

## ЛИТЕРАТУРА

1. J. E. Flows Williams, L. H. Hall. Aerodynamic sound generation by turbulent flow in the vicinity of scattering half plane. J. Fluid Mech., 1970, 40, 4, 657-670.
2. D. G. Crighton, F. G. Leppington. Scattering of aerodynamic noise by a semi-infinite compliant plate. J. Fluid Mech., 1970, 43, 4, 721-736.
3. L. Maestrello. Use of turbulent model to calculate the vibration and radiation responses of a panel with practical suggestion for reducing sound level. J. Sound and Vibrat., 1967, 5, 3, 407-448.
4. L. Maestrello. The effect of length and thickness on the panel response due to turbulent boundary layer excitation. Proc. 5<sup>th</sup> Int. Congress on Acoustics, Lige, paper L 28.
5. М. Д. Миллионщиков. Основные закономерности течения в пристеночных слоях. Атомная энергия, 1970, 28, 4, 317-320.
6. С. Г. Касоев. Генерация звука линейным вихрем над жесткой плоскостью с ребром. Акуст. ж., 1976, 22, 1, 131-133.
7. Б. Р. Левин. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике. М., «Советское радио», 1960.
8. L. N. Wilson. Experimental investigation of the noise generated by the turbulent flow around a rotating cylinder. J. Acoust. Soc. America, 1960, 32, 10, 1203-1207.

Акустический институт  
Академии наук СССР

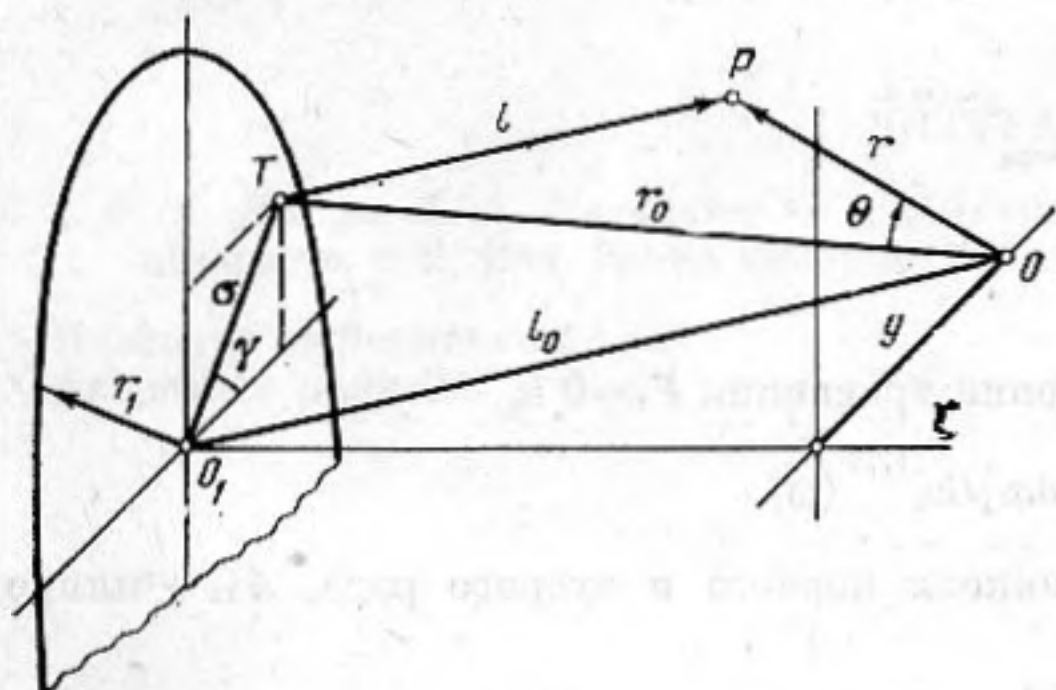
Поступила  
10 февраля 1976 г.

