

ОТРАЖЕНИЕ ВОЛН ОТ ДВИЖУЩИХСЯ ПРЕГРАД

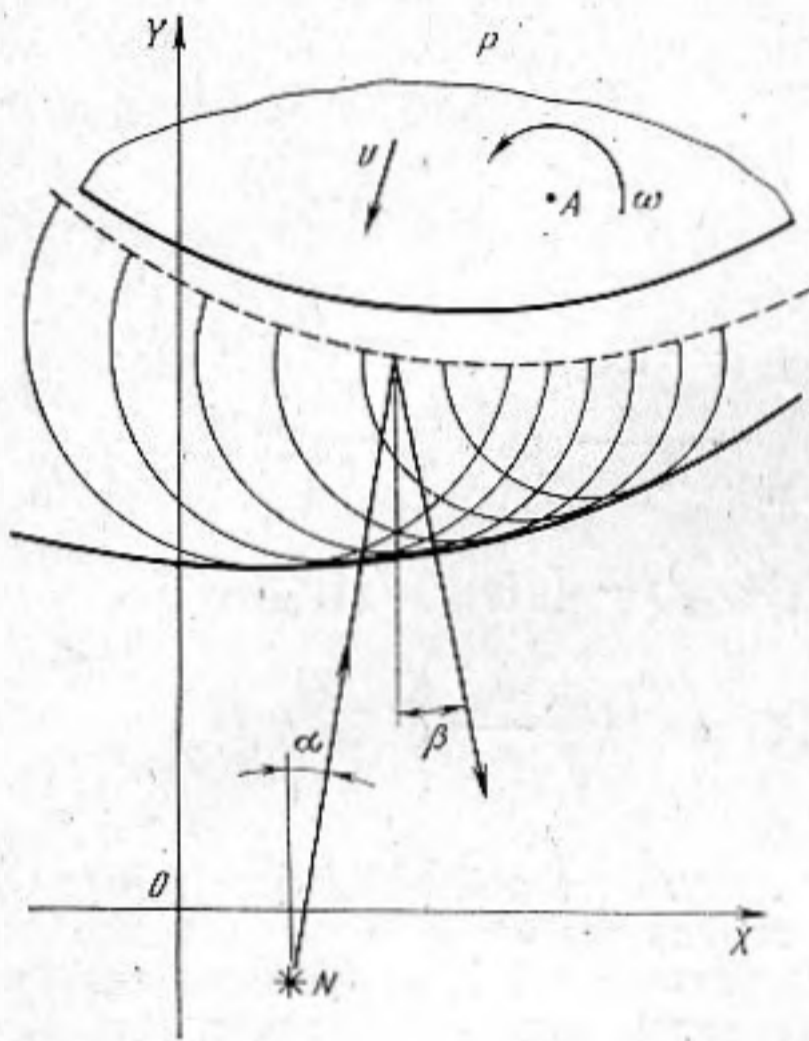
В. И. Сухоруков, Г. И. Сухоруков

Закон отражения волн в общем виде можно вывести с помощью принципа Гюйгенса [1, 2].

