{22}(l)+iD_m\frac{\sin^4\theta_0}{3}\xi_m^3-i\bar{\rho}_m\xi_m.$$

Здесь через D_m обозначено выражение $4\left(1-\frac{\bar{b}_m^2}{c_m^2}\right)\bar{\rho}_m\bar{b}_m^2=\frac{E_m}{\rho_0c_0^2(1-\sigma_m^2)}$, где E_m — модуль Юнга материала пластины, σ_m — коэффициент Пуассона. Величина D_m является вещественной, а потери, вносимые вибропоглощающим слоем в изгибные колебания пластины, учитываются множителем $\sin\theta_0=\sin\theta\left(1+\frac{\delta_1}{4}+i\frac{\eta}{4}\right)$. Если для простоты принять, что пластина, с одной стороны, граничит со слоем, а с другой — с вакуумом, то на последней границе ввиду равенства нулю σ_{zz} и σ_{xz} из соотношений (3) получается характеристическое уравнение для нахождения нормальной волны в системе металлическая пластина — неоднородный вибропоглощающий слой

$$Z_{11}^{(m)}Z_{22}^{(m)}+Z_{12}^{(m)\,2}=0. \tag{8}$$

Подставляя сюда выражения для импеданцев из формулы (7), найдем

$$D_m\sin^2\theta_0\xi_m^2\left(\bar{\rho}_m-\frac{D_m\sin^4\theta_0}{12}\xi_m^2\right)-iZ_{22}(l)\left(\bar{\rho}_m-\frac{D_m\sin^4\theta_0}{3}\xi_m^2\right)- \tag{9}$$

$$-D_m\sin^3\theta_0\xi_m^2Z_{12}(l)+iD_m\sin^2\theta_0\xi_mZ_{11}(l)+Z_{11}(l)Z_{22}(l)+Z_{12}^2(l)=0.$$

Считая малыми возмущения, вносимые неоднородным вибропоглощающим слоем в изгибные колебания демпфируемой пластины, получим следующее приближенное выражение для коэффициента потерь:

$$\eta=\left(\frac{\sin^2\theta\xi_m}{4\bar{\rho}_m}Z_{22}^{(1)}(l)-\frac{\sin\theta}{\bar{\rho}_m}Z_{12}^{(1)}(l)+\frac{Z_{11}(l)}{\bar{\rho}_m\xi_m}\right)\times \tag{10}$$

$$\times\left[1-\left(\frac{2}{3}\frac{\sin^2\theta\xi_m}{\bar{\rho}_m}Z_{22}^{(2)}(l)+\frac{3}{2}\frac{\sin\theta}{\bar{\rho}_m}Z_{12}^{(1)}(l)+\frac{Z_{11}^{(2)}(l)}{\bar{\rho}_m\xi_m}\right)\right].$$

Здесь $\sin\theta=\sqrt[4]{\frac{12\bar{\rho}_m}{D_m\xi_m^2}}$, $\xi_m=k_0d_m$, d_m — толщина пластины. Так как входящие в формулу (10) параметры металлической (демпфируемой) пластины считаются заданными, то равенство (10) представляет собой зависимость целевой функции η от значений входных импеданцев неоднородного слоя.

Будем считать, что допустимые к вариациям значения реальной и мнимой частей функции $D=D_1(\xi)+iD_2(\xi)$ и функция $\bar{\rho}(\xi)$ ограничены

$$D_{1\,\min}\leqslant D_1(\xi)\leqslant D_{1\,\max},\ D_{2\min}\leqslant D_2(\xi)\leqslant D_{2\max},\ \bar{\rho}_{\min}\leqslant\bar{\rho}(\xi)\leqslant\bar{\rho}_{\max}. \tag{11}$$

При этом, естественно, что сами экстремальные значения в формуле (11) должны также находиться в пределах, в которых неоднородные слои можно рассматривать как достаточно жесткие. Кроме того, учтем тот факт, что для жестких слоев уменьшение их плотности влечет за собой уменьшение как реальной так и мнимой частей модуля Юнга. Практически особенно существенным для вибропоглощения является уменьшение значений модуля потерь. В связи со сказанным и, как будет видно, без заметного ущерба для последующих доказательств примем, что в пределах (11) плотность жестких материалов, применяемых для синтеза оптимального вибропоглощающего слоя, является монотонно возрастающей функцией модуля потерь. Для простоты в качестве такой зависимости примем линейную

$$\bar{\rho}(\xi)=\varepsilon D_2(\xi). \tag{12}$$

Будем считать, кроме того, что суммарный вес неоднородного вибропоглощающего слоя толщины ξ_l задан

$$\frac{1}{\xi_l}\int_0^{\xi_l}\bar{\rho}(\xi)\,d\xi=\bar{\rho}_1=\frac{\varepsilon}{\xi_l}\int_0^{\xi_l}D_2(\xi)\,d\xi. \tag{13}$$

