АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIII 1977 Вып. 4

УДК 534:533.6.01

ОСОБЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ВИХРЕВОГО ЗВУКА ВРАЩАЮЩИМИСЯ ЛОПАСТЯМИ

Л. А. Баженова

На основании формулы Керла и гипотезы о зависимости величины корреляции вдоль стержня от градиента скорости и вязкости выведена формула для расчета интенсивности излучения вихревого звука вращающимися стержнями. Приведены результаты экспериментов, подтверждающие предложенную формулу. Установлена зависимость интенсивности излучения от числа Рейнольдса.

К настоящему времени имеются довольно многочисленные теоретические и экспериментальные исследования, посвященные проблеме вихревого звука. Автор [1, 2] одним из первых установил, что интенсивность вихревого звука пропорциональна шестой степени скорости потока, и дал теоретическое обоснование этой зависимости. Дальнейшее развитие эти выводы получили в работах [3–6].

Вращательный характер движения лопастей в воздухе, свойственный осевым вентиляторам и воздушным винтам, вызывает ряд специфических особенностей в излучении ими вихревого звука по сравнению со случаем равномерно обтекаемого профиля. Воспользуемся для расчета интенсивности излучения для вращающейся лопасти упрощенной формулой Керла [7], связывающей акустическую добавку плотности в среде с пульсациями давления на поверхности тела, находящегося в потоке жидкости:

$$\rho-\rho_0=-\frac{1}{4\pi c_0^3}\frac{x_i}{x^2}\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_s P_i(\mathbf{y},t)\,dS. \tag{1}$$

Здесь ρ — плотность, c — скорость звука в среде (индекс 0 соответствует невозмущенной среде), x_i — координаты точек наблюдения ($i=1, 2, 3$), y_i — координаты точек поверхности, $\int\limits_s P_i\,dS$ — сила, действующая на поток со стороны тела в направлении оси i. Формула получена в предположении, что расстояние до точки наблюдения значительно больше характерной длины волны излучаемого звука и значительно больше характерного размера тела.

Для простоты расчет проведем для вращающегося цилиндрического стержня. Для этого применим формулу (1) к малому элементу стержня, на котором пульсации давления будем считать коррелированными. Исходя из того экспериментального факта, что давление на поверхности тела, находящегося в потоке жидкости, флуктуирует с частотой Струхаля $f=\mathrm{St}\,V/d$, где V — скорость набегающего потока, d — характерный размер тела (в нашем случае d — диаметр стержня), полагаем

$$P_i=P_{0i}\cos\omega t,\ \text{тогда}\ \frac{\partial}{\partial t}P_i=-2\pi\,\mathrm{St}\frac{V}{d}P_{0i}\sin\omega t.$$

Далее положим $P_0=\chi\rho_0V^2/2$, где χ — некоторая безразмерная функция, возможно зависящая от числа Re. Подставляя эти выражения в формулу (1) и полагая $\Delta p=(\rho-\rho_0)c_0^2$, получим следующее соотношение для давления, создаваемого единичным участком стержня:

$$\Delta p=\chi\frac{\mathrm{St}\cos\theta}{4c_0r^2}\frac{\rho_0V^3}{d}\sin\omega t\,\Delta d\,\Delta L,$$

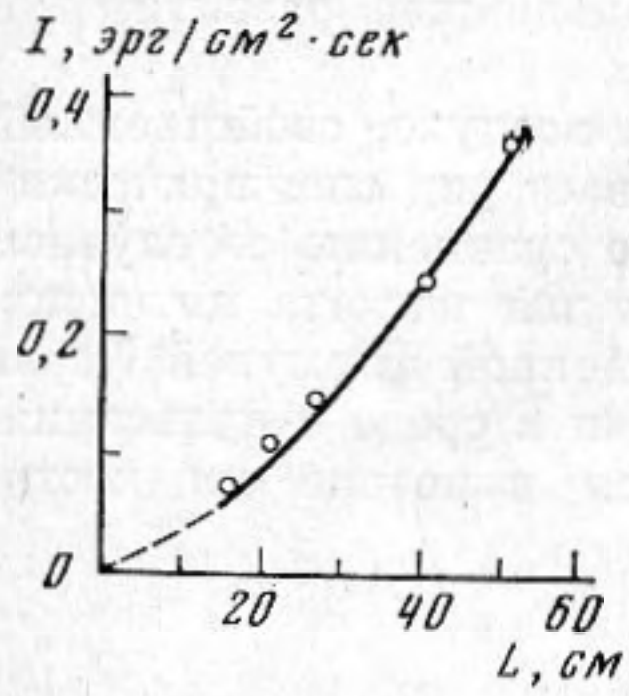
где θ — угол между направлением действия силы и направлением на точку наблюдения, ΔL и Δd — размер зоны корреляции вдоль и поперек стержня соответственно, r — расстояние от элемента стержня до точки наблюдения.

