

3. Сагалович Б. М., Симбирцева О. И. Аудиометрия в расширенном диапазоне частот. Вестн. оторинолар., 1971, 5, 25-31.
4. Northern J. L., Downs M. P., Rudmose W., Eylorig A., Fletcher J. L. Recommended high — frequency audiometric threshold levels (8000-18000 Hz). J. Acoust. Soc. America, 1972, 52, 2, 585-595.
5. Беднин Ф. В., Сагалович Б. М. Эквивалентные пороги слышимости человека при костном проведении звуков, измеренные с помощью прибора «Искусственный мастоид» в расширенном диапазоне частот. Акуст. ж., 1975, 21, 5, 673-678.
6. Сагалович Б. М., Беднин Ф. В. Калибровка нулевого уровня аудиометров для исследования слуха при костном проведении звуков. Тезисы III ВСС семинара-совещания «Физиологические методы и вопросы метрологии биомедицинских измерений». М., ВНИИФТРИ, 1974, 172-174.
7. Сагалович Б. М., Беднин Ф. В., Горшков В. Г., Стамов-Витковский А. В. Костный телефон для исследования остроты слуха и слухопротезирования. Бюлл. изобр. и открытий при Совете Министров СССР, 1974, 42. Авт. свид. № 449713.
8. Симбирцева О. И. Возрастные изменения слуха по данным аудиометрического исследования в расширенном диапазоне частот. В сб. Тр. Физиология и патология слуха. М., МНИИ уха, горла и носа и ЛНИИ по болезням уха, горла, носа и речи, 1973, 18, 157-161.
9. Сагалович Б. М., Покрываева К. П. О возможности восприятия человеческим ухом звуков ультравысокой частоты. Биофизика, 1964, 4, 1, 138-142.

Московский научно-исследовательский институт уха, горла и носа

Поступила
11 мая 1977 г.

УДК 534.134

О ЧАСТОТАХ АВТОКОЛЕБАНИЙ КОЛЬЦЕВОЙ СТРУИ

Т. Х. Седелников

Вытекающая из кольцевого сопла газовая струя на некотором расстоянии смыкается, образуя замкнутый внутрструйный объем. Рассмотрим условия, способствующие возбуждению автоколебаний. Ограничимся случаем малых, по сравнению со скоростью звука, скоростей газа во внутрструйном объеме (фигура). Форму внутрструйного объема аппроксимируем конусом или параболоидом вращения. Величины, относящиеся к соответствующим аппроксимациям, будем отмечать верхним индексом 1 и 2. Захватываемое струей из внутрструйного объема в единицу времени количество газа Q должно компенсироваться обратным потоком газа из точки смыкания струи. При малых возмущениях будем считать изменения этого потока пропорциональными изменению угла смыкания струи α $\delta Q \cong Q \delta \alpha / \alpha$. Эту величину рассматриваем как акустический поток, вытекающий из точки смыкания струи

$$\delta Q \cong \lim_{x \rightarrow 0} (S v_{\text{ак}}).$$

Для сверхзвуковой струи изменение угла смыкания можно оценить по углу поворота струи вблизи сопла из-за изменения акустического давления

$$\delta \alpha(0, t) \cong - \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{\sqrt{M} p} p_{\text{ак}} \left(l, t - \frac{l}{v} \right),$$

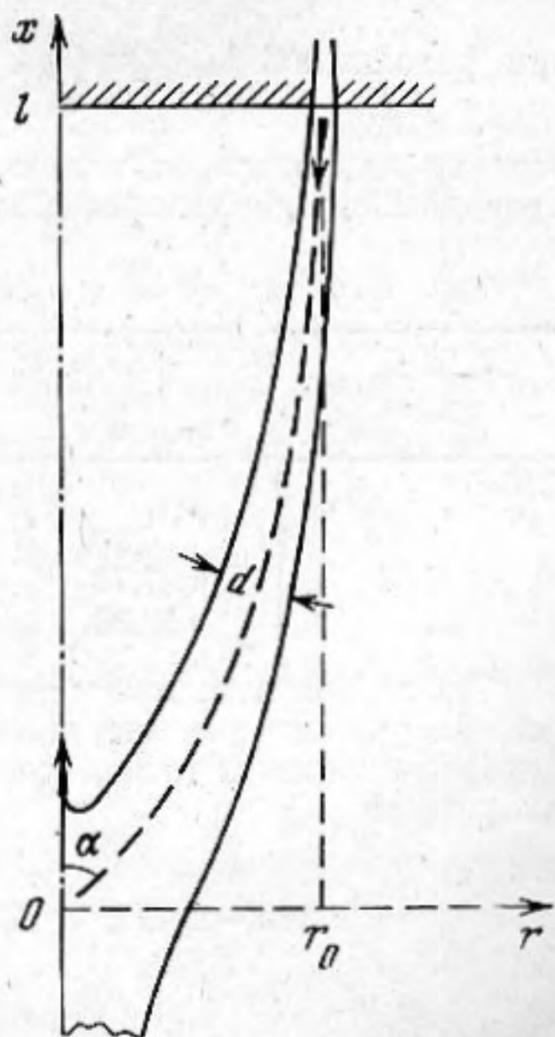
где S — сечение внутрструйного объема, $v_{\text{ак}}$ и $p_{\text{ак}}$ — акустические скорость и давление, p — среднее давление, v , c , M и γ — скорость струи, скорость звука в ней, ее число Маха и показатель адиабаты [1]. Уравнения для акустического потенциала φ

