АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIV 1978 Вып. 1

УДК 538.4+538.114

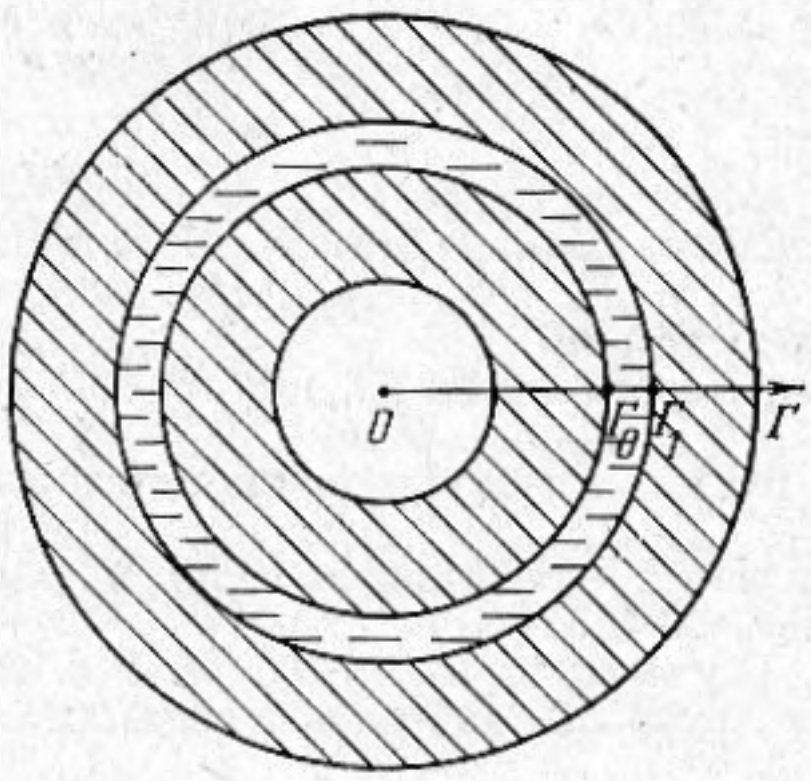
ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕЗОНАНСНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ В ФЕРРОМАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ

В. М. Полунин

Обсуждаем метод, позволяющий осуществить резонансное возбуждение ультразвуковых колебаний в ферромагнитной жидкости. Получено уравнение колебательного движения и дан расчет основной резонансной частоты радиальных колебаний тонкого бесконечно длинного цилиндрического слоя феррожидкости.

Возбуждение звуковых и ультразвуковых колебаний в жидкости без применения различного рода вибраторов представляет определенный практический и теоретический интерес. При таком возбуждении используется принципиально новый механизм превращения энергии электрических и магнитных полей в энергию упругих колебаний.

Положительные результаты по непосредственному возбуждению резонансных звуковых колебаний в жидкости были получены в работе [1], в которой цилиндрический сосуд с электропроводящей жидкостью — ртутью — помещался в направленное по его оси магнитное поле, содержащее постоянную и переменную компоненты.



Геометрия модели

В другой работе [2] рассматривалось взаимодействие бегущего магнитного поля с ферромагнитной жидкостью [3, 4]. Было показано, что при этом в бесконечном слое жидкости возбуждаются звуковые волны, амплитуда которых при совпадении фазовой скорости бегущего поля со скоростью распространения звука в жидкости стремится к бесконечности.

Здесь будет описан метод возбуждения резонансных колебаний в ферромагнитной жидкости, основанный на применении неоднородного магнитного поля, содержащего изменяющуюся во времени по гармоническому закону компоненту. Сущность метода рассмотрим на следующей модели. Ферромагнитная жидкость заполняет пространство между двумя коаксиальными бесконечно длинными цилиндрическими поверхностями, радиусы которых равны r_0 и r_1 (фигура). В предлагаемой модели используется невязкая, нетеплопроводная, неэлектропроводная и однородная жидкость, особенность характера намагничивания которой будет отмечена ниже.

Ограничивающие жидкость цилиндры считаются немагнитными, неэлектропроводящими и абсолютно жесткими.