УДК 534.2

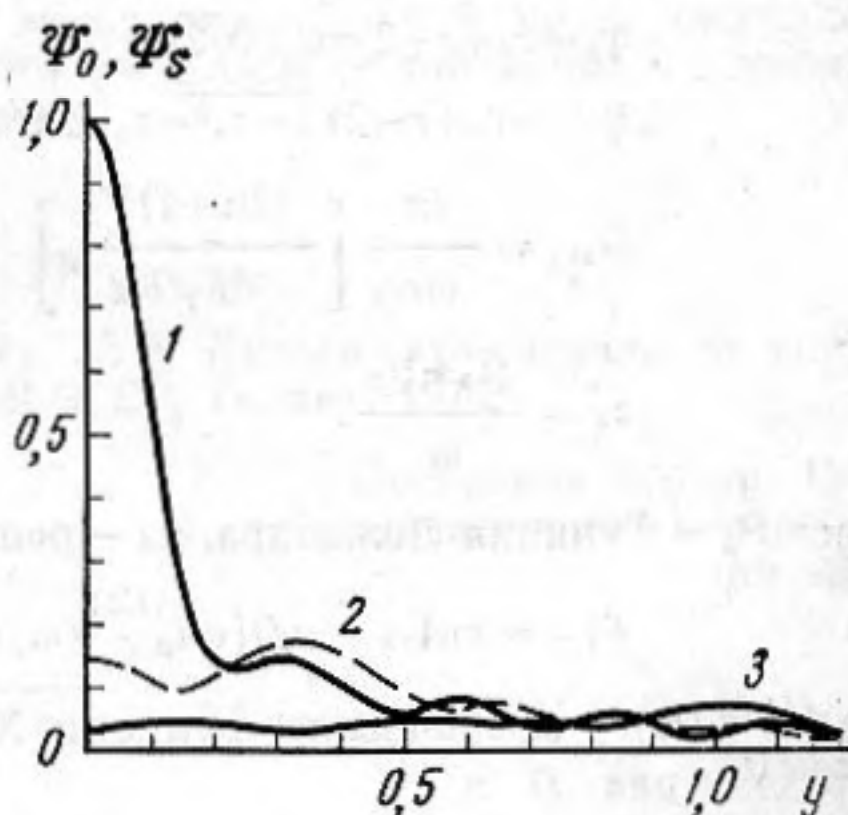
### ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭХО-СИГНАЛА НАПРАВЛЕННОГО ЗОНДИРУЮЩЕГО ИМПУЛЬСА ОТ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Я. А. Метсавээр

Задача вычисления эхо-сигнала описана в безразмерных координатах так, что все линейные размеры длины определяются в единицах радиуса  $R$  оболочки. Безразмерное время  $\tau$  определяется формулой  $\tau = ctR^{-1}$ , где  $t$  — время  $c$  — скорость звука в среде. Источник направленного зондирующего импульса принят состоящим из



Фиг. 1



Фиг. 2

большого числа элементарных точечных источников, расположенных на диске с радиусом  $r_1$  и центром  $O_1$  (фиг. 1). Зондирующий импульс давления такого источника может быть приближенно выражен интегралом

$$(1) \quad P_i = \int_0^{r_1} \int_0^{2\pi} p_i d\gamma d\sigma,$$

где  $p_i$  — давление, излучаемое элементарным точечным источником, расположенным в точке  $T$  с координатами  $\gamma, \sigma$  (фиг. 1). Далее рассматривается случай, когда эле-



ментарный импульс  $p_i$  имеет вид

$$(2) \quad p_i = \frac{1}{2\pi r_1} \frac{A_0}{l} f(\tau-l+\chi) [H(\tau-l+\chi) - H(\tau-l+\chi-\tau_0)].$$

Здесь  $A_0$  — постоянная, определяющая амплитуду зондирующего импульса,  $f(\tau)$  — закон изменения давления в импульсе,  $l$  — длина радиус-вектора, измеряемого от точки  $T$ ,  $H(\tau)$  — единичная функция Хевисайда,  $\chi(\sigma)$  — функция, определяющая момент включения элементарного источника,  $\tau_0$  — безразмерная продолжительность импульса.

