АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIV 1978 Вып. 5

УДК 534.86

К РАСЧЕТУ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПЛОСКОМ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕ

А. Ф. Мелькановіч

Рассмотрен метод нахождения оригиналов от изображений по Лапласу функций, описывающих переходные процессы в пьезоэлектрическом преобразователе. Метод позволяет получить точные решения задачи в случае произвольных значений коэффициента электромеханической связи и параметров электрической нагрузки преобразователя. Для режимов излучения и приема получены аналитические выражения переходных характеристик.

При исследовании импульсного режима работы пьезоэлектрического преобразователя наиболее широко применяют операционные методы на основе преобразования Лапласа. При этом существуют известные трудности, связанные с поиском обратного преобразования, вследствие чего полученные решения во временной области содержат существенные ограничения на параметры пьезоэлемента и его электрической нагрузки. При малом коэффициенте электромеханической связи β и условии холостого хода или короткого замыкания на электрическом входе (выходе) преобразователя оригинал находят путем разложения передаточной функции в степенной функциональный ряд [1, 2]. Коэффициенты членов этого ряда не являются функциями параметра преобразования p. Получить обратное преобразование с учетом электрической нагрузки и при малом β удается путем использования теории вычетов [3, 4]. Поиск точного решения в общем случае методами теории вычетов требует большой вычислительной работы, так как уравнения полюсов являются трансцендентными и не имеют аналитического решения.

В данной работе изложен метод нахождения обратного преобразования Лапласа для функций, описывающих импульсную работу пьезоэлектрического преобразователя, с учетом его электрической нагрузки при произвольном значении коэффициента электромеханической связи.

Расчет переходных процессов преобразователя проведем для передаточных функций K_{PU}, K_{UP}, которые с использованием данных работы [4] можно представить в виде

$$(1)\qquad K_{PU}=\frac{P_{и}}{U_{и}}=k_1\frac{(1-a_1)(1-a_1V_{13})}{p\tau_1(1-V_{12}V_{13}a_1^2)}\frac{1}{A_{11}Z_{п}+A_{12}};$$

$$(2)\qquad K_{UP}=\frac{U_{п}}{P_{п}}=k_2\frac{(1-a_1)(1-a_1V_{13})}{p\tau_1(1-V_{12}V_{13}a_1^2)}\frac{1}{A_{21}Z_{п}+A_{22}}$$

где $U_{и}$, $U_{п}$ – напряжение на электрических клеммах преобразователя в режиме излучения и приема соответственно; $P_{и}$ – давление на рабочей поверхности преобразователя в режиме излучения; $P_{п}$ – давление в падающей волне;

$$k_1=\beta\left[\frac{(1-V_{12}^2)\tau_1}{2HC_1}\right]^{1/2};\quad k_2=\beta\left[\frac{(1-V_{12}^2)H\tau_1}{2C_1}\right]^{1/2};\quad \tau_1=\frac{l_1}{v_1};\quad a_1=e^{-p\tau_1};$$

$$H=\frac{2S}{z_2};\quad C_1=\frac{S\varepsilon}{l_1};\quad V_{12}=\frac{z_1-z_2}{z_1+z_2};\quad V_{13}=\frac{z_1-z_3}{z_1+z_3};$$

$$Z_{\text{п}}=\frac{1}{pC_1}\left\{1+\frac{\beta_2}{2p\tau_1}\frac{(1-a_1)\left[V_{12}+V_{13}+2-a_1(V_{12}+V_{13}+2V_{12}V_{13})\right]}{(1-V_{12}V_{13}a_1^{\,2})}\right\}$$

— электрическое сопротивление преобразователя; z_1, z_2, z_3 — удельные акустические сопротивления материалов пьезопластины, нагрузки и демпфера соответственно; S, l_1 — площадь и толщина пьезопластины; v_1 — скорость звука в пьезопластине; ε — диэлектрическая проницаемость при постоянной деформации; A_{jk}—A — параметры электрического четырехполюсника, включенного в режиме излучения между преобразователем и генератором, а в режиме приема — между преобразователем и усилителем.

