

## О ВОЗНИКНОВЕНИИ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ НАБЕГАНИИ ЗАТОПЛЕННОЙ КОЛЬЦЕВОЙ СТРУИ ЖИДКОСТИ НА ПЛОСКУЮ ПРЕГРАДУ

А. Ф. Назаренко, Т. Х. Седелников

При набегаии кольцевой затопленной струи жидкости при достаточно большой скорости на плоскую преграду внутри струи возникает вихрь, сопровождаемый кавитацией. Появляются колебания струи, близкие по форме к релаксационным. Попытаемся установить условия их возникновения, следуя методам работы [1].

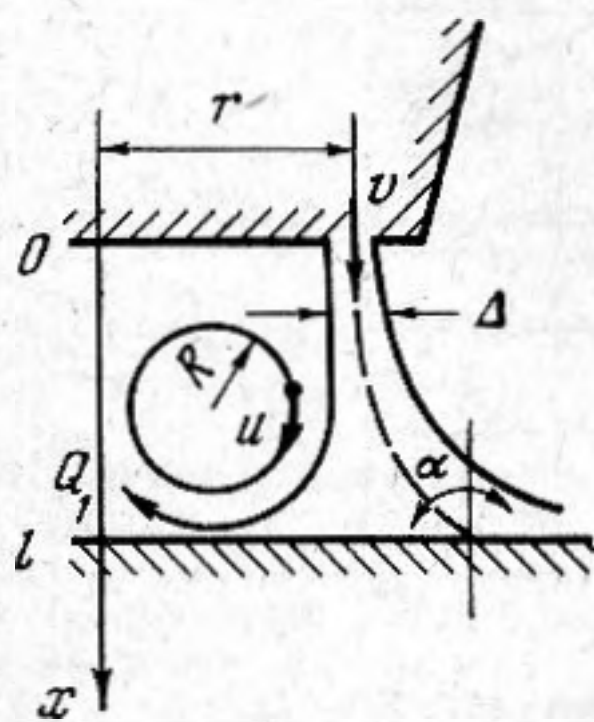
Давление  $p_1$  внутри объема  $V \cong \pi r^2 l$ , заключенного между соплом, препятствием и струей, изменяется в связи с притоком  $Q_1$  и оттоком  $Q_2$  жидкости (фиг. 1)

$$(1-\xi)V \frac{dp_1}{dt} \cong p_0(Q_1 - Q_2), \quad Q_1 \cong Q(l) \frac{1 - \sin \alpha}{2},$$

$$Q(x) \cong Q(0) + 2\pi r \gamma \int_0^x v(x') dx', \quad Q(0) \cong 2\pi r \Delta(0) v(0),$$

$$Q_2 \cong 2\pi r l \frac{\gamma}{2} \bar{v}, \quad \bar{v} = \frac{1}{l} \int_0^l v(x') dx',$$

здесь  $p_0$  — статическое давление,  $\xi$  — доля объема внутри струи, занятая жидкостью,  $v(x)$  — скорость струи,  $\gamma$  — угол расширения струи,  $\alpha(x, t)$  — угол струи с осью системы сопло — препятствие. Изменение расхода  $Q(x)$ , скорости струи  $v(x)$  и ее «толщины»  $\Delta(x)$  находим из условия сохранения полного импульса струи



Фиг. 1. Схема модели рассматриваемого явления

$$Q(0)v(0) \cong Q(x)v(x), \quad Q(x) \cong Q(0)a(x),$$

$$v(x) \cong v(0)/a(x),$$

$$\bar{v} \cong \frac{v(0)\Delta(0)}{l\gamma} (a-1), \quad Q(l) \cong Q(0)a$$

$$Q_2 \cong \frac{Q(0)}{2} (a-1), \quad a(x) \cong \sqrt{1 + \frac{2\gamma x}{\Delta(0)}}$$

$$a \cong a(l).$$

Подставляя выражения для  $Q_1$  и  $Q_2$  в уравнение для  $p_1$ , имеем

$$(1-\xi) \frac{dp_1}{dt} = p_0 \eta (1 - a \sin \alpha),$$

$$\eta = \frac{v(0)\Delta(0)}{rl}.$$

Мы видим, что существует равновесный угол  $\alpha_0$ , при котором давление не изменяется

