Полагая параметр $c$ малым, получаем

$$\mathcal{J}_1(\lambda)=\frac{1}{a-1}\int_1^a \cos c\lambda(a^3-Y^3)\,dY \cong 1-\lambda^2c^2\mu,$$

$$\mu=1/2(a-1)\cdot\left[a^6(a-1)-\frac{a^3(a^4-1)}{2}+\frac{a^7-1}{7}\right],$$

$$\mathcal{J}_2(\lambda)=\frac{1}{a-1}\int_1^a \sin c\lambda(a^3-Y^3)\,dY \cong \lambda c\nu, \qquad \nu=\frac{1}{a-1}\left[a^3(a-1)-\frac{a^4-1}{4}\right],$$

и находим области устойчивости решения [2]

$$b>b^*=(1-\xi\gamma)(1+c\nu), \quad v(0)<v^*=\sqrt{\xi a p_0/(1-\xi)\rho(1-\xi\gamma)}\,(1-c\nu/2).$$

Для оценки частоты релаксационных колебаний при набегании на конечную преграду будем считать, что в момент $\alpha=\alpha_1$ давление падает до нуля. После этого струя выпрямляется, давление нарастает, и угол вновь растет до $\alpha_1$. Так как $\alpha_1\ll 1$, то

$$p_1\cong p_0\eta t, \qquad Y\cong\frac{1}{a-1}\left[1-e^{-(a-1)\eta t}\right].$$

Возврат струи к краю преграды близок к моменту равенства нулю эффективного давления

$$p_{эф}(T)=p_1-\frac{\rho v^2(0)}{2\xi}Y^2\cong 0, \qquad T\cong\frac{(1-\xi)\rho v^2(0)}{2\xi\eta p_0(a-1)^2}\left(1-e^{-(a-1)\eta T}\right)^2.$$

При достаточно больших скоростях $\rho v^2(0)/p_0\gg 1$. Поэтому

$$T\cong\frac{1-\xi}{2\xi}\,\frac{\rho v(0)rl}{\Delta(0)(a-1)^2p_0},$$

т. е. основная частота генерируемых колебаний обратно пропорциональна скорости истечения жидкости, радиусу сопла и расстоянию между соплом и преградой.

Экспериментальная проверка проводилась для струй скоростей 25–35 *м/сек*. Излучатель настраивался на оптимальный режим работы ($v_{отн}=1$), а затем скорость изменялась в определенном интервале. На фиг. 2 приведена зависимость частоты от скорости, согласно теории [1] и эксперименту [2], от расстояния между соплом и преградой и от радиуса сопла.

Таким образом, рассмотренная модель объясняет зависимость основной частоты генерируемых колебаний от рабочих параметров излучающей системы и режимов истечения жидкости, а также позволяет оценить скорость струи, при которой возникают релаксационные колебания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Константинов Б. П.* Гидродинамическое звукообразование и распространение звука в ограниченной среде. Л., «Наука», 1974.
2. *Пинни Э.* Обыкновенные дифференциально-разностные уравнения. М., «Мир», 1974.

Одесский политехнический институт
Московский институт управления
им. Серго Орджоникидзе

Поступила
27 мая 1977 г.
После повторного исправления
9 ноября 1977 г.

---

УДК 534.121

## О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВИБРАЦИОННОЙ ЭНЕРГИИ ПО ОДНОМЕРНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРЕ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

*А. С. Никифоров*

Рассмотрим распределение вибрационной энергии по одномерной неоднородной структуре конечной длины при широкополосном возбуждении ее элементов. Пусть структура состоит из $n$ вибропроводящих элементов, характеризуемых скоростью распространения вибрационной энергии $c$, и ширина полосы частот возбуждающего сигнала такова, что одновременно возникает несколько мод колебаний элемента структуры. В этом случае амплитуду суммарных колебаний в пределах одного элемента можно считать практически одинаковой и характеризовать колебательное состояние элемента погонной плотностью вибрационной энергии $w$. С учетом сказанного приводимые ниже результаты справедливы для любых волн в структуре.