Введем цилиндрическую систему координат, ось Z которой совпадает с осью цилиндров и направлена за чертеж. Колебательное движение частиц рассматриваемой жидкости может быть описано волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial u}{\partial r} \right], \tag{1}$$

где $u(r, t)$ — смещение частиц из положения равновесия, r — координата, t — время, c — скорость распространения звука в жидкости. Правая часть уравнения представляет собой отношение силы упругости, действующей на элементарный объем жидкости dv, к массе заключенной в нем жидкости. При наличии неоднородного магнитного поля на объем dv неэлектропроводящей феррожидкости будет действовать дополнительная сила $d\mathbf{F}$, величина и направление которой при условии линейной зависимости между магнитным моментом единицы объема $\mathbf{M}$ и напряженностью магнитного поля $\mathbf{H}(\mathbf{M}=\chi\mathbf{H})$ могут быть получены в рамках квазистатической гидродинамики изотропной феррожидкости по формуле [2, 4]

$$d\mathbf{F} = \frac{1}{2} \mu_0 \chi \nabla H^2 dv, \tag{2}$$

где μ_0 — магнитная постоянная, χ — магнитная восприимчивость феррожидкости. Применение квазистатической теории к феррожидкостям, находящимся в переменном магнитном поле, можно считать обоснованным, если время релаксации намагниченности мало по сравнению с любым характерным гидродинамическим временем, в том числе и со временем вращательной диффузии частиц ферромагнетика [4]. Это условие и характеризует особенность намагничивания используемой в данной модели феррожидкости.

На единицу массы жидкости будет действовать дополнительная сила $\mathbf{F}_м$, равная

$$\mathbf{F}_м = \frac{\mu_0 \chi}{2\rho} \nabla H^2, \tag{3}$$

где ρ — плотность феррожидкости.

Чтобы обеспечить цилиндрическую симметрию решаемой задачи, воспользуемся магнитным полем, создаваемым бесконечным прямолинейным проводником с током, расположенным вдоль оси Z. Зависимость тока I от времени зададим в виде

$$I = I_0 \cos \omega t. \tag{4}$$

В квазистатическом приближении на основе закона Био — Савара получим для $\mathbf{H}$ выражение:

$$\mathbf{H} = \frac{I_0}{2\pi r} \cos \omega t \mathbf{l}_\varphi. \tag{5}$$

Отметим, что постулированная линейная зависимость между $\mathbf{M}$ и $\mathbf{H}$ позволяет при данной конфигурации магнитного поля удовлетворить требование уравнения Максвелла [4]:

$$\operatorname{div} (\mathbf{H}+\mathbf{M}) = 0.$$

Подставляя (5) в (3), найдем проекцию силы $\mathbf{F}_м$ на направление орта-вектора $\mathbf{l}_r$:

$$F_м = -\mu_0 \chi I_0^2 (1+\cos 2\omega t) / 8\pi^2 r^3 \rho. \tag{6}$$

Из (6) следует, что величина $F_м$ может быть представлена в виде суммы постоянной F_0 и переменной $F_н$ составляющих, где

$$F_н = \mu_0 \chi I_0^2 \cos 2\omega t / 8\pi^2 r^3 \rho. \tag{7}$$

Действие постоянной составляющей на жидкость при фиксированных границах может привести лишь к некоторому распределению статического давления. Если абсолютное значение этого давления не слишком велико, оно не окажет существенного влияния на характер колебательного движения [5], и составляющую F_0 можно вообще исключить из дальнейшего рассмотрения. Составляющую же $F_н$ следует рассматривать как вынуждающую силу, причем знак минус в (7) целесообразно отбросить, что равносильно изменению начальной фазы на π.

В дальнейшем с целью упрощения расчетов ограничимся случаем «тонких» цилиндрических слоев, для которых выполняется неравенство

$$d/r \ll 1, \tag{8}$$

где $d \equiv r_1 - r_0$ — толщина слоя. Принимая во внимание монотонность зависимости $F_н$ от r и малость рассматриваемого интервала изменения r, заменим выражение (7) его средним значением в интервале $r_1 - r_0$:

$$\bar{F}_н = \mu_0 \chi I_0^2 (r_1 + r_0) \cos 2\omega t / 16\pi^2 r_0^2 r_1^2 \rho. \tag{9}$$

Вводя обозначение $A \equiv \mu_0 \chi I_0^2 (r_1 + r_0)/16\pi^2 r_0^2 r_1^2 \rho$ и добавляя (9) к правой части уравнения (1), получим уравнение движения частиц жидкости в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial u}{\partial r} \right] + A \cos 2\omega t. \tag{10}$$

Решение уравнения (10) будем искать в виде

$$u(r, t) = R(r) \cos 2\omega t. \tag{11}$$

После подстановки (11) в (10) и выполнения простейших преобразований получим новое дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + k^2 R = -\frac{A}{c^2} \tag{12}$$

где $k \equiv 2\omega_т / c$, общее решение которого имеет вид

$$R(r) = B J_0(kr) + D N_0(kr) - A/4\omega^2; \tag{13}$$

здесь $J_0(kr)$ и $N_0(kr)$ — функция Бесселя и функция Неймана нулевого порядка, B и D — произвольные постоянные.