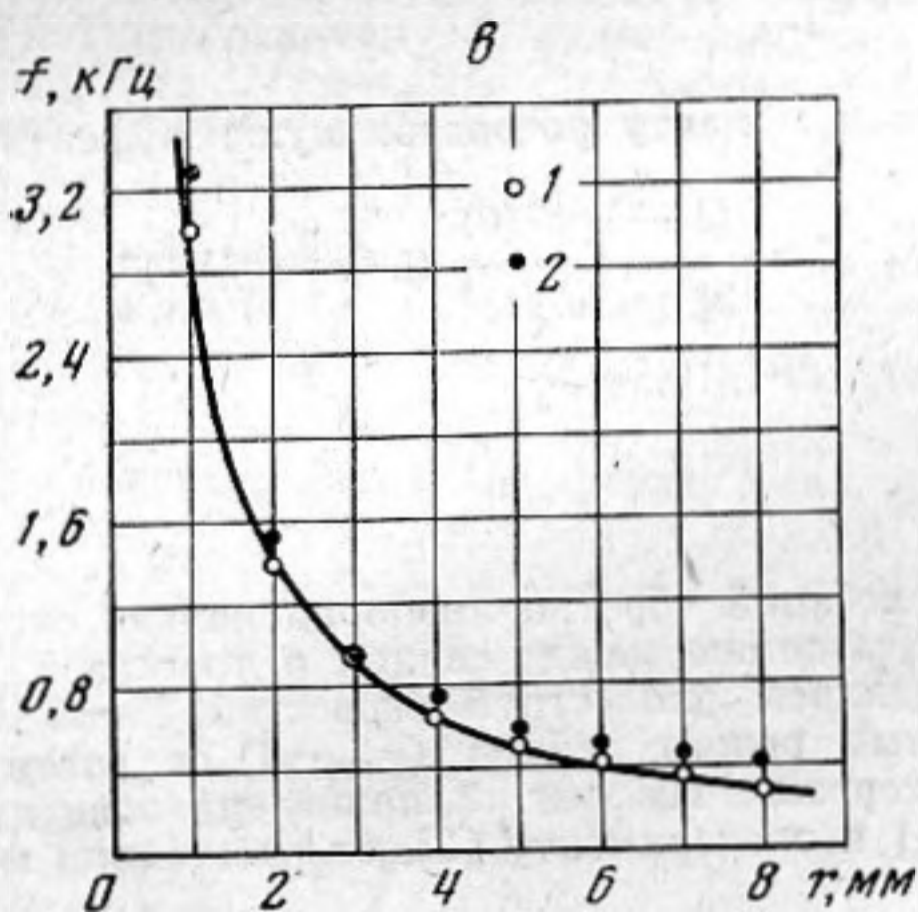
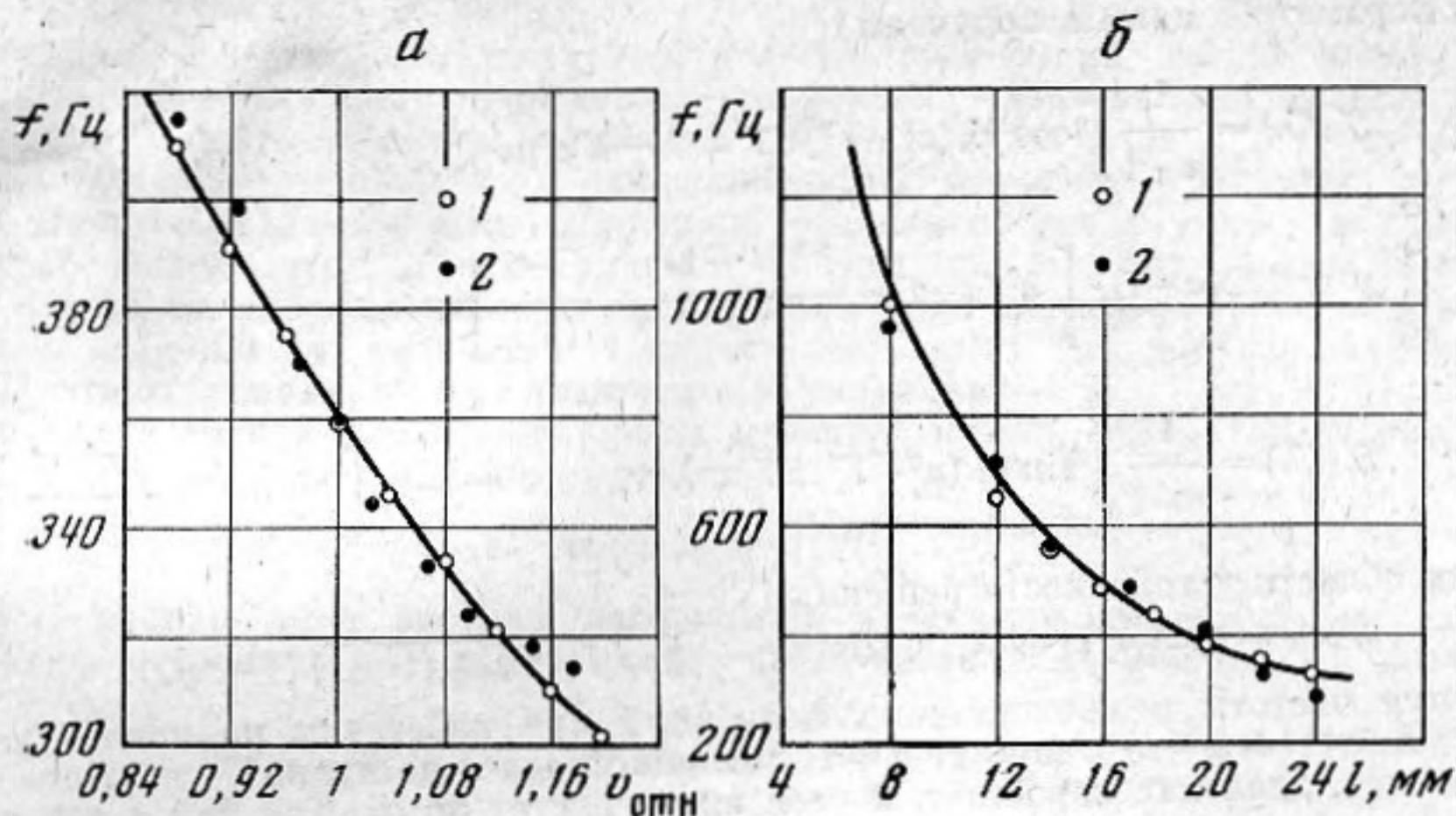
$$\sin \alpha_0 = 1/a.$$

