

**РАСЧЕТ АМПЛИТУДЫ ПОЛЯ ПРИ ОТРАЖЕНИИ ЛУЧЕЙ
ОТ КРИВОЛИНЕЙНОЙ ГРАНИЦЫ В СРЕДЕ**

В. А. Полянская

Один из методов расчета полей в лучевом приближении в трехмерной среде с произвольным изменением параметров состоит в совместном численном решении на ЭВМ двух избыточных, обычно несвязанных, систем дифференциальных уравнений: 1) для волнового числа k и координат r в точке на луче и 2) для производных $\partial r/\partial \alpha_j$, $\partial k/\partial \alpha_j$, $j=1, 2$, по лучевым координатам, входящих в якобиан преобразования от декартовых координат к лучевым, который определяет амплитуду поля [1-3]. Производные взяты при постоянном значении аргумента систем (обычно времени t). В случае нелинейной среды [2] эти системы оказываются связанными.

Альтернативный метод состоит в использовании только первой из этих систем и в вычислении амплитуды поля по ширине лучевой трубки, что требует расчета трех (в двумерном случае) или пяти близких лучей.

Предлагались (см., например, работу [4]) иные способы написания этих систем, позволяющие уменьшить число уравнений путем перехода к другим переменным. Однако в любом случае характерной особенностью второй из систем является то, что правые части некоторых из входящих в нее уравнений являются функциями вторых производных от параметров среды по координатам (в акустическом случае — правые части уравнения для $\partial k/\partial \alpha_j$). Поэтому на границах разрыва первых производных параметров возникают также разрывы величин производных по α_j . Отсюда видно, что при наличии в среде полностью или частично отражающих границ раздела (поверхность и дно для звуковых лучей в океане) с неравными нулю первыми производными от параметров среды вблизи от них, необходимо введение дополнительных граничных условий на этих границах. Действительно, отражение от границы раздела эквивалентно прохождению лучей в среду с параметрами, зависимость которых от координат соответствует зеркальному отражению от плоскости, касательной к границе.

В работе [1] рассмотрено отражение звуковых лучей от плоской границы в среде с градиентом показателя преломления, ортогональным границе. Мы получим ниже формулы для общего случая отражения звуковых лучей от произвольной криволинейной, достаточно гладкой границы.

Пусть в среде с показателем преломления $n(x, y, z)$ имеется отражающая граница $\zeta(x, y)$ с вектором нормали $N \left(-\frac{\zeta_x}{Q}, -\frac{\zeta_y}{Q}, \frac{1}{Q} \right)$, где $\partial \zeta/\partial x = \zeta_x$, $Q =$

$= \sqrt{1 + \zeta_x^2 + \zeta_y^2}$. Предполагается, что $\zeta(x, y)$ является достаточно гладкой функцией, т. е. имеет непрерывную первую производную, изменяющуюся достаточно медленно, так чтобы выполнялись условия применимости лучевого приближения при отражении. Отражение от границы определяется матрицей

$$B = \begin{vmatrix} 1 + \zeta_y^2 - \zeta_x^2 & -2\zeta_x\zeta_y & -2\zeta_x \\ -2\zeta_x\zeta_y & 1 + \zeta_x^2 - \zeta_y^2 & 2\zeta_y \\ 2\zeta_x & 2\zeta_y & 1 - \zeta_x^2 - \zeta_y^2 \end{vmatrix}$$

таким образом, что $k_r = Bk_i$, где индекс i означает падающий луч, r — отраженный. Матрица удовлетворяет условиям отражения лучей:

$$(1) \quad (Bk_i \cdot Bk_i) = (k_i \cdot k_i) = k_0^2 n^2, \\ (Bk_i \cdot N) = -(k_i \cdot N), \quad (N \cdot [k_i \cdot Bk_i]) = 0, \quad D(B) = -1.$$

Поскольку для звуковых лучей выполняется условие ортогональности волнового вектора фронту волны $\left(\frac{\partial r_r}{\partial \alpha_j} \Big|_t \cdot k_r \right) = \left(\frac{\partial r_i}{\partial \alpha_j} \Big|_t \cdot k_i \right) = 0$, то этой же матрицей опре-