Пусть далее элементы структуры разделены конструктивными неоднородностями с коэффициентами передачи энергии $t_i$ и поглощения $d_i$. Имеется в виду, что $i$-я

неоднородность расположена между $i$-м и $i+1$-м элементами. Будем также учитывать поглощение в вибропроводящих элементах, описываемое коэффициентом потерь $\eta_i$. Коэффициент потерь $\eta_i$ связан с погонным затуханием энергии $D_i$ соотношением $D_i(дб)=13{,}65\eta_i l_i \lambda_i^{-1}$ ($l_i$ — протяженность элемента структуры, $\lambda_i$ — длина волны). Поэтому сделанное выше допущение о неизменности $w_i$ в пределах элемента структуры выполняется с определенной погрешностью. Если задаться погрешностью в 1 *дб*, то, в частности, в случае изгибных волн для структуры в виде отрезка пластины с $l=100$ *см*, толщиной 1 *см*, на частоте 1 *кгц* допустимы величины $\eta_i \leqslant 0{,}022$, что охватывает многие практические ситуации.

Для $i$-го элемента при стационарном процессе можно, исходя из закона сохранения энергии записать следующее уравнение:

$$W_i + w_{i-1} c t_{i-1} + w_{i+1} c t_i - w_i c \alpha_{\Sigma i} = 0. \tag{1}$$

Здесь $W_i$ — вибрационная энергия, подводимая за единицу времени к $i$-му элементу от внешнего источника, $w_i$ — погонная плотность вибрационной энергии в элементе $i$;

$$\alpha_{\Sigma i} = t_{i-1} + d_{i-1} + t_i + d_i + \omega \frac{\eta_i}{c}; \tag{2}$$

$\omega$ — круговая частота. Пусть внешний источник подключен только к элементу $i=1$ ($W_1=W$). Тогда величину $w_i$ можно получить путем последовательного составления уравнений типа (1), начиная с элементов $i=1$ и $i=n$, исключая каждый раз из этих уравнений значения плотностей энергии для предыдущих элементов. В результате получим

$$w_i = W \prod_{j=1}^{i-1} \left(\frac{t_j}{\alpha_j}\right) \Big/ c \left(\alpha_i - \frac{t_i^2}{\beta_{i+1}}\right). \tag{3}$$

Здесь $\Pi$ — оператор конечного произведения, $\alpha_i$ и $\beta_i$ — цепные конечные дроби:

$$\alpha_i = \alpha_{\Sigma i} - \frac{t_{i-1}^2}{\alpha_{i-1}}; \tag{4}$$

$$\beta_i = \alpha_{\Sigma i} - \frac{t_i^2}{\beta_{i+1}}. \tag{5}$$

Эти дроби обрываются при индексе, равном 1 и $n$ соответственно. Следует иметь в виду, что $\prod_{j=1}^{0} = 1$ и $\beta_{n+1}=\alpha_0=1$.

В силу конечности размеров структуры $t_0=t_n=1$. Конечная дробь $\alpha_i$ учитывает предысторию энергии в $i$-м элементе на пути ее прохождения в этот элемент от источника, а конечная дробь $\beta_i$ — влияние на эту энергию последующей части структуры.

Для последнего элемента структуры ($i=n$) выражение (3) приобретает вид

$$w_n = W \prod_{j=1}^{n-1} t_j \Big/ c \prod_{j=1}^{n} \alpha_j. \tag{6}$$

Отношение плотностей вибрационной энергии в соседних элементах структуры равно

$$w_i / w_{i+1} = \beta_{i+1} / t_i. \tag{7}$$

Последний результат можно распространить на бесконечную одномерную структуру, состоящую из одинаковых элементов, разделенных одинаковыми неоднородностями с $t_i=t$ и $d_i=d$. В этом случае выражение (5) можно написать как

$$\beta_i = \beta = \alpha_\Sigma - \frac{t^2}{\beta}, \tag{8}$$

откуда нетрудно получить выражение для $\beta$. Подстановкой этого выражения в формулу (7) находим

$$\gamma = \frac{w_i}{w_{i+1}} = \frac{\alpha_\Sigma}{2t} + \sqrt{\frac{\alpha_\Sigma^2}{4t^2} - 1}. \tag{9}$$