Например, для  $\gamma \leq 0,3$  и  $l \geq 10\Delta(0)$ ,  $\alpha \leq 30^\circ$ , и угол отклонения струи можно считать малым. Во внутреннем объеме возникает тороидальный вихрь с моментом порядка  $M \cong \rho u R V \xi$ , где  $\rho$  — плотность жидкости,  $u$  — скорость жидкости на периферии вихря,  $R$  — наружный радиус вихря. Изменение момента импульса вихря происходит за счет притока жидкости  $Q_1$  и оттока ее в струю  $Q_2$

$$dM/dt \cong \rho R [v(l)Q_1 - u\xi Q_2].$$

Если ввести обозначение  $u = v(0)Y/\xi$ , то уравнение для  $Y$  примет вид

$$dY/dt \cong \eta [1 - \sin \alpha - (a-1)Y].$$



Фиг. 2. Зависимость частоты генерируемых колебаний от скорости истечения (а), от расстояния между соплом и преградой (б), от радиуса сопла (в)

Струя отклоняется под совместным действием давления  $p_1$  и «бернуллиевого давления»

$$p_{эф} \cong p_1 - \xi \frac{\rho u^2}{2}.$$

Ввиду малости угла отклонения  $\alpha(x, t)$  он подчиняется уравнению

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v(x) \frac{\partial}{\partial x} \right) (\alpha(x, t) v(x)) \cong p_{эф} / \rho \Delta(x), \quad \alpha(0, t) = 0.$$

Отклонения величин от равновесных будем считать малыми и периодическими:  $\alpha(x, t) = \alpha_0(x) + \Delta\alpha(x) e^{-i\omega t}$ ,  $p_{эф} = p_{эф}^0 + \Delta p_{эф} e^{-i\omega t}$ ,  $Y = Y^0 + \Delta Y e^{-i\omega t}$ ;  $Y^0 = 1/a$ ,  $p_{эф}^0 = \gamma \rho v^2(0) / a^2 (a-1)$ .

Отсюда

$$\Delta\alpha(x) = \Delta\alpha(l) \frac{\Gamma}{\rho \Delta(0) v^2(0)} \int_0^x \exp \left[ - \int_{x'}^x \left( \frac{d}{dx''} \ln v(x'') - i\omega \right) dx'' \right] dx',$$

$$\Gamma = \frac{\rho v^2(0)}{\xi \left( a-1-i \frac{\omega}{\eta} \right) a} - \frac{i p_0 a \eta}{\omega (1-\xi)}.$$

