УДК 534.26.534.53

ЭФФЕКТИВНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ПОГЛОЩЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Г. А. Курбатова, С. А. Рыбак

Рассеянию плоских волн на неровных поверхностях посвящена обширная литература. Библиографию можно найти в оригинальных и обзорных работах [1–3].

Однако мало исследован вопрос о влиянии формы неровностей на поглощение звука в случае поглощающей поверхности, например, если ее можно характеризовать нормальным комплексным импедансом

$$p/v_n=Z=R+iY.$$

Поскольку энергия, поглощаемая в единицу времени единицей поверхности, равна

$$\overline{pv_n}=\overline{|v_n|^2}\,\mathrm{Re}\,Z=\overline{|v_n|^2}R$$

(усреднение проводится по времени за период гармонических колебаний $T=2\pi/\omega$), то локальное поглощение пропорционально квадрату суммарной амплитуды поля в данной точке поверхности. Вследствие дифракции на неровностях амплитуда суммарного поля на поверхности может быть как больше, так и меньше амплитуды первичной плоской волны. Поэтому суммарное поглощение звука неровной поверхностью отличается от величины поглощения звука плоской поверхностью, обладающей комплексным импедансом [4]

$$\eta_{00}=\frac{4R/\rho c}{(1+R/\rho c)^2+(Y/\rho c)^2},$$

где ρc – волновое сопротивление воздуха.

В частности, в случае синусоидальной формы поверхности эффективный коэффициент поглощения η_0 зависит от $R/\rho c$, $Y/\rho c$, от угла падения θ, амплитуды неровностей ζ и от отношения периода неровности l к длине звуковой волны λ.

Для приложений, например, в архитектурной акустике важно найти условия, при которых неровная поверхность поглощает больше, чем плоская поверхность с тем же Z. Ниже приводится вывод и численный расчет коэффициента поглощения для периодически неоднородной поверхности при условии малого ее отклонения от плоскости.

Рассмотрим отражение плоской волны от неровной поверхности синусоидальной формы

$$\zeta(x)=\zeta_0\cos\frac{2\pi}{l}x. \tag{1}$$

Потенциал падающей плоской волны зададим в виде

$$\varphi_0=e^{i(kx+k_yy+qz)}e^{i\omega t};$$

$$k^2+q^2=k_0^2=\frac{\omega^2}{c^2}-k_y^2. \tag{2}$$

Поскольку свойства поверхности не зависят от координаты y, то, очевидно, отраженные волны будут зависеть от координаты y по закону e^{ik_yy}, и полное поле можно представить в виде

$$\Phi=\varphi(x,z)\,e^{ik_yy}. \tag{3}$$

Предположим, что на рассматриваемой поверхности выполняется локальное импедансное условие

$$\partial\varphi/\partial n=\sigma\varphi;\qquad \sigma=-i\omega\rho/Z. \tag{4}$$

Далее, заменим поверхность $\zeta(x)$ средней плоской поверхностью, предположив при этом, что удовлетворен критерий Рэлея

$$2k_0\zeta\sin\alpha\ll\frac{\pi}{2},$$

где α – угол скольжения падающей волны.

Снесем граничное условие (4) на плоскость $z=0$. Процедура снесения состоит, как известно, в разложении величин, заданных при $z=\zeta(x)$ около точки $z=0$ в ряд Тейлора (см., например, работу [3]). В результате получим граничное условие при $z=0$

$$\partial\varphi/\partial z=\hat{\sigma}\varphi, \quad \text{где} \quad \hat{\sigma}=\sigma_0-\left[\zeta\left(k_0^2+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)+\frac{\partial\zeta}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}\right];$$

(5)

$$\sigma_0=ik_0\mu, \qquad \mu=\frac{\rho c}{R+iY}=-i\mu_0(1+i\eta).$$

Поле φ будем искать в форме

(6)
$$\varphi=e^{i(kx+qz)}+\sum_{n=-\infty}^{\infty}R_n e^{i(k+p_n)x-iq_n z};$$

где

$$p_n=2\pi n/l, \qquad q_n=[k_0^2-(k+p_n)^2]^{1/2}.$$

Подставив выражение (6) в граничное условие (5), получим систему уравнений относительно амплитуд спектров различного порядка R_n. Обозначим:

(7)
$$\sigma_{\mp}=\zeta_0[k_0^2-(k+p_{n\pm1})^2-p(k+p_{n\pm1})].$$

Мы ограничимся спектрами нулевого и первого порядка R_0; $R_{\pm1}$. В этом случае получим