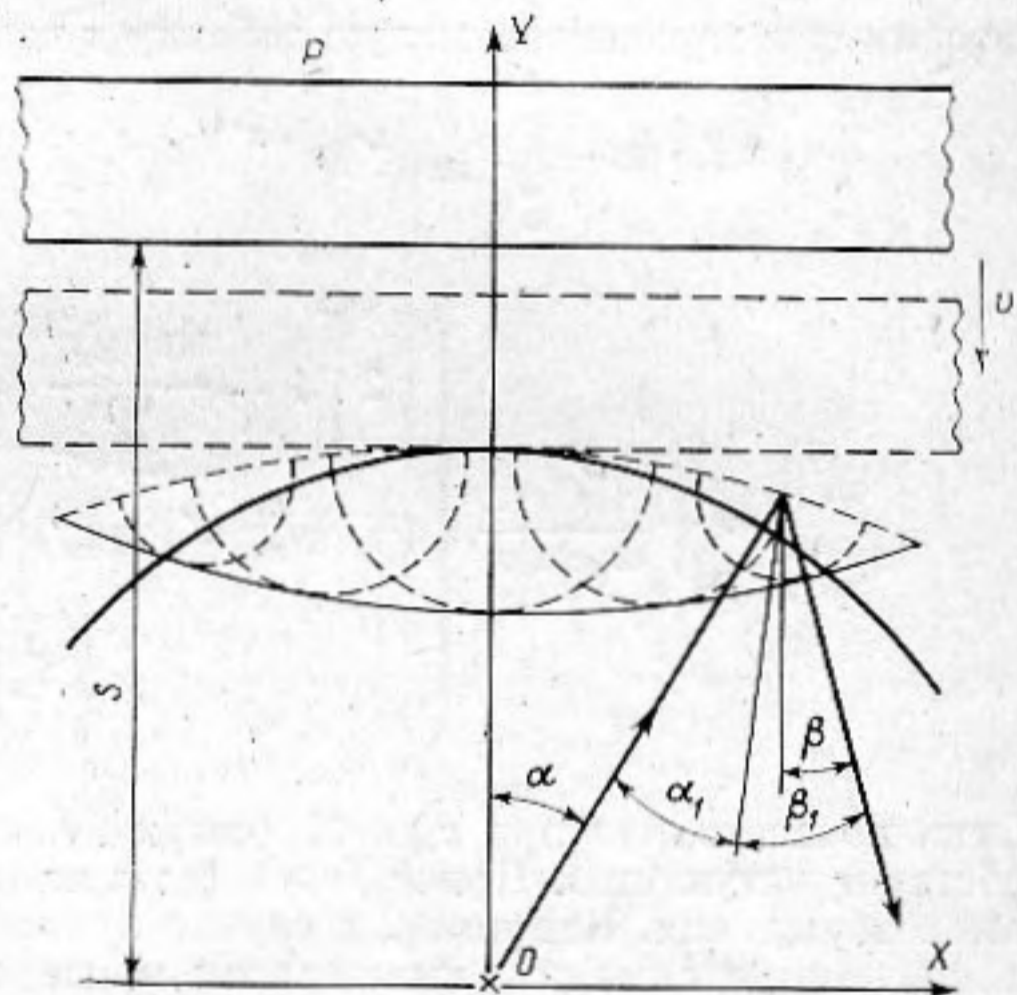
На фиг. 1 точечный источник волн из точки N излучает волну. При встрече волны с движущейся преградой P образуется семейство вторичных волн, которые описываются уравнением

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = (t-t_0)^2 c^2,$$

где x_0 , y_0 и t_0 — соответственно координаты и время встречи каждого луча с преградой, x и y — координаты точек вторичных волн в рассматриваемый момент времени, t — период времени с момента излучения волны до момента образования данного семейства, c — скорость распространения волн.



Фиг. 1. Отражение волн от произвольно движущейся преграды



Фиг. 2. Отражение волн от поступательно движущейся плоской преграды

Параметрические уравнения огибающей данного семейства имеют вид

$$(1) \quad x = x_0 + \frac{c(t-t_0) [ct_0'x_0' \mp y_0' \sqrt{(x_0')^2 + (y_0')^2 - (ct_0')^2}]}{(y_0')^2 + (x_0')^2},$$

$$y = y_0 + \frac{c(t-t_0) [ct_0'y_0' \pm x_0' \sqrt{(x_0')^2 + (y_0')^2 - (ct_0')^2}]}{(y_0')^2 + (x_0')^2},$$

где x_0' , y_0' и t_0' — производные от x_0 , y_0 и t_0 .