деляется преобразование величины $\partial r/\partial \alpha_j$:

$$\frac{\partial r_r}{\partial \alpha_j} = B \frac{\partial r_i}{\partial \alpha_j}.$$

Выражение для $\partial k/\partial \alpha_j$ напомним в виде

$$(2) \quad \frac{\partial k_r}{\partial \alpha_j} = B \frac{\partial k_i}{\partial \alpha_j} + C_i$$

и будем искать компоненты C_j из уравнений (1). Дифференцируя первое из них до и после отражения, получим

$$(3) \quad (C_j k_r) = \left(k_r \frac{\partial k_r}{\partial \alpha_j} \right) - \left(k_i \frac{\partial k_i}{\partial \alpha_j} \right) = k_0^2 n \left((B-1) \frac{\partial r_i}{\partial \alpha_j} \nabla \right) n$$

или

$$(C_j k_r) = -M, \quad M = 2k_0^2 n \left(N \frac{\partial r_i}{\partial \alpha_j} \right) (N \nabla n).$$

С учетом условия $BN = -N$, имеем $(C_j k_i) = M$. Остальные два уравнения получим приближенно, в предположении малости $\partial N / \partial \alpha_j$, т. е. пренебрегая кривизной поверхности ζ , дифференцируя два другие условия отражения:

$$(C_j N) = 0, \quad (N [k_i C_j]) = -2 \left(N \left[k_i \cdot B \frac{\partial k_i}{\partial \alpha_j} \right] \right).$$

Введение поправки C_j в граничном условии (2) не приводит к скачку амплитуды поля при отражении, поскольку она определяется только переменными $\partial r / \partial \alpha_j$. Пренебрежение этой поправкой, как показывает опыт расчетов, приводит к существенной потере точности, в особенности при многократных отражениях, например, при расчете звуковых лучей в океане, последовательно отражающихся от дна и поверхности океана.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Uginčius. Intensity equations in ray acoustics. J. Acoust. Soc. America, 1969, 45 1, 193–209.
2. Д. С. Лукин, Ю. Г. Спиридонов. Применение метода характеристик для численного расчета амплитуды поля в неоднородной нелинейной среде. Радиотехника и электроника, 1969, 14, 9, 1673.
3. В. А. Полянская. О влиянии высокочастотных внутренних волн на звуковое поле точечного источника в океане. Акуст. ж., 1974, 20, 1, 95–102.
4. K. C. Chen, D. Ludwig. Calculation of wave amplitude by ray tracing. J. Acoust. Soc. America, 1973, 54, 2, 431–436.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
17 октября 1975 г.

УДК 534.22

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ В ФРЕОНАХ МЕТАНОВОГО РЯДА ИМПУЛЬСНЫМ МЕТОДОМ

В. А. Редкозубов, Г. И. Фирсов

Импульсный ультразвуковой метод редко применяется для исследований газов [1], что объясняется значительным затуханием ультразвуковых волн в разреженных газах и увеличением длительности переходных процессов пьезопреобразователя.

Колебательная релаксация в фреонах исследовалась лишь методом ультразвукового интерферометра [2–4]. Авторами данной работы предпринята попытка систематического исследования фреонов метанового ряда импульсным методом с переменным акустическим расстоянием. Импульсная ультразвуковая установка, предназначенная для измерений скорости распространения и коэффициента поглощения ультразвуковых волн в жидкостях, насыщенных и перегретых парах, описана в [5]. Установка позволяла измерять скорость распространения ультразвуковых волн с погрешностью, не превышающей 0,2–1%, а коэффициент поглощения с точностью 2–10%. Погрешность определения максимального релаксационного поглощения на длине волны μ_{\max} и релаксационной силы ϵ составляла 3–10%. Теплоемкость колебательных степеней свободы молекул фреонов определялась с точностью, не превышающей 5–30%. Погрешность измерений приведенного к давлению $p=1$ атм изотермического времени релаксации теплоемкости колебательных степеней свободы молекул фреонов τ_{pr}^0 и среднего числа соударений молекул фреонов Z_{10}^0 , необходи-