Принимая во внимание, что упругостные импеданцы неоднородного слоя являются комплексными функциями $Z_{jk}=Z_{jk}^{(1)}+iZ_{jk}^{(2)}$, и считая, для простоты, что коэффициент потерь материала (γ) слоя существенно выше η, систему (6) можно переписать в виде

$$\frac{dZ_{11}^{(1)}}{d\xi}=-2\sin\theta Z_{12}^{(2)},\qquad \frac{dZ_{12}^{(1)}}{d\xi}=\sin\theta Z_{22}^{(2)},\qquad \frac{dZ_{22}^{(1)}}{d\xi}=D_2\sin^2\theta, \tag{14}$$

$$\frac{dZ_{11}^{(2)}}{d\xi}=2\sin\theta Z_{12}^{(1)}-\bar{\rho},\qquad \frac{dZ_{12}^{(2)}}{d\xi}=-\sin\theta Z_{22}^{(1)},\qquad \frac{dZ_{22}^{(2)}}{d\xi}=D_1\sin^2\theta.$$

Оптимальную задачу сформулируем следующим образом. Найти упругостные импеданцы $Z_{jk}^{(1)}(\xi)$ и $Z_{jk}^{(2)}(\xi)$, удовлетворяющие уравнениям (14) и нулевым начальным данным, а также функции управления $\bar{\rho}(\xi)$, $D_1(\xi)$, $D_2(\xi)$, подчиненные неравенствам (11) так, чтобы при некотором заданном

значении приведенной толщины слоя и выполнении условия (13) функционал

(15) $$I=-\eta,$$

принимал минимальное значение (η соответственно максимальное).

Необходимые условия оптимальности получаются, как обычно [2, 3], с использованием гамильтониана, который в данном случае имеет вид

(16) $$H_\lambda=-2\sin\theta Z_{12}^{(2)}\lambda_{Z_{11}^{(1)}}+(2\sin\theta Z_{12}^{(1)}-\bar{\rho})\lambda_{Z_{11}^{(1)}}+\sin\theta Z_{22}^{(2)}\lambda_{Z_{12}^{(1)}}-$$

$$-\sin\theta Z_{22}^{(1)}\lambda_{Z_{12}^{(2)}}+D_2\sin^2\theta\lambda_{Z_{22}^{(1)}}+D_1\sin^2\theta\lambda_{Z_{22}^{(2)}}+D_2\lambda_\sigma.$$

Последний член здесь обязан своим происхождением условию (13), учет которого произведен путем введения новой фазовой координаты σ, определяемой уравнением

(17) $$d\sigma/d\xi=D_2(\xi).$$

При этом дифференциальные уравнения для множителей Лагранжа записываются как

)18) $$\frac{d\lambda_{Z_{11}^{(1)}}}{d\xi}=-\frac{\partial H_\lambda}{\partial Z_{11}^{(1)}}=0;\qquad \frac{d\lambda_{Z_{11}^{(2)}}}{d\xi}=-\frac{\partial H_\lambda}{\partial Z_{11}^{(2)}}=0.$$

$$d\lambda_{Z_{12}^{(1)}}/d\xi=-\frac{\partial H_\lambda}{\partial Z_{12}^{(1)}}=-2\sin\theta\lambda_{Z_{11}^{(2)}}\frac{d\lambda_{Z_{11}^{(2)}}}{d\xi}=$$

$$=-\frac{\partial H_\lambda}{\partial Z_{12}^{(2)}}=2\sin\theta\lambda_{Z_{11}^{(1)}},\qquad d\lambda_{Z_{22}^{(1)}}/d\xi=-\frac{\partial H_\lambda}{\partial Z_{22}^{(1)}}=\sin\theta\lambda_{Z_{12}^{(2)}},$$

$$\frac{d\lambda_{Z_{22}^{(1)}}}{d\xi}=-\frac{\partial H_\lambda}{\partial Z_{22}^{(2)}}=-\sin\theta\lambda_{Z_{22}^{(2)}},\quad \frac{\partial\lambda_\sigma}{\partial\xi}=-\frac{\partial H_\lambda}{\partial\sigma}=0.$$

Система (18) не зависит ни от фазовых координат (Z_{jk}, σ), ни от управляющих функций $\bar{\rho}(\xi)$, $D_1(\xi)$, $D_2(\xi)$. Решениями ее являются

$$\lambda_{Z_{11}^{(1)}}=\text{const}=C_{11}^{(1)},\qquad \lambda_{Z_{11}^{(2)}}=\text{const}=C_{11}^{(2)},$$

(19) $$\lambda_{Z_{12}^{(1)}}=-2\sin\theta C_{11}^{(1)}\xi+C_{12}^{(1)},\qquad \lambda_{Z_{12}^{(2)}}=2\sin\theta C_{11}^{(2)}\xi+C_{12}^{(2)},$$

$$\lambda_{Z_{22}^{(1)}}=\sin^2\theta C_{11}^{(1)}\xi^2+\sin\theta C_{12}^{(2)}\xi+C_{22}^{(1)}$$

$$\lambda_{Z_{22}^{(2)}}=\sin^2\theta C_{11}^{(2)}\xi^2-\sin\theta C_{12}^{(1)}\xi+C_{22}^{(2)},\qquad \lambda_\sigma=\text{const}=C_0.$$