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial x} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial t^2} = 0,$$

будем решать с учетом импедантного условия на торце кольцевого сопла

$$v_{\text{ак}}(l, t) = -i \frac{g}{\rho_0 c_0} p_{\text{ак}}(l, t),$$



где ρ_0 и c_0 — плотность и скорость звука в газе внутрискрутного объема.

$$\varphi^{(1)}(x, t) = A^{(1)} \frac{e^{-i\omega t}}{x} \left[\cos k(l-x) - \left(g + \frac{1}{kl} \right) \sin k(l-x) \right], \quad k = \omega/c_0,$$

$$\varphi^{(2)}(x, t) = A^{(2)} l^{-i\omega t} \{ J_0(kx) N_1(kl) - J_1(kl) N_0(kx) + \\ + g [J_0(kx) N_0(kl) - J_0(kl) N_0(kx)] \},$$

где J_p и N_p — функции Бесселя и Неймана действительного аргумента, k и ω — волновое число и частота. Условие в точке смыкания струи позволяет получить так называемые дисперсионные уравнения для определения частоты

$$\frac{2}{y^{(1)}} \left[\cos y^{(1)} - \left(g + \frac{1}{y^{(1)}} \right) \sin y^{(1)} \right] = \Gamma^{(1)}, \quad \Gamma^{(j)} = i \frac{cl \beta \sqrt{M^2 - 1}}{c_0 \gamma r_0 \alpha} e^{i \frac{c_0}{v} y^{(j)}}, \\ - \frac{3}{2} [J_1(y^{(2)}) + g J_0(y^{(2)})] = \Gamma^{(2)}, \quad y^{(j)} = k^{(j)} l.$$

Здесь приближенно принято $Q^{(1)} = \frac{\pi}{2} \beta r_0 l v$, $Q^{(2)} = \frac{2}{3} \pi \beta r_0 l v$, где β — угол расхождения струи. Считая Γ малым, а частоту имеющей малую добавку $\omega = \omega^0 (1 + i\epsilon)$, находим

$$\epsilon_m^{(1)} = -i \frac{\beta l c \sqrt{M^2 - 1}}{2 \alpha r_0 \gamma c_0} \cdot \frac{\cos \left(y_m^{(1)} \frac{c_0}{v} \right) \sin y_m^{(1)}}{1 + \frac{\sin^2 y_m^{(1)}}{y_m^{(1)2}}};$$

$$\epsilon_m^{(2)} = - \frac{2 \beta l c \sqrt{M^2 - 1}}{3 \alpha r_0 \gamma c_0} \cdot \frac{J_0(y_m^{(2)}) \cos \left(y_m^{(2)} \frac{c_0}{v} \right)}{J_m^{(2)} [J_0^2(y_m^{(2)}) + J_1^2(y_m^{(2)})] - J_0(y_m^{(2)}) J_1(y_m^{(2)})};$$

$$\cos y_m^{(1)} = \left(g + \frac{1}{y_m^{(1)}} \right) \sin y_m^{(1)};$$

$$J_1(y_m^{(2)}) = -g J_0(y_m^{(2)}).$$

Максимум $\epsilon_m^{(1,2)}$ по числу Маха совпадает с максимумом выражения

$$\sqrt{M^2 - 1} \cos \left(y_m^{(1,2)} \frac{c_0}{v} \right)$$

при условии $\sin y_m^{(1)} \cos \left(y_m^{(1)} \frac{c_0}{v} \right) < 0$ или $J_0(y_m^{(2)}) \cos \left(y_m^{(2)} \frac{c_0}{v} \right) < 0$. Последние

условия накладывают весьма жесткие ограничения. Так, для нулевой акустической проводимости $g=0$ имеем области возбуждения различных мод (табл. 1).