Полагая  $x=l$ , получаем так называемое «дисперсионное уравнение» для частоты

$$\xi \gamma = \left( \frac{1}{1-i\lambda} + \frac{b}{i\lambda} \right) \frac{1}{a-1} \int_1^a \exp(i c \lambda (a^3 - Y^3)) dY, \quad b = \xi p_0 a / (1-\xi) \rho v^2(0),$$

$$c = \Delta^2(0) (a-1) / 3 \gamma r l, \quad \lambda = \omega r l / \Delta(0) v(0) (a-1).$$

Полагая параметр  $c$  малым, получаем

$$\mathcal{J}_1(\lambda) = \frac{1}{a-1} \int_1^a \cos c\lambda (a^3 - Y^3) dY \cong 1 - \lambda^2 c^2 \mu,$$

$$\mu = 1/2(a-1) \cdot \left[ a^6(a-1) - \frac{a^3(a^4-1)}{2} + \frac{a^7-1}{7} \right],$$

$$\mathcal{J}_2(\lambda) = \frac{1}{a-1} \int_1^a \sin c\lambda (a^3 - Y^3) dY \cong \lambda c v, \quad v = \frac{1}{a-1} \left[ a^3(a-1) - \frac{a^4-1}{4} \right],$$

и находим области устойчивости решения [2]

$$b > b^* = (1 - \xi \gamma) (1 + cv), \quad v(0) < v^* = \sqrt{\xi a p_0 / (1 - \xi) \rho (1 - \xi \gamma) (1 - cv/2)}.$$

Для оценки частоты релаксационных колебаний при набегании на конечную преграду будем считать, что в момент  $\alpha = \alpha_1$  давление падает до нуля. После этого струя выпрямляется, давление нарастает, и угол вновь растет до  $\alpha_1$ . Так как  $\alpha_1 \ll 1$ , то

$$p_1 \cong p_0 \eta t, \quad Y \cong \frac{1}{a-1} [1 - e^{-(a-1)\eta t}].$$

Возврат струи к краю преграды близок к моменту равенства нулю эффективного давления

$$p_{\text{эф}}(T) = p_1 - \frac{\rho v^2(0)}{2\xi} Y^2 \cong 0, \quad T \cong \frac{(1 - \xi) \rho v^2(0)}{2\xi \eta p_0 (a-1)^2} (1 - e^{-(a-1)\eta T})^2.$$

При достаточно больших скоростях  $\rho v^2(0)/p_0 \gg 1$ . Поэтому

$$T \cong \frac{1 - \xi}{2\xi} \frac{\rho v(0) r l}{\Delta(0) (a-1)^2 p_0},$$

т. е. основная частота генерируемых колебаний обратно пропорциональна скорости истечения жидкости, радиусу сопла и расстоянию между соплом и преградой.

Экспериментальная проверка проводилась для струй скоростей 25–35 м/сек. Излучатель настраивался на оптимальный режим работы ( $v_{\text{отн}} = 1$ ), а затем скорость изменялась в определенном интервале. На фиг. 2 приведена зависимость частоты от скорости, согласно теории [1] и эксперименту [2], от расстояния между соплом и преградой и от радиуса сопла.

Таким образом, рассмотренная модель объясняет зависимость основной частоты генерируемых колебаний от рабочих параметров излучающей системы и режимов истечения жидкости, а также позволяет оценить скорость струи, при которой возникают релаксационные колебания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Константинов Б. П. Гидродинамическое звукообразование и распространение звука в ограниченной среде. Л., «Наука», 1974.
2. Пинни Э. Обыкновенные дифференциально-разностные уравнения. М., «Мир», 1974.

Одесский политехнический институт  
Московский институт управления  
им. Серго Орджоникидзе

Поступила  
27 мая 1977 г.  
После повторного исправления  
9 ноября 1977 г.

УДК 534.121

### О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВИБРАЦИОННОЙ ЭНЕРГИИ ПО ОДНОМЕРНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРЕ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

А. С. Никифоров

Рассмотрим распределение вибрационной энергии по одномерной неоднородной структуре конечной длины при широкополосном возбуждении ее элементов. Пусть структура состоит из  $n$  вибропроводящих элементов, характеризуемых скоростью распространения вибрационной энергии  $c$ , и ширина полосы частот возбуждающего сигнала такова, что одновременно возникает несколько мод колебаний элемента структуры. В этом случае амплитуду суммарных колебаний в пределах одного элемента можно считать практически одинаковой и характеризовать колебательное состояние элемента погонной плотностью вибрационной энергии  $w$ . С учетом сказанного приводимые ниже результаты справедливы для любых волн в структуре.

Пусть далее элементы структуры разделены конструктивными неоднородностями с коэффициентами передачи энергии  $t_i$  и поглощения  $d_i$ . Имеется в виду, что  $i$ -я