УДК 534.29

ВЛИЯНИЕ МИКРОТЕЧЕНИЙ НА РОСТ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ, ВЫЗВАННЫЙ ВЫПРЯМЛЕННОЙ ДИФФУЗИЕЙ

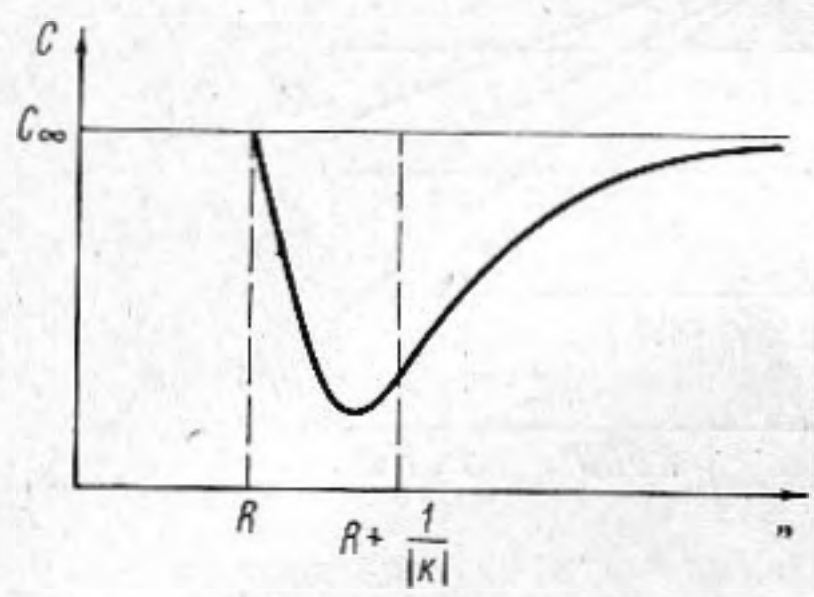
М. А. Миронов

В работах [1–4] обнаружено расхождение между оценками скорости роста газовых пузырьков в звуковом поле: скорость роста, получаемая в эксперименте, во много раз превосходит предсказываемую теорией [5, 6].

Это расхождение объясняется обычно ускорением диффузионного обмена, вызванным микротечениями, которые могут образовываться у поверхности пузырька под действием звука. Расчет влияния течений на статическую диффузию дан в работах [7–9], влияние течений на выпрямленную диффузию до сих пор не было рассчитано. В настоящей работе даны численные оценки влияния микротечений на выпрямленную диффузию и на рост пузырька.

Положим, что в отсутствие акустического поля газ в пузырьке находится в равновесии с растворенным газом. При наложении переменного давления раствор в полупериод сжатия ненасыщен относительно газа в пузырьке, а в полупериод расширения – пересыщен. Вследствие этого в полупериод сжатия газ из пузырька диффундирует в раствор, а в полупериод расширения – из раствора в пузырек. Поскольку в полупериод сжатия поверхность пузырька меньше, а расстояние между частицами, лежащими на одном радиус-векторе, больше, чем соответствующие величины в полупериод расширения, средний поток газа за период отличен от нуля и направлен к пузырьку. Этот поток называется выпрямленным, или направленным диффузионным потоком, а само явление – выпрямленной, или направленной диффузией.

Поскольку переменное поле концентрации, вызываемое пульсациями пузырька, экспоненциально спадает при удалении от его поверхности, выпрямленная диффузия «высасывает» газ из области, прилежащей к поверхности пузырька, приводя к обеднению прилежащих к границе слоев жидкости и возникновению постоянного градиента концентрации газа C на поверхности пузырька (фигура). Этот градиент вызывает обратный поток газа из пузырька в жидкость и, следовательно, снижает суммарный поток газа в пузырек. Величина градиента в приграничной области зависит от того, насколько полно скомпенсировано количество газа, ушедшее в пузырек, приходом газа с периферии. Поступление газа из периферии происходит посредством диффузии и, если есть течение – посредством конвекции. Роль последней и нужно выяснить.



Зависимость установившейся концентрации газа от радиуса

Рассмотрим жидкую частицу, подходящую к пульсирующему пузырьку радиуса R и движущуюся вдоль его границы со скоростью U. Вначале раствор газа в частице насыщен, и соответственно поток газа в пузырек из нее велик. По мере продвижения вдоль поверхности в результате перехода газа из частицы в пузырек газосодержание в частице уменьшается, следовательно, поток газа в пузырек падает. Этот процесс диффузионного обмена движущейся частицы с пузырьком аналогичен процессу диффузионного обмена покоящейся частицы с пузырьком при внезапном включении поля, причем время включения соответствует моменту первого контакта частицы и пузырька *. Плотность потока газа из частицы жидкости, прошедшей расстояние l вдоль границы и, следовательно, находившейся в контакте с пузырьком в течение времени $t=l/U$, равна по порядку плотности потока газа в пузырек в отсутствие течения по прошествии времени t с момента включения звука. Переходный режим диффузионного обмена в отсутствие течений рассмотрен в [5, 6, 10]. Результат этого рассмотрения можно выразить в следующей форме.