Таблица 1

Номера моды m	$y_m^{(1)}$	$y_m^{(2)}$	Интервалы возбуждения для $M^{(1)}$	Интервалы возбуждения для $M^{(2)}$
1	4,50	3,83	$M > 2,81$	$M > 2,44$
2	7,73	7,01	$5,0 > M > 1,67$	$4,47 > M > 1,5$
3	10,98	10,17	$2,33 > M > 1,4$	$2,15 > M > 1,3$

Таким образом, при сохранении конфигурации внутрискрутного объема частота должна уменьшаться скачками с ростом числа M до 2,5. Возможен гистерезис.

Диссипацию акустической энергии оценим по «трению» акустической волны о границу струи

$$i\omega \epsilon \cong -\dot{E}/2E; \quad \dot{E} = \rho_0 \int_0^l \sqrt{\frac{\omega v}{2}} \Pi v_{\text{ак}}^2 dx; \quad E = \rho_0 \int_0^l S v_{\text{ак}}^2 dx,$$

где ν — эффективная турбулентная вязкость пограничного слоя, Π — периметр сечения внутривихревого объема. Если считать $\nu \sim \Delta \nu$, где Δ — толщина пограничного слоя, растущая вдоль струи $\Delta \approx \mu(l-x)$, то оценка интегралов дает

$$\varepsilon_m \approx -\text{const} \frac{\bar{\nu} \mu}{\alpha} \sqrt{\frac{M}{y_m}}$$

Видим, что затухание слабо зависит от моды колебаний.

Для дозвуковой струи описанный выше механизм не работает. Оценим изгиб струи акустическим давлением:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \frac{\partial}{\partial x} \right) u \approx - \frac{P_{\text{ак}}}{\rho d}, \quad u \approx \alpha \nu,$$

где d — «толщина» струи, ρ — ее плотность, u — радиальная составляющая скорости. Переходя к углу α и решая уравнение при граничном условии

$$\alpha(l, t) = 0,$$

находим α и определяем малую добавку к частоте

$$\alpha(0) \approx - \int_0^l P_{\text{ак}}(x') e^{i\omega x'/\nu} dx'$$

$$\left. \begin{matrix} \varepsilon_m^{(1)} \\ \varepsilon_m^{(2)} \end{matrix} \right\} = - \frac{\beta l^2 c^2}{\alpha r_0 d c_0 \nu} \left\{ \begin{matrix} \left[2 \left[1 - \frac{\sin^2 y_m^{(1)}}{y_m^{(1)2}} \right] \right]^{-1} \int_0^1 \frac{\sin y_m^{(1)} \xi}{\xi} \cos \left(y_m^{(1)} \frac{c_0}{\nu} \xi \right) d\xi, \\ \left\{ \frac{3}{2} [y_m^{(2)} (J_0^2(y_m^{(2)}) + J_1^2(y_m^{(2)}) - J_0(y_m^{(2)}) J_1(y_m^{(2)}))] \right\}^{-1} \times \\ \times \int_0^1 J_0(y_m^{(2)} \xi) \cos \left(y_m^{(2)} \frac{c_0}{\nu} \xi \right) d\xi. \end{matrix} \right.$$

Легко показать, что при $c_0/\nu < 1$ (сверхзвуковая струя) второй механизм всегда способствует затуханию. При $c_0/\nu > 1$ (дозвуковая струя) имеются области возможного самовозбуждения. Например, в случае нулевой акустической проводимости для конической аппроксимации имеем возможные интервалы самовозбуждения (табл. 2).

Таблица 2

Номера моды	Интервалы самовозбуждения
1	$0,653 > v/c_0 > 0,475$; $0,365 > v/c_0 > 0,291$; $0,241 > v/c_0 > 0,206$
2	$0,75 > v/c_0 > 0,65$
3	$0,85 > v/c_0 > 0,75$

Для малых скоростей области самовозбуждения и затухания чередуются, сужаясь с уменьшением скорости, причем $|\varepsilon_m^{(1)}|$ падает. Из-за неустойчивости скорости возбуждение будет слабым и неустойчивым. Видим, что частота самовозбуждения растет ступенчато с ростом скорости, если сохраняется конфигурация внутривихревого объема. Ввиду сложности явления изложенные выше соображения могут рассматриваться лишь как предварительные.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седельников Т. Х. Автоколебательное шумообразование при истечении газовых струй. М., «Наука», 1971.

Московский институт управления
им. С. Орджоникидзе

Поступила
24 февраля 1977 г.
После исправления
29 сентября 1977 г.