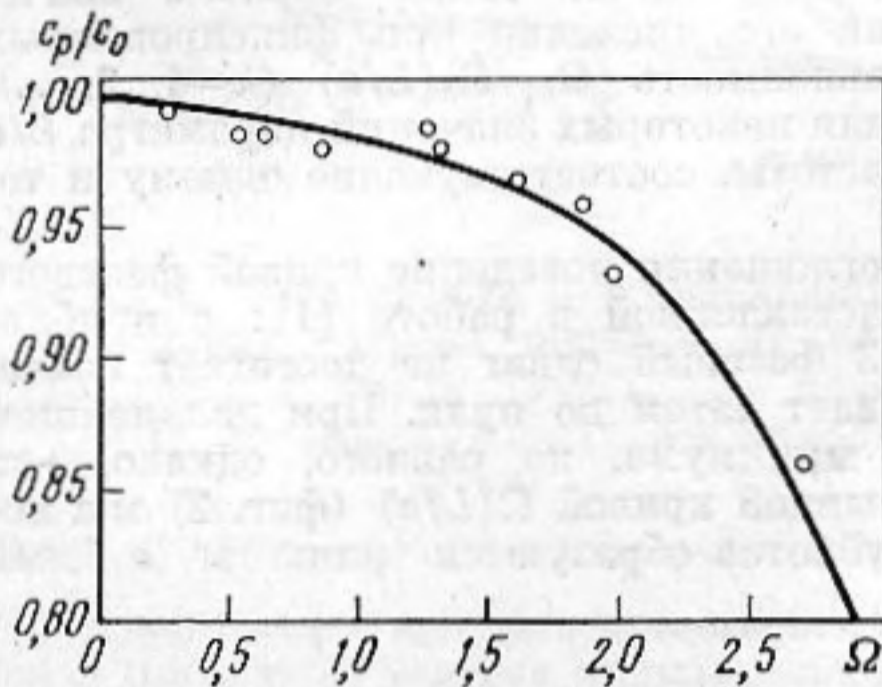


О ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ УПРУГИХ ЦИЛИНДРОВ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

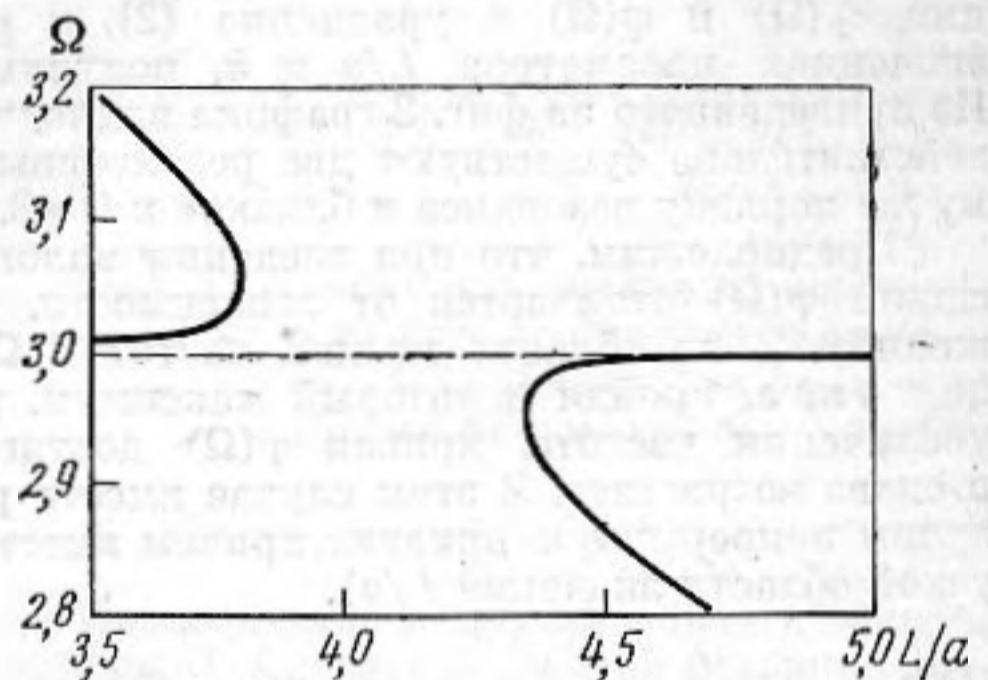
В. П. Похлебкин, К. В. Чернышев, В. В. Шегай