Принимая во внимание, что срыв вихрей с каждой стороны стержня происходит строго поочередно (с частотой Струхаля), следует считать $\Delta d=\pi d$, т. е. что зоной корреляции по окружности стержня является вся окружность.

Тогда интенсивность излучения для рассматриваемого участка будет

$$\Delta I=\frac{\overline{\Delta p^2}}{\rho_0c_0}=\frac{\pi^2}{32}\chi^2\,\mathrm{St}^2\,\rho_0c_0^{-3}V^6r^{-2}\cos^2\theta\,\Delta L^2.$$

Следует отметить, что если размер зоны корреляции вдоль стержня положить равным его длине, то полученная формула с точностью до постоянных коэффициентов совпадает с хорошо известной формулой для интенсивности излучения вихревого звука [1, 2] на основании предположения о силовом характере вихревого излучения и при использовании теории размерности.



Фиг. 1. Зависимость интенсивности излучения от длины для стержня с $d=2$ *см* при концевой скорости $V=65$ *м/сек*

Проведя суммирование по всем элементам стержня от единицы до $L/\Delta L$ с учетом того, что скорость движения каждого элемента зависит от его расстояния от оси вращения, мы получим окончательно выражение для интенсивности излучения вихревого звука стержнем длиной L при условии, что $L\gg\Delta L$;

$$I=\frac{\pi^2}{32}\chi^2\,\mathrm{St}^2\,\rho_0c_0^{-3}r^{-2}\cos^2\theta\,\frac{V_L^6L\Delta L}{7}, \tag{2}$$