Если $d=0$, то выражение (9) принимает вид

$$\gamma = 1 + \frac{\chi}{2} + \frac{\chi}{2}\sqrt{1 + \frac{4}{\chi}}, \tag{10}$$

где $\chi=\omega\eta/ct$. Эта формула совпадает с аналогичным результатом, полученным в работе [1] для бесконечной одномерной структуры методом Вестфаля.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Ляпунов В. Т., Никифиров А. С.* Виброизоляция в судовых конструкциях. Л., «Судостроение», 1975.

Поступила
17 ноября 1977 г.
После исправления
21 февраля 1978 г.

---

УДК 658.562.64:534.8

# ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА АКУСТИЧЕСКОЙ ОЧИСТКИ

*Б. Н. Поддубный*

Знание степени ультразвукового обезжиривания поверхности деталей в любой момент процесса очистки имеет большое значение для изучения особенностей динамики процесса. Существующие в лабораторной и производственной практике способы определения степени очистки трудоемки и не всегда приемлемы. К таким методам относится, например, гравитометрический [1], при котором взвешиванием определяют суммарное количество загрязнений, оставшихся на поверхности детали. В производственных условиях иногда применяют способ протирания поверхности пыжами из фильтровальной бумаги [2], определяя степень очистки визуальным осмотром пыжа. Большой интерес представляет способ, основанный на измерении электропроводности моющего раствора, применимый, однако, лишь при очистке от водорастворимых загрязнений. Наиболее чувствительным методом является метод «меченых атомов». Но этот метод неприемлем в производственных условиях, а в лаборатории требует специального оборудования и повышенных требований к технике безопасности.

Нами разработан и исследован способ электролитического определения степени очистки. Он основан на измерении сигнала разбалансировки моста, в измерительные плечи которого включены две электролитические ячейки; электрод одной из ячеек несет загрязнение, а второй электрод – эталонной чистоты.

Для эталонной ячейки удельная электропроводность равна $X_1=i/E$, а для ячейки, несущей загрязнение,– $X_2=i/E-\delta I/VS$. Здесь $I$ – сила тока в цепи; $i$ — плотность тока; $V$ – напряжение; $E$ – градиент электрического поля; $\delta$ – толщина слоя загрязнения; $S$ – площадь электрода, очищенная от загрязнений. В процессе очистки толщина слоя $\delta$ уменьшается, а площадь $S$ увеличивается и, следовательно, второй член в выражении для $X_2$ уменьшается. Так как первый член остается неизменным для обеих ячеек, то в целом электропроводность ячейки, несущей загрязнение, в процессе очистки должна возрастать и, следовательно, напряжение разбаланса моста будет уменьшаться. Равновесию моста соответствует полная очистка загрязненной пластины.

Для проведения лабораторных испытаний метода нами использовалась система трех жестко установленных параллельно друг другу электродов-пластинок. Эти пластинки составляли две электролитические ячейки, включенные в измерительные плечи моста. На одну из крайних пластинок наносился слой загрязнения, вторая очищалась до степени, принимаемой за эталонную; средняя пластина играла роль общего электрода. Все три пластины помещались в ультразвуковую ванну с моющим раствором. Уравновешивающие плечи моста изготавливались из калиброванной нихромовой проволоки диаметром 0,8 *мм* и длиной 1000 *мм*. Перед началом измерений мост уравновешивался, а нанесение загрязнения на пластину нарушало его равновесие. Степень разбалансировки моста фиксировалась потенциометром ПСР1-02. Для сравнения производилось определение качества ультразвуковой очистки никелевых пластин размером 20×60×2 *мм* гравитометрическим способом, способом радиоактивных добавок и способом протирания поверхности фильтровальной бумагой. Опыт повторялся при одинаковых условиях очистки 100 раз для каждого из методов. При этом метод протирания показал, что пластинки были практически чистыми