Как будет показано ниже, наибольшее значение резонансной звуковой волны λ составляет $2d$. Отсюда на основании (8) $kr \gg 1$ и, следовательно, бесселевы функции можно заменить асимптотическими выражениями [6]

$$J_0(kr) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \cos\left(kr - \frac{\pi}{4}\right),$$

$$N_0(kr) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \sin\left(kr - \frac{\pi}{4}\right),$$

с учетом которых решение (13) принимает вид

$$R(r) = B_1 \frac{\cos kr}{\sqrt{kr}} + D_1 \frac{\sin kr}{\sqrt{kr}} - \frac{A}{4\omega^2}. \tag{14}$$

Значения постоянных B_1 и D_1 определим из граничных условий $R(r_0)=0$ и $R(r_1)=0$:

$$B_1=\frac{A}{4\omega^2}\frac{\sqrt{kr_0}\sin kr_1-\sqrt{kr_1}\sin kr_0}{\sin kd}$$

$$D_1=\frac{A}{4\omega^2}\frac{\sqrt{kr_1}\cos kr_0-\sqrt{kr_0}\cos kr_1}{\sin kd}.$$

Решение дифференциального уравнения (10) находим подстановкой (14) в (11):

$$u(r,t)=\frac{\mu_0\chi I_0^2(r_1+r_0)}{64\pi^2\omega^2r_1^2r_0^2\rho}\left[\frac{\sqrt{r_1}\sin k(r-r_0)-\sqrt{r_0}\sin k(r_1-r)}{\sqrt{r}\sin kd}-1\right]\cos 2\omega t. \tag{15}$$

Анализ выражения (15), описывающего движение частиц жидкости, показывает, что частицы в условиях данной модели совершают радиальные гармонические колебания с круговой частотой 2ω и с амплитудой, зависящей от магнитной восприимчивости χ и обращающейся в нуль при $\chi=0$. На частотах $\omega_m=\pi cm/2d$, где $m=1, 2, 3, \ldots$, амплитуда обращается в бесконечность и, следовательно, колебания частиц носят явно выраженный резонансный характер. (Заметим, что получение бесконечно больших амплитуд колебаний является следствием сделанного нами предположения об отсутствии диссипации энергии.)

Для возбуждений резонансных колебаний необходимо, чтобы толщина слоя феррожидкости удовлетворяла соотношению: $d=\lambda m/2$, где λ — длина волны звука в ней. Пусть, например, $d=5\cdot10^{-3}$ *м*. Тогда на основной резонансной частоте ($m=1$) $\lambda=10^{-2}$ *м*, и, принимая, как и в [1], $c=1300$ *м/сек*, получим значение резонансной частоты равным 130 *кгц*. Возбуждение колебаний на этой частоте достигается применением переменного тока с частотой 65 *кгц*. При указанной толщине слоя для выполнения неравенства (8) необходимо, чтобы $r_0\geqslant5\cdot10^{-2}$ *м*.

Таким образом, предложенный метод в принципе пригоден для непосредственного возбуждения резонансных ультразвуковых колебаний в ферромагнитной жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Chambarel A.* Developpement de resonances magneto-acoustiques par application d'un champ magnetique. J. méc., 1974 (1975), *13*, 4, 655–677.
2. *Баштовой В. Г., Краков М. С.* Резонансное возбуждение звука в ферромагнитной жидкости. Магнитная гидродинамика, 1974, 3, 3–7.
3. *Розенцвайг Р.* Феррогидродинамика, УФН, 1967, *92*, 2, 339–343.
4. *Шлиомис М. И.* Магнитные жидкости. УФН, 1974, *112*, 3, 427–458.
5. *Полунин В. М.* Исследования скорости и поглощения ультразвука в вязких жидкостях при высоких давлениях. Канд. дис., Л., 1971.
6. *Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф.* Специальные функции. М., «Наука», 1968.

Курский политехнический институт

Поступила
6 апреля 1977 г.