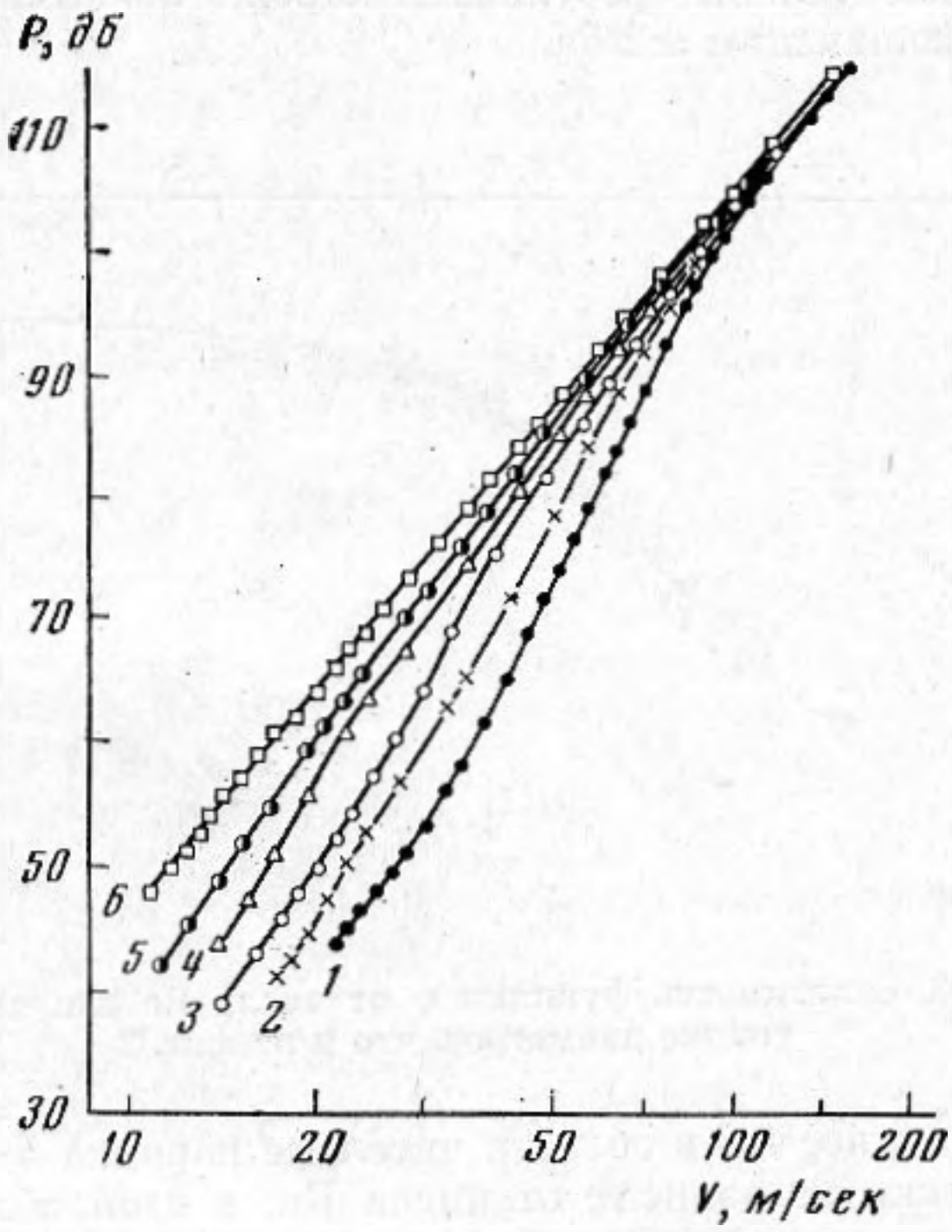
где V_L — линейная скорость конца стержня. В полученную формулу входят две величины, подлежащие определению — безразмерная функция χ и размер зоны корреляции вдоль стержня ΔL. Функция χ, характеризующая величину пульсаций давления на стержне, может быть функцией числа Re, где за характерный линейный размер для цилиндрического стержня должен быть взят его диаметр. Таким образом, величина χ ни прямо, ни косвенно не зависит от длины стержня. Относительно величины ΔL для случая вращающихся стержней естественным является предположение, что она связана с градиентом линейной скорости вдоль лопасти и вязкостью среды: $\Delta L=f(V/L,\nu)$, где ν — кинематическая вязкость. Размерностный анализ дает вид этой функции однозначно

$$\Delta L=\varkappa\nu^{1/2}(L/V)^{1/2},$$

где $\varkappa$ — безразмерный численный коэффициент. Подстановка ΔL в формулу (2) приводит к выражению

$$I=\varphi(\mathrm{Re})\frac{\pi^2}{32}\mathrm{St}^2\,\rho_0c_0^{-3}\nu^{1/2}r^{-2}\cos^2\theta\,\frac{V_L^{5,5}L^{1,5}}{7},$$

где $\varphi(\mathrm{Re})$ — некоторая неопределенная функция числа Рейнольдса. Отсюда следует, что при отсутствии зависимости от числа Re интенсивность излучения должна быть пропорциональной концевой скорости в степени 5,5. Такой показатель наблюдался для аэродинамического шума осевых и центробежных вентиляторов в практически важном диапазоне окружных скоростей и связывался с влиянием вязкости [2].