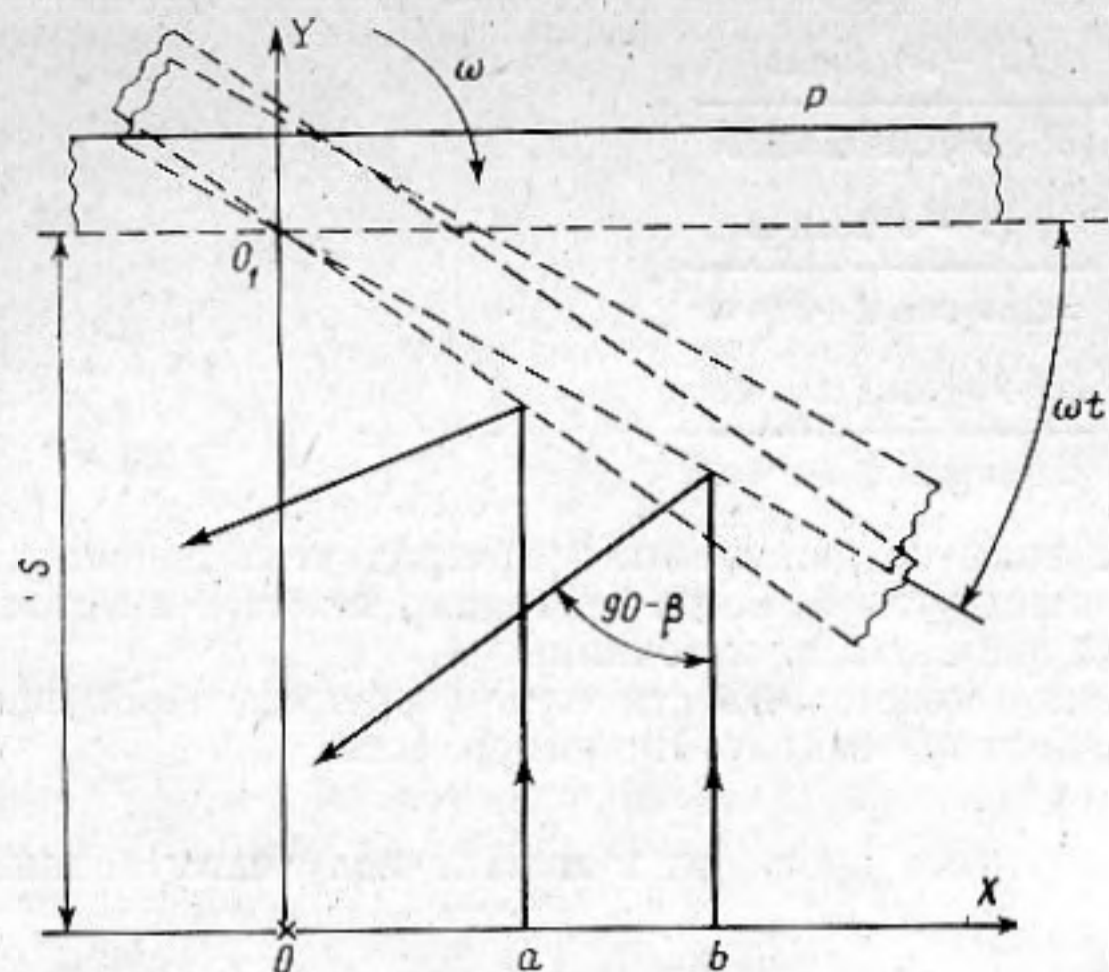
Направление отраженного луча определяется направлением нормали к фронту отраженной волны

$$(2) \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{ct_0'y_0' \pm x_0' \sqrt{(x_0')^2 + (y_0')^2 - (ct_0')^2}}{ct_0'x_0' \mp y_0' \sqrt{(x_0')^2 + (y_0')^2 - (ct_0')^2}},$$