(8)
$$R_0=\frac{(\sigma_0-iq)-\dfrac{\sigma_1\sigma_{-1}}{4}\left(\dfrac{1}{\sigma_0+iq_1}+\dfrac{1}{\sigma_0+iq_{-1}}\right)}{-(\sigma_0+iq)+\dfrac{\sigma_1\sigma_{-1}}{4}\left(\dfrac{1}{\sigma_0+iq_1}+\dfrac{1}{\sigma_0+iq_{-1}}\right)};$$

$$R_{\pm1}=-\frac{\dfrac{\sigma_{\pm1}}{2}(1+R_0)}{\sigma_0+iq_{\pm1}}.$$

Если выполняется равенство

(9)
$$-iq_{\pm1}=\mathrm{Re}\,\sigma_0,$$

то спектр первого порядка интенсивно поглощается поверхностью $\zeta(x)$.

Заметим, что при $\mathrm{Re}\,\sigma_0=0$ этот спектр становится скользящим, если же $\mathrm{Re}\,\sigma_0\neq0$, то $q_{\pm1}$ есть мнимая величина, т. е. спектр первого порядка не излучается; ему соответствует лишь ближнее поле, интенсивно поглощаемое благодаря наличию коэффициента потерь η.

При частотах, далеких от частоты ω_0, удовлетворяющей уравнению (9), эффекты рассеяния и поглощения звука поверхностью $\zeta(x)$ аддитивны, т. е. неровности практически не увеличивают поглощения. При приближении частоты звука к значению ω_0 из выражений (8), (9) получим

(10)
$$R_0=-\left(1-\frac{8\sigma_0 q\eta}{\sigma_1\sigma_{-1}}\right).$$

Таким образом, благодаря интенсивному поглощению спектра первого порядка (близкого к скользящему) амплитуда отраженного поля уменьшается на величину $\sim\eta/(k\zeta_0)^2$.

Определим коэффициент поглощения звука поверхностью s через отношение поглощенного потока энергии $Q_s=Q_0-Q_R$ к падающему Q_0

(11)
$$s=\frac{Q_0-Q_R}{Q_0},$$

при этом

(12)
$$Q_0=\frac{i}{2}\left(\varphi_0\frac{\partial\varphi_0^*}{\partial n}-\varphi_0^*\frac{\partial\varphi_0}{\partial n}\right).$$

В нашем случае

(13)
$$|\varphi_0|=1; \qquad \partial\varphi_0/\partial n=iq; \qquad Q_0=q.$$

Определим теперь Q_R. Величина отраженного поля будет

(14)
$$\varphi_R=[R_0e^{-iqz}+R_1e^{(ip_1x-iq_1z)}+R_{-1}e^{(ip_{-1}x-iq_{-1}z)}]e^{ikx};$$

(15)
$$Q_R=\overline{\left(\varphi_R\frac{\partial\varphi_R^*}{\partial n}-\varphi_R^*\frac{\partial\varphi_R}{\partial n}\right)}\frac{i}{2};$$

черта сверху в выражении (15) означает усреднение по пространственному периоду l. В результате подстановки выражений (13)–(15) в формулу (11) при том условии, что действительным является лишь нулевой спектр отраженного поля, получим

$$Q_s=(1-|R_0|^2)\,q.$$

Усредним коэффициент поглощения поверхности s по углу падения в пределах телесного угла 2π

$$s=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\cos\theta\sin\theta\,d\theta\int_0^{2\pi}s(\theta,\psi)\,d\psi;$$