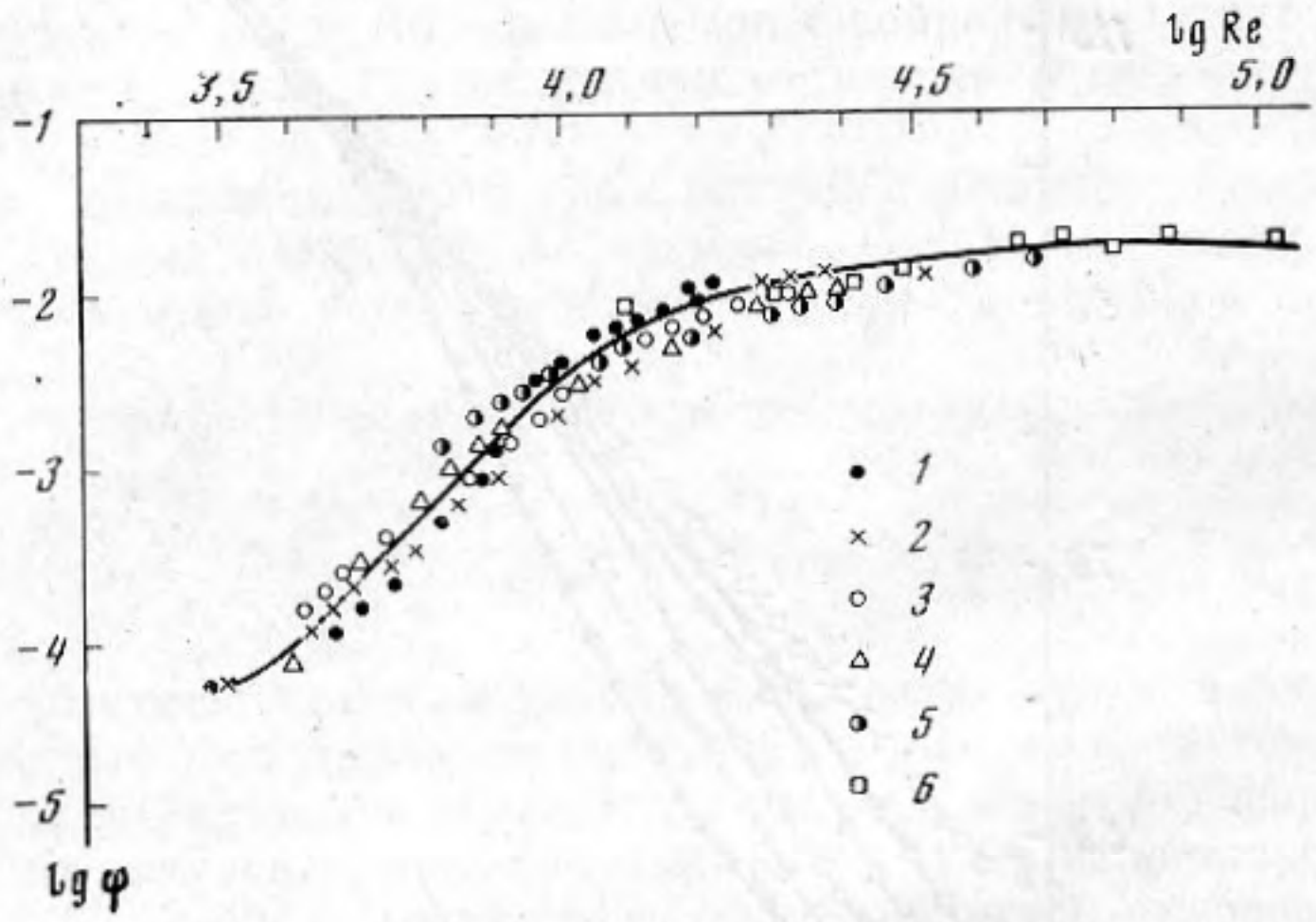
Фиг. 2. Зависимость уровня звукового давления от концевой скорости для стержней длиной $L=90$ *см* и диаметрах: *1* — 0,2 *см*; *2* — 0,3; *3* — 0,4; *4* — 0,6; *5* — 0,8; *6* — 1,4 *см*

Для исследования справедливости полученной формулы были проведены подробные измерения интенсивности излучения вихревого звука вращающимися цилиндрическими стержнями круглого сечения с диаметрами от 0,2 до 2 *см* и длиной от 15 до 102 *см* при скоростях конца стержня от 25 до 200 *м/сек*. Измерительный микрофон, как правило, располагался в направлении максимального излучения вихревого звука, т. е. на оси вращения стержней, при расстоянии не менее 3 *м* от источника.

