

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.222

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ
ЛАЗЕРНОГО ЛУЧА

В. А. Белокопъ, О. В. Руденко, Р. В. Хохлов

Известно, что модулированное световое излучение вызывает в покоящейся поглощающей среде акустические возмущения (см., например, работу [1]). Число Маха M волны пропорционально величине $\beta I_0 / c_0 \rho_0 c_p$, где β — коэффициент теплового расширения, I_0 — интенсивность света, c_0 — скорость звука, ρ_0 — плотность и c_p — удельная теплоемкость среды. Число M зависит также от геометрической формы области поглощения и (в данной идеализированной постановке) от величины параметра $A = \alpha c_0 \tau$, где α — коэффициент поглощения излучения, τ — длительность светового импульса или характерное время (период) модуляции интенсивности света.

Аналогичное явление может иметь место при сверхзвуковом обтекании лазерного луча. В этом случае излучение необязательно должно быть модулированным, так как переменное во времени нагревание достигается вследствие перемещения среды.

Рассмотрим следующую геометрию задачи. Пусть, как показано на фиг. 1, одномерный поток газа со скоростью $V > c_0$ набегаёт на неподвижную область нагревания, имеющую форму круглого прямого цилиндра, бесконечного вдоль оси z . Последнее означает, что уменьшение интенсивности света $I \sim \exp(-\alpha z)$, в рассматриваемой области значений z , мало, и $\exp(-\alpha z) \approx 1$.

Система уравнений для решения указанной задачи имеет вид

$$(1) \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = - \frac{\nabla p}{\rho}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \mathbf{v} = 0;$$

$$(2) \quad \frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla T' = \frac{\alpha}{\rho_0 c_p} I(r, t), \quad p = p(\rho, T).$$

Здесь \mathbf{v} — гидродинамическая скорость, p — давление, T' — изменение температуры T . Считая, что I постоянна во времени (непрерывный режим излучения) будем решать стационарную задачу

$$(3) \quad (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = - \frac{\nabla p}{\rho}, \quad \text{div } \rho \mathbf{v} = 0, \quad \mathbf{v} \nabla T' = \frac{\alpha}{\rho_0 c_p} I(r).$$

Связь (2) возьмем в следующем виде:

$$(4) \quad p = p_0 (\rho / \rho_0)^\gamma + c_0^2 \rho_0 \beta T'; \quad \nabla p = c^2(\rho) \nabla \rho + c_0^2 \rho_0 \beta \nabla T'.$$

Подставляя уравнение состояния (4) в систему (3) и исключая переменные ρ , T' , получим одно нелинейное уравнение

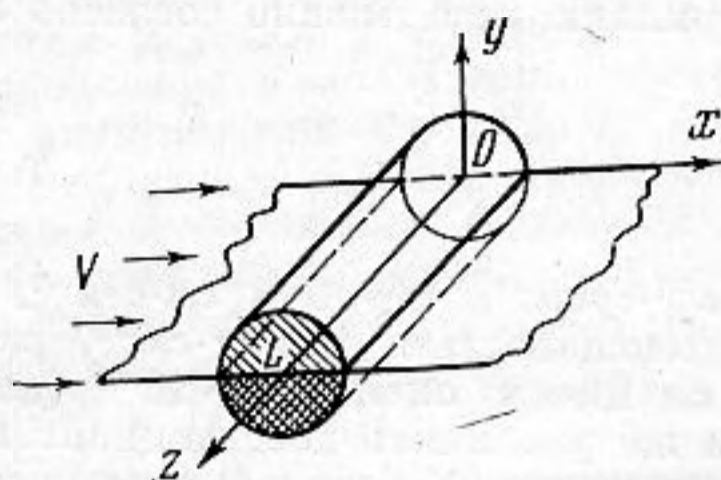
$$(5) \quad c^2 \text{div } \mathbf{v} - \mathbf{v} (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = (c_0^2 \beta \alpha / \rho c_p) I.$$

Выражение (5) представляет собой обобщение известного уравнения (см. работу [2], § 106), используемого в расчетах акустического сопротивления при обтекании твердых тонких профилей сверхзвуковым потоком газа. Будем считать, что возмущение \mathbf{v}' скорости набегающего потока $\mathbf{V} = \{V, 0, 0\}$ мало и положим в уравнении (5)