Постоянные $C_{jk}^{(n)}$ находятся из условий трансверсальности [2]

(20) $$\lambda_{Z_{jk}^{(n)}}(\xi_l)+\frac{\partial I}{\partial Z_{jk}^{(n)}(\xi_l)}=0.$$

Если считать, что интегрирование уравнений (18) по ξ произведено в понятном направлении, т. е. от границы неоднородного вибропоглощающего слоя с металлической пластиной, то значения постоянных $C_{jk}^{(n)}$ будут

(21) $$C_{11}^{(1)}=\frac{1}{\bar{\rho}\xi_m}(1-\delta_1),\qquad C_{11}^{(2)}=-\frac{\eta_1}{\bar{\rho}_m\xi_m},$$

$$C_{12}^{(1)}=-\frac{3}{2}\eta_1\frac{\sin\theta}{\bar{\rho}_m},\qquad C_{12}^{(2)}=-\frac{\sin\theta}{\bar{\rho}_m}(1-\delta_1),$$

$$C_{22}^{(1)}=\frac{\sin^2\theta\xi_m}{4\pi}(1-\delta_1),\qquad C_{22}^{(2)}=-\frac{2}{3}\eta_1\frac{\sin^2\theta\xi_m}{\bar{\rho}_m},$$

где через η_1 обозначено выражение в первой круглой скобке формулы (10), а через δ_1 — выражение в такой же скобке второго множителя.

Из теории оптимального управления известно, что при оптимуме функция H_λ должна принимать максимальное значение. Так как в рассматриваемом случае от функций управления $D_1(\xi)$, $D_2(\xi)$ гамильтониан зависит линейно, его максимальные значения будут достигаться на границах изменения управляющих функций: на верхней, если $K_1=\lambda_{Z_{22}}(\xi)$ и $K_2=\sin^2\theta\lambda_{Z_{22}}^{(1)}(\xi)-\varepsilon\lambda_{T_{11}}^{(2)}(\xi)+C_0$ положительны, и на нижней — если значения указанных функций отрицательны. Переход от слоя с максимальным (минимальным) значением управлений (внутри неоднородного слоя), к слою с минимальным (максимальным) значением происходит в точках ξ_*, в которых функции K_1 и K_2 обращаются в нуль. Таким образом, число однородных слоев с экстремальными значениями управлений, составляющих оптимальный неоднородный, определяется числом нулей этих функций. Являясь многочленами второй степени, K_1 и K_2 не могут иметь более двух нулей. Если принять для коэффициентов $C_{jk}^{(n)}$ значения из (21), то легко убедиться, что функция K_2 может иметь не более одного нуля, а функция K_1 на заданном интервале изменения ξ положительных нулей иметь не будет. Иными словами, оптимальный неоднородный слой должен состоять не более чем из двух однородных с экстремальными значениями параметров. Если же не накладывать ограничений на вес неоднородного вибропоглощающего слоя (13), то легко можно убедиться в том, что функции K_1 и K_2 не будут иметь положительных нулей, т. е. в этом случае оптимальным вибропоглощающим слоем будет являться однородный. Значения параметров его определятся знаком функций K_1 и K_2 в какой-либо точке, например на границе слоя с металлической пластиной

$$K_1(\xi_l)=\sin^2\theta C_{22}^{(2)}<0, \qquad K_2(\xi_l)=\sin^2\theta C_{22}^{(1)}>0. \tag{22}$$

Неравенства (22) указывают, что реальная часть модуля Юнга слоя должна быть минимальной, мнимая часть — максимальной. Учитывая, что значение плотности материала слоя определяется знаком функции $K_3=-\lambda_{Z_{11}}^{(2)}$, находим

$$K_3(\xi_l)=-C_{11}^{(2)}>0, \tag{23}$$

т. е. плотность оптимального однородного слоя должна быть максимальной (функция $\lambda_{Z_{11}}^{(2)}$ положительных нулей не имеет).

ЛИТЕРАТУРА

1. *М. М. Мачевариани, В. В. Тютекин, А. П. Шкварников.* Импедансный метод расчета характеристик упругих слоисто-неоднородных сред. Акуст. ж., 1971, *17*, 1, 97—102.
2. *К. А. Лурье, М. М. Мачевариани.* Минимизация толщины неоднородного слоя при заданном коэффициенте отражения монохроматической волны. ПМТФ, 1969, 1, 44—50.
3. *Н. И. Диденко, М. М. Мачевариани.* Минимизация толщины неоднородного согласующего слоя при заданном модуле коэффициента отражения монохроматической волны. Акуст. ж., 1972, *18*, 2, 228—232.
4. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Теория упругости. М., «Наука», 1965.
5. *Б. Д. Тартаковский.* Изгибно-продольные колебания составных стержней, состоящих из жестких слоев. В сб.: Вибрации и шумы. М., «Наука», 1969, 88—102.
6. *А. С. Никифоров, С. В. Будрин.* Распространение и поглощение звуковых вибраций на судах. Л., «Судостроение», 1968.

Поступила
6 мая 1974 г.