УДК 534.381.3

# ВЛИЯНИЕ ОПЕРТОЙ КРОМКИ НА ПОДАТЛИВОСТЬ ПЛАСТИНЫ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ РЕБРОМ ЖЕСТКОСТИ

*С. И. Ковинская, В. С. Коневалов*

Рассмотрим податливость структуры, состоящей из полубесконечной пластины с опертой кромкой при подкреплении пластины полубесконечным ребром жесткости, перпендикулярным кромке (фиг. 1). Пусть конструкция возбуждается сосредоточенной, гармонически зависящей от времени силой, действующей на ребро жесткости на расстоянии $y_0$ от кромки; при том предположении, что ширина ребра меньше длины изгибных волн в пластине, краевая задача описывается классическими уравнениями изгибных колебаний ребра и пластины при выполнении граничных условий контакта при $x=0$ и условий опирания при $y=0$. Граничные условия на кромке позволяют воспользоваться методом изображения, так как из работы [1] известна функция Грина для бесконечной структуры.

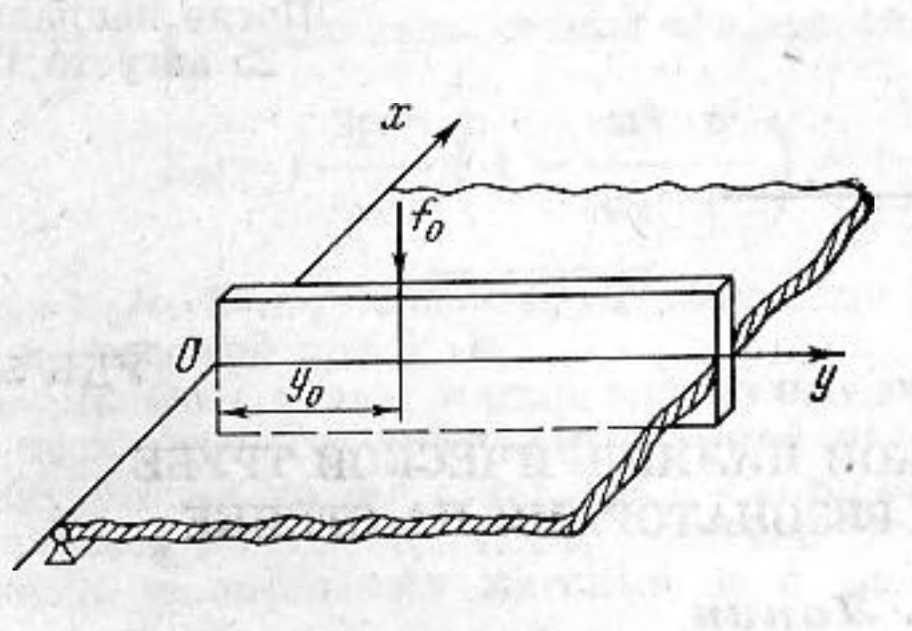
Решение, таким образом, можно представить в виде

$$\eta(y)=G(y,y_0)-G(y,-y_0);\qquad G(y,y_0)=\frac{f_0}{2\pi D_b}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{i\alpha(y-y_0)}}{F(\alpha)}\,d\alpha,$$