С помощью преобразования Фурье по времени эхо-сигнал зондирующего импульса (1), поступающий в точку  $P$  от сферической оболочки с центром  $O$  на фиг. 1, может быть вычислен при помощи интеграла

$$(3) \quad P_e = \int_{-\infty}^{\infty} f^F \int_0^{r_1} \int_0^{2\pi} p_e^F e^{-i\omega\tau} d\gamma d\sigma d\omega.$$

Здесь  $p_e^F$  — изображение эхо-сигнала, порожденного элементарным источником  $p_i$  и

$$(4) \quad f^F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\tau_0} f(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau.$$

На основе результатов работы [1] изображение  $p_e^F$  вдали от оболочки может быть вычислено по формуле

$$(5) \quad p_e^F = p_0^F + p_r^F,$$

где

$$(6) \quad p_0^F = \frac{1}{2\pi r_1} G_0 e^{i\omega(\varphi_0 - \chi)},$$

$$p_r^F = \frac{1}{2\pi r_1} \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} G_{sm} e^{i\omega(\varphi_{sm} - \chi)} P_{\mu_s}(\cos \vartheta),$$

$$G_0 = -\frac{1}{2rr_0} \left[ \frac{F_2}{F_1} \right]_{\mu = \omega \sin(\vartheta/2) - 1/2},$$

$$\varphi_0 = r_0 + r - 2 \cos(\vartheta/2),$$

$$\varphi_{sm} = r_0 + r - 2\sqrt{1 - z_s^2} - z_s [2 \arccos z_s + (2m+1)\pi],$$

$$G_{sm} = \frac{i\pi}{\omega r r_0} \left[ \frac{(2\mu+1)F_2}{\partial F_1 / \partial \mu} \right]_{\mu = \mu_s} e^{-im\pi},$$

$$z_s = \frac{\mu_s + 1/2}{\omega}.$$

Здесь  $P_{\mu}$  — функция Лежандра,  $\mu_s$  — решение уравнения  $F_1=0$  и

$$(7) \quad F_{1,2} = \omega A_{33} - \kappa D [\partial h_{\mu}^{(1,2)}(\omega) / \partial \omega] / h_{\mu}^{(1,2)}(\omega),$$

где  $h_{\mu}^{(1,2)}(\omega)$  — сферические функции Ханкеля первого и второго рода,  $A_{33}$  — минор определителя  $D$  и

$$(8) \quad D = \det |a_{ij}| \quad i=1, 2, 3; \quad j=1, 2, 3.$$

Элементы определителя  $D$  имеют вид

$$(9) \quad a_{11} = 1 - \nu - M - \alpha + (1 + a^2)\beta^2\omega^2, \quad a_{12} = \alpha + 2a^2\beta^2\omega^2,$$

$$a_{13} = 1 + \nu + \alpha, \quad a_{21} = \alpha + 2a^2\beta^2\omega^2, \quad a_{22} = a^2(1 - \nu - M + \beta^2\omega^2) - \alpha,$$

$$a_{23} = -\alpha, \quad a_{31} = (1 + \nu + \alpha)M,$$

$$a_{32} = -\alpha M, \quad a_{33} = -\alpha M - 2(1 + \nu) + (1 + a^2)\beta^2\omega^2,$$

$$M = \mu(\mu + 1), \quad \alpha = \frac{(1 - \nu)k_T}{2}, \quad \beta = \frac{c}{c_1}, \quad c_1 = \frac{E}{(1 - \nu^2)\rho_1},$$

$$a = \frac{h}{\sqrt{12}R}, \quad \kappa = \frac{h\rho_1 c_1^2}{R\rho c^2}, \quad k_T = \frac{5}{6},$$



где  $\rho_1$ ,  $E$ ,  $\nu$  — плотность, модуль упругости и коэффициент Пуассона материала оболочки,  $h$  — толщина оболочки,  $\rho$  — плотность окружающей среды,  $r_0$  — расстояние от точки  $T$  до центра  $O$  оболочки,  $r$  — длина радиус-вектора, измеряемого от центра  $O$ ,  $\vartheta$  — полярное расстояние.