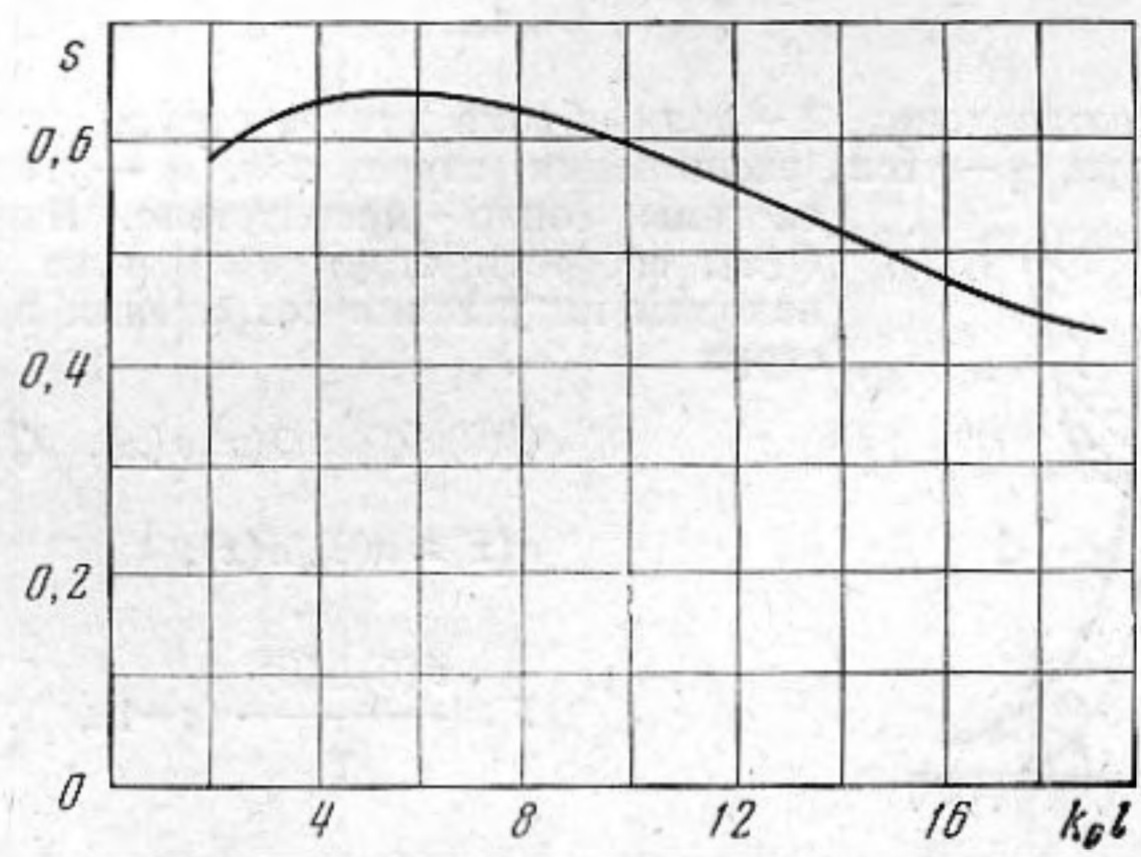
(16)

$$k=\frac{\omega}{c}\sin\theta\sin\psi;\qquad q=\frac{\omega}{c}\cos\theta;\qquad k_y=\frac{\omega}{c}\sin\theta\cos\psi.$$

При этом безразмерная величина s может быть функцией лишь безразмерных параметров. В качестве последних выберем μ_0; η; $\zeta_0 k_0$; $k_0 l$

(17) $$s=f(\mu_0;\ \eta;\ \zeta_0 k_0;\ k_0 l).$$

Расчет, проведенный на ЭВМ, дал при значениях $\bar\eta=0{,}5$, $\mu_0=1{,}25$, $\zeta_0 k_0=0{,}47$, $k_0 l=4{,}3$ максимальную величину $s_m=0{,}67$ (см. фигуру), $s_m/s_{\zeta=0}=1{,}3$.



Усредненный коэффициент поглощения для периодически неровной поверхности

Для получения указанного значения s_m на некоторой частоте достаточно задать период и высоту неровностей так, чтобы сохранить численные значения безразмерных параметров (17)

$$\zeta=0{,}475\frac{c}{\omega},\qquad l=4{,}3\frac{c}{\omega}.$$

При этом величина поглощения в максимуме оказывается выше, чем для плоской поверхности с тем же комплексным импедансом.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лысанов Ю. П.* Теория рассеяния волн на периодически неровных поверхностях. Акуст. ж., 1958, *4*, 1, 3—12.
2. *Лапин А. Д.* Рассеяние звуковых волн на шероховатой границе между жидкостью и твердым телом. Тр. Акуст. ин-та АН СССР, 1969, вып. 5, 5—151.
3. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М., «Наука», 1972.
4. *Морз Ф.* Колебания и звук. § 30, М.—Л., Гостехтеориздат, 1949.

Всесоюзный центральный
научно-исследовательский институт
охраны труда ВЦСПС
Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
13 декабря 1976 г.
После третьей доработки
18 ноября 1977 г.