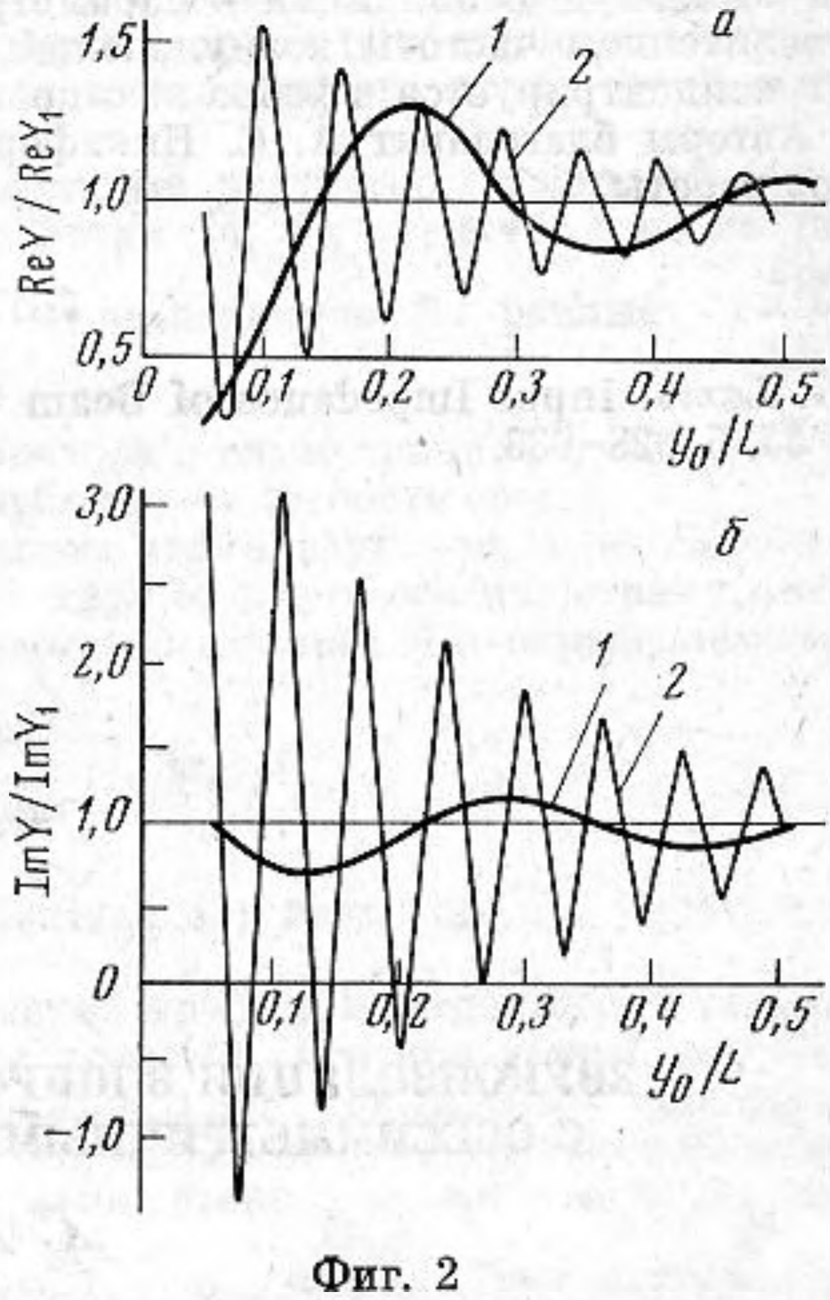
где $F(\alpha)=\alpha^4-k_b^4-\dfrac{2i}{L}(k_p^4-\alpha^4)\left[(k_p^2-\alpha^2)^{-1/2}-i(k_p^2+\alpha^2)^{-1/2}\right]$. Выражения для податливости, следовательно, имеют вид $Y=Y_1+I_1$, где $Y_1$ — податливость бесконечного ребра, соединенного с пластиной [1], а $I_1=\dfrac{i\omega}{2\pi D_b}\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{2i\alpha y_0}}{F(\alpha)}\,d\alpha$. При вычислении ин-

Фиг. 1. Исследуемая структура

Фиг. 2. Зависимость реальной (*а*) и мнимой (*б*) составляющих податливости структуры от параметра $y_0/L$ при $k_bL=20$ (кривая *1*) и $k_bL=100$ (кривая *2*)




Фиг. 1




Фиг. 2

теграла $I_1$ были сделаны следующие предположения: 1) $k_bL\gg1$, что, как показано в работе [1], выполняется для массивных ребер, начиная с частоты в несколько десятков герц; 2) $k_py_0\gg0{,}5$ точка действия силы отстоит от кромки $y=0$ достаточно далеко (в терминах длины волны в пластине), что удовлетворяется вполне при $y_0\geqslant0{,}6\lambda p$. Сделанные предположения сводят процедуру интегрирования к вычислению значений подынтегральной функции в полюсах:

$$k_1=k_b\left\{1+\frac{i}{2k_bLr^3}\sqrt{1-r^4}\left[\sqrt{1+r^2}-i\sqrt{1-r^2}\right]\right\}.$$