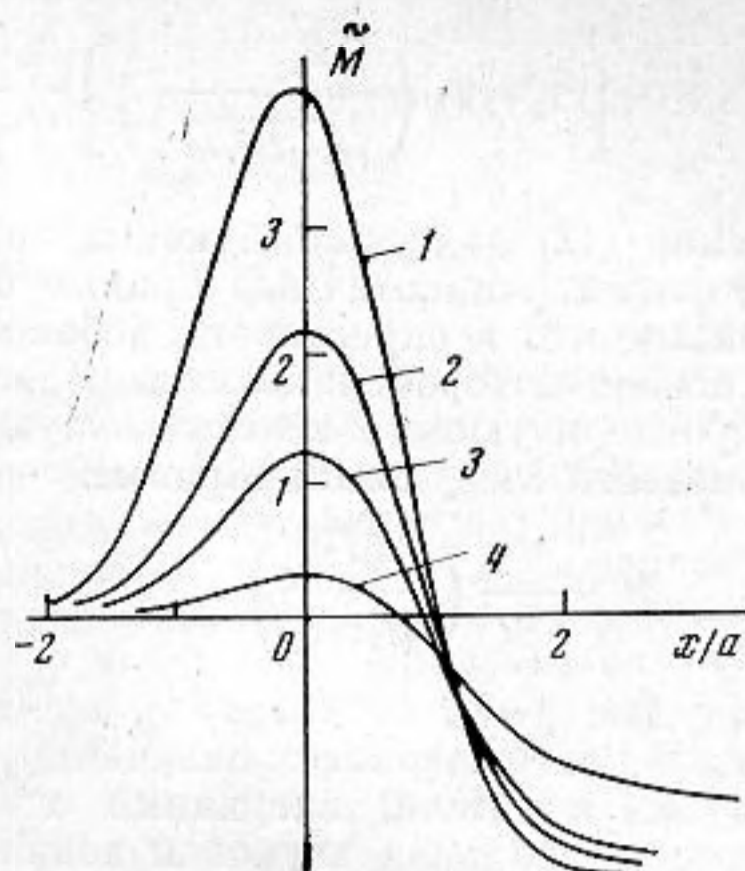
$$(6) \quad \mathbf{v} = \nabla(\varphi + xV); \quad \mathbf{v} = \mathbf{V} + \mathbf{v}'.$$

Здесь $\nabla \varphi = \mathbf{v}'$, φ — потенциал возмущения скорости потока.

Ограничимся линейным приближением, т. е. положим $\rho = \rho_0$, $c^2 = c_0^2$ и пренебрежем членами, квадратичными и кубическими по φ . В результате мы получим



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Расположение лазерного луча относительно набегающего потока газа

Фиг. 2. Зависимость нормированного значения $\tilde{M} = (\rho'/\rho_0) [\sqrt{\pi} \alpha a / 2] (\beta I_0 / \rho_0 c_0 c_p)^{-1}$ акустического числа Маха от координаты x для различных значений гидродинамических чисел Маха: 1,02 — кривая 1; 1,05 — 2; 1,1 — 3; 1,4 — 4

из уравнения (5) линейное неоднородное уравнение

$$(7) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - B^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\alpha \beta}{\rho_0 c_p} I(x, y), \quad B^2 = \left(\frac{V}{c_0} \right)^2 - 1.$$

Нам потребуется информация об изменении ρ' плотности газа ρ_0 . Для этого воспользуемся уравнением непрерывности (1), которое в линейном приближении дает необходимую связь между $M = \rho'/\rho_0$ и лапласианом потенциала $\Delta \varphi$:

$$(8) \quad \partial M / \partial x = -\Delta \varphi / V.$$

Решение (7) для гауссовского поперечного распределения интенсивности света

$$(9) \quad I(x, y) = I_0 \exp[-(x^2 + y^2)/a^2]$$

(a — полуширина пучка) имеет вид

$$(10) \quad \Delta \varphi = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \alpha c_0 \left(\frac{\beta I_0}{\rho_0 c_0 c_p} \right) \frac{1}{B \sqrt{1+B^2}} \left\{ \eta \left[\exp \left(-\frac{\eta^2}{1+B^2} \right) \right] \times \right. \\ \times \left[1 + \Phi \left[\frac{(1+B^2)\xi - (1-B^2)\eta}{2B \sqrt{1+B^2}} \right] \right] + \xi \left[\exp \left(-\frac{\xi^2}{1+B^2} \right) \right] \times \\ \left. \times \left[1 + \Phi \left[\frac{(1+B^2)\eta - (1-B^2)\xi}{2B \sqrt{1+B^2}} \right] \right] \right\}.$$

В формуле (10) использованы обозначения

$$(11) \quad \xi = (x + By)/a, \quad \eta = (x - By)/a, \quad \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-v^2} dv.$$

Частное решение (10) получено с условием обращения φ в нуль на характеристиках $\xi, \eta \rightarrow -\infty$, т. е. при $x \rightarrow -\infty$.