В экспериментальных работах, посвященных исследованию продольных колебаний упругих цилиндров конечной длины [1-3], применяется сложная измерительная техника. Поэтому представляет интерес попытка использовать в этих целях обычную установку для определения резонансных частот продольных колебаний тонких стержней. В такой установке закрепленный посередине цилиндр возбуждается электромагнитным преобразователем на одном конце, а колебания другого конца регистрируются преобразователем той же конструкции.

Исследования, проведенные в работе [1], показали, что отражение продольной волны от свободного конца упругого цилиндра сопровождается образованием нераспространяющихся мод (с комплексными, вообще говоря, волновыми числами), амплитуда которых быстро спадает при удалении от конца. Это явление приводит к возникновению фазового сдвига между падающей и отраженной волнами, влияющего на форму продольных колебаний цилиндра конечной длины. В частности, учет фазовых сдвигов изменяет известные для области низких частот соотношения между длиной цилиндра и длиной волны при резонансе в тех случаях, когда длина волны становится соизмеримой с диаметром цилиндра.



Фиг. 1. Зависимость отношения c_p/c_0 от безразмерной частоты Ω , c_0 — скорость продольной волны в тонком стержне



Фиг. 2. Зависимость резонансной частоты от размеров цилиндра для $k=2$

Нами были использованы значения фазовых сдвигов, полученные в работе [1] для полубесконечных цилиндров. Это правомерно, конечно, только в том случае, если нераспространяющиеся моды, возникшие на одном конце цилиндра, практически полностью затухают на его длине L . Поэтому для ряда значений безразмерного параметра L/a : 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 20 — были определены безразмерные частоты Ω

($\Omega = \frac{\omega \cdot a}{c_s}$, где a — радиус цилиндра, ω — круговая частота, c_s — скорость сдвиговых

волн в безграничной среде), равные 2,4; 3,0; 3,3; 3,4; 3,4; 3,5; 3,6; 3,6, соответственно, ниже которых амплитуда нераспространяющихся мод на одном конце цилиндра не превышает 1% от своего максимального значения на другом конце. При выполнении этих условий формула, выражающая соотношение между длиной цилиндра и длиной продольной волны при резонансе k -го порядка ($k=1, 2, \dots$), с учетом сдвига фаз на концах цилиндра имеет вид

$$(1) \quad \lambda_k = \frac{2L}{2k-1+\varphi/\pi},$$

где λ_k — длина волны, φ — сдвиг фазы в радианах. Измеряя резонансные частоты и зная соответствующие им величины фазовых сдвигов, можно определить фазовую скорость продольной волны в цилиндре.

На фиг. 1 представлена зависимость фазовой скорости c_p продольной волны для алюминиевых цилиндров от безразмерной частоты Ω . Экспериментальные результаты изображены точками. Для сравнения приводится кривая, рассчитанная из дисперсионного уравнения Похгаммера — Кри.

Допустим теперь, что значения фазовой скорости заранее известны. Тогда, измеряя резонансные частоты, можно рассчитать соответственные сдвиги фаз. Ниже при-

ведены результаты такого расчета для стальных цилиндров.

Ω	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	1,80	2,33	2,44	2,67
$\varphi, \text{ рад}$	0,000	0,006	0,005	-0,004	-0,020	-0,018	0,020	0,030	0,200

Из вышеприведенного видно, что на низких частотах фазовые сдвиги близки к нулю, а на более высоких они достигают значительной величины. Эти данные соответствуют в целом результатам, полученным в работе [1] для полубесконечных цилиндров. При расчете фазовых сдвигов здесь использовалась дисперсионная кривая, взятая из работы [4].