Рассмотрим случай, когда точка наблюдения находится в центре  $O_1$  источника и последний находится далеко от оболочки по сравнению с размерами оболочки и источника. В этом случае можно принять

$$(10) \quad r \sim l_0, \quad \vartheta \sim \sigma/l_0, \quad r_0 \sim l_0 - y\sigma \cos \gamma/l_0 + \sigma^2/2l_0,$$

где  $l_0$  — расстояние между центрами  $O_1$  и  $O$  и  $y$  — расстояние от оси  $\xi$  источника направленного действия до центра  $O$  оболочки. Выбрав ради простоты функцию  $\chi$  в виде  $\chi(\sigma) = \sigma^2/2l_0$ , получим для вычисления эхо-сигнала в центре  $O_1$  источника формулу

$$(11) \quad P_e = \int_{-\infty}^{\infty} f^F \left[ G_0 \Psi_0 e^{i\omega\Phi_0} + \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} G_{sm} \Psi_s e^{i\omega\Phi_{sm}} \right] e^{-i\omega\tau} d\omega,$$

$$\Phi_0 = 2(l_0 - 1), \quad \Phi_{sm} = 2l_0 - 2\sqrt{1 - z_s^2} - z_s [2 \arccos z_s + (2m+1)\pi],$$

$$\Psi_0 = \int_0^1 J_0(\omega y \eta \delta) d\eta, \quad \Psi_s = \int_0^1 J_0(\omega y \eta \delta) P_{\mu_s}[\cos(\eta\delta)] d\eta, \quad \delta = r_1/l.$$

Здесь  $J_0$  — цилиндрическая функция Бесселя нулевого порядка. Функции  $\Psi_0(\omega, y)$ ,  $\Psi_s(y, \omega)$  определяют законы изменения амплитуды отдельных эхо-импульсов. На фиг. 2 представлены функции  $\Psi_0(y)$  (кривая 1) и  $\Psi_s(y)$ ,  $s=1, 2$  (кривые 2, 3) при  $\omega=250$ ,  $\delta=0,1$ . Индекс  $s=1$  соответствует здесь безмоментной моде и  $s=2$  — изгибной моде. Параметры  $\mu_1=87,17+0,012i$ ,  $\mu_2=253,5+2,40i$  выбраны как полюсы преобразования Ватсона, соответствующие эхо-сигналу от медной оболочки толщиной  $h/R=0,01$  в воде.

При значениях  $y = \text{Re } z_s$  зондирующий импульс (1) направлен так, что его максимальная амплитуда попадает на оболочку в критической точке, т. е. в точке, в которой возбуждаются периферические волны  $s$ -й моды. На фиг. 2 видно, что у кривых 2, 3 в этих точках действительно имеются максимумы, но они довольно слабые. Это связано с тем, что в сферической оболочке периферические волны возбуждаются не только в одной точке, а по всей критической окружности. Поскольку большие амплитуды зондирующего импульса падают только на небольшую часть из этой окружности, то в эхо-сигнале суммарный вклад от остальной части окружности, куда падают волны малой амплитуды, сравним с вкладом от той малой части окружности, куда падают волны большой амплитуды.

## ЛИТЕРАТУРА

1. У. К. Нигуль, Я. А. Метсавээр, Н. Д. Векслер, М. Э. Кутсер. Эхо-сигналы от упругих объектов, т. 2, Изд. Ин-та кибернетики АН ЭССР, Таллин, 1974.

Институт кибернетики  
Академии наук ЭССР

Поступила 6 июня 1974 г.  
После окончательной переработки  
18 июня 1976 г.

УДК 534.138

## СИЛЫ БЪЕРКНЕССА В ВЯЗКОЙ СРЕДЕ И АКУСТИЧЕСКАЯ КОАГУЛЯЦИЯ АЭРОЗОЛЕЙ

М. А. Миронов

Известно [1], что при параллельной осцилляции двух сфер в идеальной несжимаемой среде между ними возникают лежащие в плоскости осцилляции силы взаимодействия:

$$(1) \quad F_l = \frac{3}{2} \pi \rho \frac{R_1^3 R_2^3}{l^4} u_1 u_2 \left( \frac{3}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{2} \right) \cos \alpha,$$

$$(2) \quad F_t = \frac{3}{2} \pi \rho \frac{R_1^3 R_2^3}{l^4} u_1 u_2 \sin 2\theta \cos \alpha,$$