Формула (10) упрощается, если интересоваться изменением акустического поля вдоль оси симметрии системы, т. е. при $y=0$, когда $\xi = \eta = x/a$. Пользуясь соотношением (8), найдем

$$(12) \quad M = \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\alpha a) \left(\frac{\beta I_0}{\rho_0 c_0 c_p} \right) \left\{ \frac{1}{B} \left(\exp \left[-\frac{x^2}{a^2(1+B^2)} \right] \right) \times \right.$$

$$\times \left[1 + \Phi \left(\frac{B}{\sqrt{1+B^2}} \frac{x}{a} \right) \right] - \frac{1}{\sqrt{1+B^2}} \left[1 + \Phi \left(\frac{x}{a} \right) \right] \}.$$

Решение (12) для околосвуковых гидродинамических чисел Маха $V/c_0 \approx 1$ изображено на фиг. 2. Аналогичные кривые были получены в работе [3] численным методом. Видно, что в окрестности лобовой части обтекаемого луча возникает область сжатия, позади которой находится область разрежения. Оценку акустического числа Маха, характеризующего относительную деформацию газа, можно согласно формуле (12), произвести следующим образом:

$$(13) \quad M \sim \frac{\alpha a}{B} \left(\frac{\beta I_0}{\rho_0 c_0 c_p} \right).$$

Для воздуха ($\beta \sim 3,7 \cdot 10^{-3}$ град $^{-1}$, $c_p \sim 1$ Дж·г $^{-1}$ ·град $^{-1}$, $c_0 \sim 10^5/3$ см·сек $^{-1}$, $\rho_0 \sim 1,3 \cdot 10^{-3}$ г·см $^{-3}$) и лазерного излучения с интенсивностью 1 Мвт·см $^{-2}$, размерами луча $a=1$ см и длиной затухания $\alpha^{-1} \sim 10^3$ см имеем оценку $M \sim 10^{-1}$ (для $B \sim 1$), т. е. возникает сильная звуковая волна. Если же увеличить коэффициент поглощения α или поддерживать скорость набегающего потока V близкой к скорости звука c_0 , то в оценке (13) $B \rightarrow 0$ и число Маха может превысить единицу (ср. с результатами работы [4]).

Физически интересна задача обтекания системы, изображенной на фиг. 1. Предположим, что лазерный луч направлен вдоль тонкой жесткой бесконечной пластины, плоскость которой (совпадающая с плоскостью x, z осевого сечения цилиндрического луча) параллельна набегающему потоку. При $y > 0$ световое поле отсутствует. Вычислим силу, действующую на эту плоскость.

Согласно уравнениям (4) и (2), в линейном приближении

$$(14) \quad \frac{p'}{c_0^2 \rho_0} = \frac{\rho'}{\rho_0} + \beta T' = M + \frac{\alpha \beta}{\rho_0 c_p V} \int_{-\infty}^x I(x, y) dx.$$

В этом выражении нужно положить $y=0$. Подставим затем в формулу (14) решение (12) для $M(x, 0)$. Тогда

$$(15) \quad \frac{p'}{c_0^2 \rho_0} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\alpha a) \left(\frac{\beta I_0}{\rho_0 c_0 c_p} \right) \frac{1}{B} \left(\exp \left[-\frac{x^2}{a^2 (1+B^2)} \right] \right) \times \\ \times \left[1 + \Phi \left(\frac{B}{\sqrt{1+B^2}} \frac{x}{a} \right) \right].$$

Вычисляя интеграл от выражения (15) по x в пределах от $-\infty$ до ∞ , найдем полную действующую силу

$$(16) \quad F = \frac{\pi a^2}{2 c_p} (\alpha L) \beta I_0 c_0 \frac{\sqrt{1+B^2}}{B}.$$

Здесь L — длина рассматриваемого отрезка луча. Поскольку L всегда меньше длины области поглощения света, в оценках будем полагать $L = \alpha^{-1}$. При этом для указанных выше значений параметров лазерного излучения, констант c_p, β, c_0 для воздуха и $B \sim 0,1$ получим $F \sim 1$ г, т. е. величину, соизмеримую с известными аэродинамическими характеристиками, влияющими, например, на аэродинамические моменты.

В заключение укажем, что аналогичным образом решается задача возбуждения звука при продольном обтекании лазерного луча, ось которого параллельна набегающему потоку, а направление — навстречу потоку, по потоку, и в комбинации этих вариантов с обтекаемыми конфигурациями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. В. Бункин, В. М. Комиссаров. Оптическое возбуждение звуковых волн. Акуст. ж., 1973, 19, 3, 305—320.
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
3. J. Wallace, J. Pasciak. Thermal blooming of a rapidly moving laser beam. Appl. Optics, 1976, 15, 1, 218—222.
4. J. A. Fleck, J. R. Morris, M. J. Feit. Time-Dependent Propagation of laser beams through the atmosphere. Univ. of California, Livermore, 1975.