В литературе (см., например, работу [3]) есть указания на наличие мультиплетов при резонансных колебаниях упругих цилиндров на частотах, близких к частоте «концевого резонанса» $\Omega_p=3$, на которой фазовый сдвиг равен $\pm\pi$. Учет фазовых сдвигов дает возможность объяснить существование этих мультиплетов. Преобразуем для этого формулу (1) к виду

$$(2) \quad \frac{c_p(\Omega) [(2k-1)\pi + \varphi(\Omega)]}{\Omega c_s} = \frac{L}{a}.$$

Это выражение позволяет определить зависимость резонансных частот Ω_k от параметра L/a , если известны частотные зависимости $c_p(\Omega)$ и $\varphi(\Omega)$. Дисперсионная кривая $c_p(\Omega)$ рассчитывалась численно из уравнения Похгаммера — Кри, а зависимость $\varphi(\Omega)$ была взята из работы [1]. Подставляя полученные таким образом значения $c_p(\Omega)$ и $\varphi(\Omega)$ в уравнение (2) и решая его численно при фиксированных значениях параметров L/a и k , получим зависимость $\Omega_k = \Omega_k(L/a)$ ($k=1, 2, \dots$). Из приведенного на фиг. 2 графика видно, что для некоторых значений параметра L/a действительно существуют две резонансные частоты, соответствующие одному и тому же порядку резонанса и близкие к $\Omega=3$.

Предположим, что при введении малого поглощения поведение кривой фазового сдвига $\varphi(\Omega)$ отличается от зависимости, представленной в работе [1]: с приближением Ω из области низких частот к $\Omega_p=3$ фазовый сдвиг не достигает значения $+\pi$, а, пройдя некоторый максимум, убывает затем до нуля. При дальнейшем увеличении частоты кривая $\varphi(\Omega)$ достигает минимума, не равного, однако, $-\pi$, и снова возрастает. В этом случае вместо разрывной кривой $\Omega(L/a)$ (фиг. 2) мы получим непрерывную кривую, причем вместо дублетов образуются триплеты (в более узкой области значений L/a).

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Zemanek. An experimental and theoretical investigation of elastic wave propagation in a cylinder. J. Acoust. Soc. America, 1972, 51, 1, 265–283.
2. Л. К. Зарембо, В. Б. Пиотух, С. С. Секоян. Экспериментальное исследование структуры собственных продольных колебаний стержней и акустического резонансного детектирования. Акуст. ж., 1973, 19, 5, 778–781.
3. R. E. Booker, F. H. Sagar. Velocity dispersion of the lowest-order longitudinal mode in finite rods of circular cross section. J. Acoust. Soc. America, 1971, 49, 5, 1491–1498.
4. D. Bancroft. The velocity of longitudinal waves in cylindrical bars. Phys. Rev., 1941, 59, 7, 588–593.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова,
Физический факультет

Поступила
25 февраля 1975 г.
После окончательного исправления
26 апреля 1976 г.

УДК 534.29+539.67

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ В МЕТАЛЛИЧЕСКОМ СТЕРЖНЕ

В. П. Рязанский

Температурное поле, возникающее при возбуждении ультразвуковых колебаний в металлах в твердой фазе играет существенную роль в процессе усталостного разрушения металлов в килогерцевом диапазоне частот [1] и при ультразвуковой обработке [2]. Закономерности и механизм ультразвукового нагрева металлов изучены пока недостаточно. Исследования по этому вопросу [3–5] относятся в основном к области больших амплитуд циклических напряжений $\sigma_0 \sim (1-2) \cdot 10^8$ н/м² и высоких температур нагрева. Однако в некоторых процессах, как, например, при ультразву-