Если поток газа в стационарном режиме принять за единицу, то в переходном режиме он равен

$$A=1+R/\sqrt{\pi\mathscr{D}t}=1+|k|R/\sqrt{\pi\omega t}. \tag{1}$$

Здесь t – время, прошедшее с момента включения звука, ω – частота, $\mathscr{D}$ – коэффициент диффузии, $k=\sqrt{-i\omega/\mathscr{D}}$ — волновое число диффузионной волны. Это выражение удовлетворительно описывает процесс при $\sqrt{\pi\omega t}>1$, т. е. практически со второго периода колебаний. При $|k|R\gg1$ (а именно такие пузырьки представляют наибольший интерес) величина A может быть значительно больше единицы даже при довольно

* Подобная аналогия используется в [11] (стр. 130) при расчете ламинарного пограничного слоя.

больших t. Применим формулу (1) для вычислений потока газа в пузырек при наличии течения. В соответствии со сказанным выше увеличение плотности потока газа (по отношению к случаю отсутствия течения) в точках, отстоящих от «головной» точки пузырька на расстоянии l, дается формулой (1) при подстановке в нее $t=l/U$. Увеличение потока газа со всей поверхности получается интегрированием (1) по поверхности пузырька. Если через I_U обозначить поток газа, вызванный выпрямленной диффузией в присутствии течения с характерной скоростью U, то, согласно сказанному,

$$I_U/I_{U=0}=\int A\,dS/S=1+\alpha\sqrt{RU/\mathscr{D}}. \tag{2}$$

В этой формуле коэффициент α определяется геометрией течения.

Мы рассмотрели диффузионный обмен между пульсирующим пузырьком и жидкостью при равновесной в среднем концентрации газа в жидкости. Если такого равновесия нет, кроме выпрямленной диффузии возникает также статическая (не связанная с пульсациями) диффузия газа в пузырек при пересыщенном растворе и из пузырька при ненасыщенном растворе. В работах [7–9] показано, что течение с характерной скоростью U увеличивает статический диффузионный поток в $1+\beta\sqrt{RU/\mathscr{D}}$ раз, причем коэффициент β зависит от геометрии течения: так, для течения, рассмотренного в [7], $\beta\simeq0{,}5$, а для течения из работы [9] $\beta\simeq0{,}2$. Сходство с правой частью формулы (2) очевидно и, как оказывается, не случайно. Дело в том, что на расстоянии, большем $1/|k|$, усредненный поток газа определяется только постоянным градиентом концентрации, так как переменное поле диффузионной волны сюда не доходит. Постоянное поле концентрации на расстояниях, больших $1/|k|$ складывается из поля, существующего и в отсутствие звука (оно вызвано отличием концентрации газа на большом расстоянии от пузырька от концентрации, соответствующей среднему давлению газа в пузырьке) и поля, возникающего под действием звука (сплошная линия на фигуре). Это последнее слагаемое можно интерпретировать как поле стока, расположенного в области толщиной порядка $1/|k|$, прилежащей к пузырьку. Сток создается и поддерживается поверхностью пузырька посредством собственно выпрямленной диффузии. Ясно, что на обе составляющие статического поля течение действует совершенно одинаково и, следовательно $\alpha=\beta$.

Скорость роста или захлопывания пузырька пропорциональна потоку газа в пузырек, поэтому при наличии течения она также увеличивается в $1+\alpha\sqrt{RU/\mathscr{D}}$ раз. Используя наиболее общее выражение для скорости роста пузырька при отсутствии течения, выписанное, например, в работе [3], получим следующую формулу для скорости роста при наличии течения:

$$\frac{dR}{dt}=\frac{\mathscr{D}C_0}{\rho_0 R}\left[\frac{2}{3}\,\frac{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\Big/8}{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2\cdot\Gamma}\left(\frac{P_A}{P_0}\right)^2-\right.$$
$$\left.-\left(1-\frac{C_\infty}{C_0}+\frac{2\sigma}{P_0R}\right)\right]\left(1+\alpha\sqrt{\frac{RU}{\mathscr{D}}}\right). \tag{3}$$

Здесь ρ_0 – средняя плотность газа в пузырьке, C_0 – насыщающая концентрация раствора газа при давлении P_0, C_∞ – концентрация раствора газа вдали от пузырька, ω_0 — резонансная частота пульсаций пузырька, ω — частота звука, Γ — показатель адиабаты газа, σ – коэффициент поверхностного натяжения, P_A – амплитуда звукового давления.