Исследование зависимости интенсивности излучения от длины стержней, таких, для которых выполняется соотношение $L/d \gg 1$, показало, что она близка к предполагаемой зависимости $I \sim L^{1,5}$. Это иллюстрируется графиком фиг. 1, построенным для одного из стержней.

Результаты измерения уровня звукового давления в зависимости от концевой скорости приведены на фиг. 2 при неизменной длине стержней и диаметре в качестве параметра. На графике видно, что измеренные зависимости носят весьма сложный характер. При малых скоростях стержни различных диаметров излучают звук различной интенсивности: чем толще стержень, тем бо́льшую звуковую мощность он излучает. Однако при больших скоростях это различие сглаживается и все кривые как бы сливаются в одну. В то же время изменяется и степень роста интенсивности излучения от скорости при неизменном диаметре. При больших скоростях, там, где пропадает зависимость от диаметра, интенсивность излучения пропорциональна скорости в степени 5,5. При низких скоростях показатель степени изменяется от 5,5 до 9.

Анализ полученных закономерностей показал, что на вид кривых оказывает влияние не отдельно скорость движения и отдельно диаметр стержня, а их некоторая комбинация, которую можно выразить в виде функции от числа Re. В результате обработки данных ряда экспериментов со стержнями различных длин, диаметров и при различных скоростях получено графическое изображение функции φ(Re), представленное на фиг. 3. Экспериментальные результаты хорошо ложатся на кривую с разбросом, не превышающим ±2 *дб*.



Фиг. 3. Зависимость функции φ от числа Re для стержней тех же диаметров, что и на фиг. 2

Из графика видно, что в области чисел Re порядка $5 \cdot 10^4 - 10^5$ функция φ(Re) практически не зависит от числа Re; в этой области отсутствует зависимость интенсивности излучения от диаметра стержня, а зависимость от скорости подчиняется закону $V^{5,5}$. В области же чисел Re порядка $10^3 - 10^4$ φ(Re) растет с увеличением числа Re, и в этой области чисел Re наблюдается зависимость от диаметра и более высокая степень роста интенсивности излучения при изменении скорости.

То, что интенсивность излучения не зависит от диаметра стержня в той области, где φ(Re) постоянно, физически ясно, так как, с одной стороны, с увеличением диаметра стержня увеличивается площадь, с которой исходит излучение, с другой — уменьшается характерная частота излучения звука. Эти два эффекта взаимно компенсируют друг друга, что и приводит к отсутствию зависимости излучения от диаметра.

В области же малых чисел Re кажущаяся зависимость интенсивности излучения от диаметра появляется как результат зависимости амплитуды пульсаций давления на стержне от числа Рейнольдса, что подтверждается экспериментами [8] по измерению пульсаций давления непосредственно на поверхности цилиндра в ветровом канале.

Полученные в работе результаты позволяют устранить противоречие в работах различных авторов [5, 6] относительно влияния диаметра стержня на интенсивность излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Е. Я. Юдин.* О вихревом звуке вращающихся стержней. ЖТФ, 1944, *14*, 9, 561–567.
2. *Е. Я. Юдин.* Исследование шума вентиляторных установок и методов борьбы с ним. Тр. ЦАГИ, вып. 713, 1958.
3. *Д. И. Блохинцев.* Акустика неоднородной движущейся среды. М., Гостехиздат, 1946.
4. *Л. М. Лямшев.* Об эоловых токах. Акуст. ж., 1962, *8*, 1, 91–98.

5. *O. M. Phillips.* The intensity of Aeolian tones. J. Fluid Mech., 1956, *1*, 607–624.
6. *B. Etkin, G. K. Korbacher, R. T. Keefe.* Acoustic radiation from cylinder in a fluid stream (Aeolian tones). J. Acoust. Soc. America, 1957, *29*, 1, 30–36.
7. *N. Curle.* The influence of solid boundaries on aerodynamic sound. Proc. Roy. Soc., 1955, *A231*, 505–514.
8. *J. H. Gerrard.* An experimental investigation of oscillating lift and drag of a circular cylinder shedding turbulent vortices. J. Fluid Mech., 1961, *11*, 244–256.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
15 мая 1974 г.
После повторного
исправления
10 марта 1977 г.