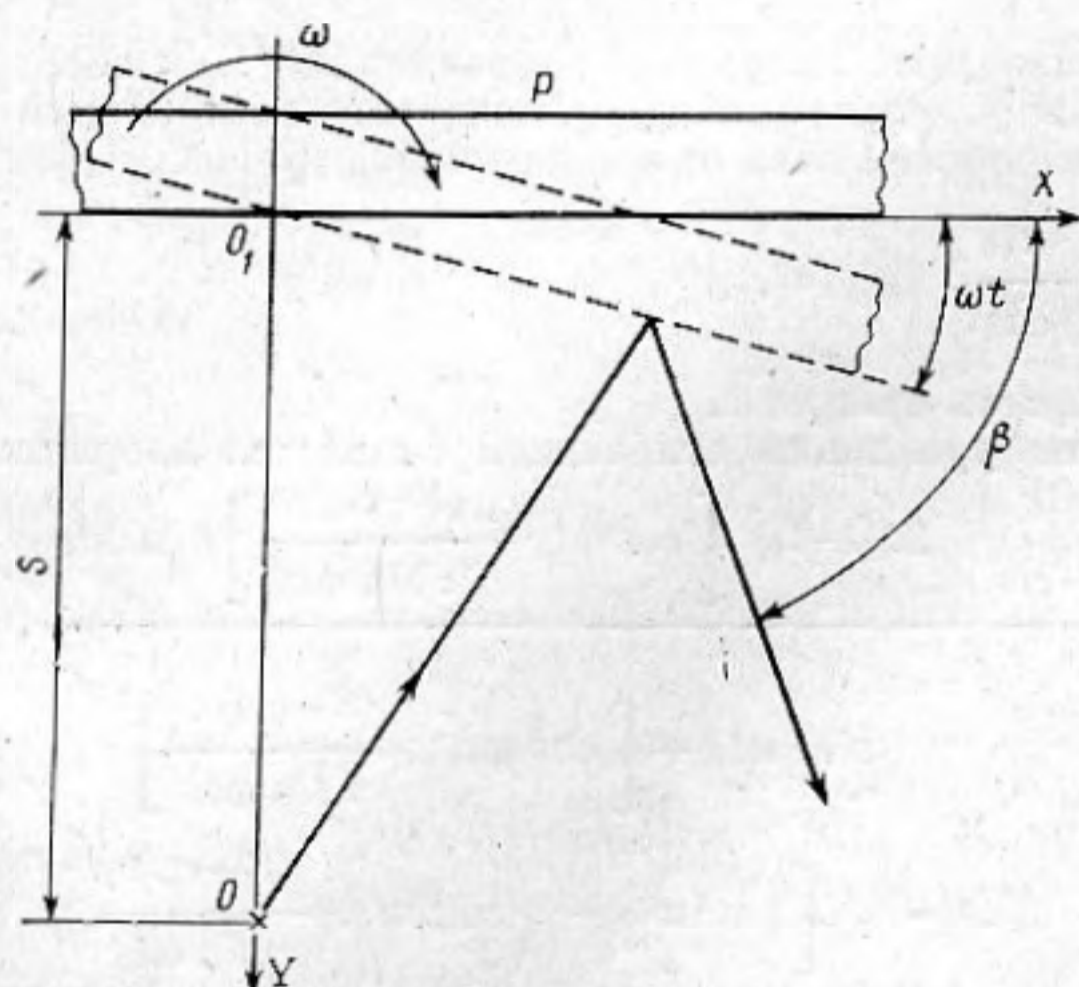
$$\sin \beta = \frac{ct_0'y_0' \pm x_0' \sqrt{(x_0')^2 + (y_0')^2 - (ct_0')^2}}{(x_0')^2 + (y_0')^2}$$

$$\cos \beta = \frac{ct_0'x_0' \mp y_0' \sqrt{(x_0')^2 + (y_0')^2 - (ct_0')^2}}{(x_0')^2 + (y_0')^2}.$$

Ниже эти общие уравнения применяются к некоторым частным задачам.



Фиг. 3. Отражение плоской волны от вращающейся преграды



Фиг. 4. Отражение сферической волны от вращающейся преграды

При поступательном движении преграды с постоянной скоростью (фиг. 2)

$$x_0 = \frac{Sc \sin \alpha}{c \cos \alpha + v}, \quad y_0 = \frac{Sc \cos \alpha}{c \cos \alpha + v}, \quad t_0 = \frac{S}{c \cos \alpha + v}.$$

Уравнение огибающей семейства вторичных волн

$$x^2 + \left(y - \frac{2c^2 S}{c^2 - v^2} \right)^2 = c^2 \left(t - \frac{2Sv}{c^2 - v^2} \right)^2,$$