Рассмотрим вопрос о пределах применимости полученных выражений. Выпрямленный диффузионный поток пропорционален переменной части градиента концентрации $\partial C/\partial r$ (умноженной на переменную часть радиуса пузырька), поэтому гипотеза независимости диффузионного обмена между движущейся частицей и пузырьком от движения частицы, положенная в основу расчета, выполняется в том случае, если течение не изменяет переменной части градиента концентрации. В отсутствие течения градиент концентрации пропорционален волновому числу диффузионной волны $\sqrt{-i\omega/\mathscr{D}}$. Течение вносит в градиент добавку, обратно пропорциональную толщине пограничного слоя $\delta\sim\sqrt{l\mathscr{D}/U}$. Таким образом, течение существенно меняет градиент при $\sqrt{U/l\mathscr{D}}>\sqrt{\omega/\mathscr{D}}$, т. е. на той части поверхности, для которой $l<U/\omega$. Если доля этой части поверхности мала по сравнению с остальной поверхностью пузырька, влиянием движения частицы на ее диффузионый обмен можно пренебречь. Исходя из этого получаем следующее неравенство, являющееся критерием применимости полученных результатов:

$$U/\omega R\ll1.$$

В экспериментальных работах, посвященных росту газовых пузырьков в звуковом поле [1–4], нет достаточных количественных результатов, описывающих влияние микротечений на эволюцию пузырька. Основные качественные выводы этих работ таковы: микротечения мало влияют на пороговое звуковое давление, при котором пузырек, находящийся в ненасыщенном растворе, не захлопывается; микротечения значительно ускоряют рост (захлопывание) пузырька при акустическом давлении, большем (меньшем) порогового. Результаты настоящей работы согласуются с этими выводами. В самом деле, так как течение одинаково действует и на статическую и на выпрямленную диффузию, пороговое звуковое давление не зависит от течения. Что же касается увеличения скорости роста при наличии течения, то подстановка в (2) взятых из [1] чисел $R=10^{-2}$ *см*, $U=1$ *см/сек* дает при $\mathscr{D}=2\cdot10^{-5}$ *см²/сек* и $\alpha=0{,}5$ 11-кратное увеличение скорости роста пузырька. Для более тщательной проверки предложенных оценок необходимы эксперименты, в которых одновременно регистрируются структура течений и скорость роста пузырька. В теоретической части нужен расчет коэффициента α для различных наблюдаемых типов течений.

Результаты настоящей работы без изменения переносятся и на явление выпрямленной тепловой диффузии в паровые пузырьки.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Robert K. Gould.* Rectified diffusion in the presence of and absence of, acoustic streaming. J. Acoust. Soc. America, 1974, *56*, 6, 1740–1746..
2. Физические основы ультразвуковой технологии, ч. 4 (под ред. Л. Д. Розенберга). М., «Наука», 1970.
3. *Antony I. Eller.* Bubble growth by diffusion in an 11 kHz sound field. J. Acoust. Soc. America, 1972, *52*, 5, 1447–1450.
4. *Antony I. Eller.* Growth of bubbles by rectified diffusion. J. Acoust. Soc. America, 1969, *46*, 5, 1246–1250.
5. *M. S. Plesset, D.-Y. Hsieh.* Theory of gas bubbles dynamics in oscillating pressure fields. Phys. Fluids, 1960, *3*, 6, 882–892.
6. *D.-Y. Hsieh, M. S. Plesset.* Theory of rectified diffusion of mass into gas bubbles. J. Acoust. Soc. America, 1961, *33*, 2, 206–215.
7. *Ю. Н. Калашников.* Влияние относительной скорости газового пузырька в жидкости на изменение его размеров. Прикл. матем. и теорет. физика, 1964, 3, 105–112.
8. *О. А. Капустина, Ю. Г. Статников.* О влиянии микропотоков, вызванных звуком, на массопередачу в системе газовый пузырек – жидкость. Акуст. ж., 1967, *13*, *3*, 383–386.
9. *B. J. Davidson.* Mass transfer due to cavitation microstreaming. J. Sound and Vibr., 1971, *17*, 261–270.
10. *Tunglu Wang.* Rectified heat transfer. J. Acoust. Soc. America, 1974, *56*, 4, 1131–1143.
11. *Г. Шлихтинг.* Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
24 декабря 1975 г.

После третьего исправления
2 марта 1977 г.