и

$$k_2 = ik_b \left\{ 1 + \frac{i}{2k_b L r^3} \sqrt{1-r^4} \left[ \sqrt{1-r^2} - i \sqrt{1+r^2} \right] \right\},$$

где $$r = \frac{k_b}{k_p}.$$

В результате мы получаем значение податливости для этого случая в виде $Y = Y_1 - Y_2 - Y_3$, где

$$Y_2 = \frac{\omega}{4k_b^3 D_b} e^{2ik_b y_0 \left[1 + \frac{i}{2k_b L r^3} \left(\sqrt{1+r^2} - i \sqrt{1-r^2}\right)\right]} \times \left\{1 + \frac{i}{2k_b L r^3} \left[\frac{r^2-3}{\sqrt{1-r^2}} + i \frac{r^2+3}{\sqrt{1-r^2}}\right]\right\}, \tag{1}$$

$$Y_3 = \frac{\omega}{4k_b^3 D_b} e^{-2k_b y_0 \left[1 + \frac{i}{2k_b L r^3} \left(\sqrt{1-r^2} - i \sqrt{1+r^2}\right)\right]} \times \left\{1 - \frac{i}{2kLr^3} \left[\frac{r^2+3}{\sqrt{1+r^2}} + i \frac{r^2-3}{\sqrt{1-r^2}}\right]\right\}. \tag{2}$$

Выражения (1) и (2) описывают влияние на податливость $Y$ отраженных от границы бегущих и неоднородных волн как в ребре, так и в пластине. Это влияние тем существеннее, чем меньше расстояние до опертой кромки $y_0$ и больше отношение $D_b/D_p$. На фиг. 2 изображены зависимости реальной (*а*) и мнимой (*б*) составляющих податливости $Y$ от параметра $y_0/L$, нормированные относительно $Y_1$ при $r=0{,}5$. Видно, что реальная и мнимая составляющие $Y$ при изменении параметра $y_0/L$ осциллируют относительно соответственных составляющих $Y_1$. Частота этих осцилляций определяется параметром $k_bL$, т. е. частотой возмущающей силы, а огибающая амплитуд осцилляций — параметром $y_0/L$. Последнее объясняется тем, что с увеличением частоты возмущающей силы колебательная энергия в большей степени концентрируется в ребре жесткости, подкрепляющем пластину.

Авторы благодарят А. С. Никифорова за ценные советы и обсуждение результатов работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *G. Lamb*. Input Impedance of Beam Coupled to Plate. J. Acoust. Soc. America, 1961, *33*, 5, 628–633.

Поступила
23 декабря 1974 г.
После исправления
25 августа 1975 г.

---

УДК 534.833

# ЗВУКОИЗОЛЯЦИЯ В ШИРОКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ С ОСЕСИММЕТРИЧНЫМИ РЕЗОНАТОРАМИ НА СТЕНКЕ

***А. Д. Лапин***

В работе [1] была рассчитана звукоизоляция в широкой (по сравнению с длиной волны) цилиндрической трубе, имеющей близко расположенные друг от друга резонаторы Гельмгольца на стенке. Этот расчет был выполнен в предположении, что стенку с резонаторами можно охарактеризовать эффективным нормальным импедансом, не зависящим от структуры звукового поля в трубе. Представляет интерес исследовать звукоизоляцию в цилиндрической трубе с осесимметричными резонаторами на стенке. На практике такие резонаторы часто применяют в качестве отражателей звука в трубах [2, 3].

Определим звукоизоляцию цепочки близко расположенных друг от друга осесимметричных резонаторов в широкой цилиндрической трубе, допустив, что в звуковом поле заданной симметрии (например, порядка $m$) стенку с осесимметричными