т. е. окружность с координатами центра

$$x_1 = 0, \quad y_1 = \frac{2c^2 S}{c^2 - v^2}$$

и радиусом

$$R_1 = c \left(t + \frac{2Sv}{c^2 - v^2} \right).$$

Направление нормали определяется из следующих выражений:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \frac{(c^2 - v^2) \sin \alpha}{(c^2 + v^2) \cos \alpha \pm 2cv}, \\ \sin \beta &= \frac{(c^2 - v^2) \sin \alpha}{\pm 2cv \cos \alpha + c^2 + v^2}, \\ \cos \beta &= \frac{(c^2 + v^2) \cos \alpha \pm 2cv}{\pm 2cv \cos \alpha + c^2 + v^2}. \end{aligned}$$

При отражении волн от движущихся преград угол падения не равен углу отражения. Угол β меньше угла α , когда преграда движется к источнику волн, и больше α , когда преграда движется от источника.

Законы отражения можно вывести и для преград, движущихся с переменной скоростью по определенному закону. Например, если

$$v = v_0 + at_0,$$

где v_0 — скорость движения преграды в момент излучения волны, a — ускорение, то тогда

$$\begin{aligned} x_0 &= ct_0 \sin \alpha, & y_0 &= ct_0 \cos \alpha. \\ t_0 &= \frac{\pm \sqrt{(c \cos \alpha + v_0)^2 - 2aS} - c \cos \alpha - v_0}{a}. \end{aligned}$$

Подставив производные x_0 , y_0 и t_0 в уравнения (1) и (2), получим искомую зависимость. Конечный результат ввиду громоздкости не приводим.

При отражении плоских волн от вращающейся преграды (фиг. 3)

$$x_0 = \frac{S - ct_0}{\operatorname{tg} \omega t_0}, \quad y_0 = ct_0,$$

где ω — угловая скорость преграды.

Параметрические уравнения огибающей семейства вторичных волн имеют вид

$$\begin{aligned} x &= \frac{S - ct_0}{\operatorname{tg} \omega t_0} - \frac{2c(t - t_0) \left[\cos \omega t_0 + \frac{(S - ct_0)\omega}{c \sin \omega t_0} \right] \sin \omega t_0}{\sin^2 \omega t_0 + \left[\cos \omega t_0 + \frac{(S - ct_0)\omega}{c \sin \omega t_0} \right]^2}, \\ y &= ct_0 - \frac{c(t - t_0) \left[\sin^2 \omega t_0 - \left(\cos \omega t_0 + \frac{(S - ct_0)\omega}{c \sin \omega t_0} \right)^2 \right]}{\sin^2 \omega t_0 - \left[\cos \omega t_0 + \frac{(S - ct_0)\omega}{c \sin \omega t_0} \right]^2}. \end{aligned}$$

Направление нормали определится выражением

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin^2 \omega t_0 - \left[\cos \omega t_0 + \frac{(S - ct_0)\omega}{c \sin \omega t_0} \right]^2}{2 \sin \omega t_0 \left[\cos \omega t_0 + \frac{(S - ct_0)\omega}{c \sin \omega t_0} \right]}.$$

Для точечного источника получаются более сложные зависимости. Например, для случая, изображенного на фиг. 4,

$$\begin{aligned} x_0 &= \cos \omega t_0 (S \sin \omega t_0 \pm \sqrt{c^2 t_0^2 - S^2 \cos^2 \omega t_0}), \\ y_0 &= \sin \omega t_0 (S \sin \omega t_0 \pm \sqrt{c^2 t_0^2 - S^2 \cos^2 \omega t_0}). \end{aligned}$$

Определив производные x_0 и y_0 и подставив их в уравнения (1) и (2), получим искомую зависимость.

Приведенные примеры не исчерпывают все возможности уравнений (1) и (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гюйгенс Христиан. Трактат о свете. М.—Л., ОНТИ, 1935.
 2. Поль Р. В. Механика, акустика и учение о теплоте. М., «Наука», 1971.
- Иркутский политехнический институт,
Братский филиал

Поступила
25 ноября 1976 г.