Для дальнейшего рассмотрения режимов излучения и приема выразим их операторные функции с использованием (1), (2) в общем виде:

$$\Phi_1(p)=k_j\Phi_2(p)\Phi(p)\frac{1+a_1s_1+a_1^{\,2}s_2}{1+a_1g_1+a_1^{\,2}g_2}, \tag{3}$$

$$\Phi(p)=g_1pC_1/A_{j1}\alpha_2;\quad s_1=-(1+V_{13});\quad s_2=V_{13};$$

$$g_1=\frac{\alpha_2/\tau_1}{p^2C_1A_{j2}/A_{j1}+p+\alpha_3/\tau_1};$$

$$g_2=\frac{-p^2C_1V_{12}V_{13}A_{j2}/A_{j1}-pV_{12}V_{13}+\alpha_1\tau_1}{p^2C_1A_{j2}/A_{j1}+p+\alpha_3/\tau_1}.$$

$$\alpha_1=-\beta^2(V_{12}+V_{13}+2V_{12}V_{13})/2;\qquad \alpha_2=\beta^2(V_{12}+V_{13}+V_{12}V_{13}+1);$$

$$\alpha_3=-\beta^2(V_{12}+V_{13}+2)/2.$$

Выражение (2) описывает режим излучения, если положить $\Phi_1(p)=P_{\text{и}}(p)$; $\Phi_2(p)=U_{\text{и}}(p)$; $j=1$, и режим приема, если $\Phi_1(p)=U_{\text{п}}(p)$; $\Phi_2(p)=P_{\text{п}}(p)$ и $j=2$.

Сомножитель в (3), представляющий собой отношение двух полиномов от a_1, можно разложить в степенной ряд по степеням a_1 аналогично тому, как поступают при нахождении обратного z-преобразования [5]. Тогда выражение (3) примет вид

$$\Phi_1(p)=k_j\Phi_2(p)\Phi(p)\,(c_1+c_2a_1+c_3a_1^{\,2}+\ldots+c_na_1^{\,n-1}+\ldots). \tag{4}$$

Коэффициенты функционального ряда в (4) c_n, в отличие от коэффициентов в работе [1, 2], являются функциями от p. Значения $c_n=c_n(p)$ можно получить непосредственно делением полинома числителя на полином знаменателя или вычислить по формулам

$$c_1=\lim_{a_1\to 0}F_1;\quad F_1=\Phi_1(p)/k_j\Phi_2(p)\Phi(p)\quad \text{при } n=1;$$

$$c_n=(-1)^{n-1}\frac{1}{(n-1)!}\lim_{a_1\to 0}a_1^{-2}\frac{\partial}{\partial a_1}F_{n-1};$$

$$F_n=a_1^{-2}\frac{\partial}{\partial a_1}F_{n-1}\quad \text{при}\quad n=2,3,4\ldots$$

Для $n=1, 2, 3, 4, 5$ коэффициенты c_n имеют следующие значения:

$$c_1=1;\quad c_2=s_1-g_1;\quad c_3=s_2-g_2-s_1g_1+g_1^{\,2};$$
$$c_4=-g_2s_1+2g_2g_1-g_1s_2+g_1^{\,2}s_1-g_1^{\,3};$$
$$c_5=g_2^{\,2}-g_2s_2+2g_2g_1s_1-3g_2g_1^{\,2}+g_1^{\,2}s_2-g_1^{\,3}s_1+g_1^{\,4}.$$

Выполняя в (4) почленно переход к оригиналу от $\Phi_{1,n}(p)$, можно получить функции $\Phi_{1,n}(t)$, которые по определению одностороннего преобра-

зования Лапласа равны нулю при $t<\tau_1(n-1)$ и являются составляющими переходного процесса с момента времени $t\geqslant\tau_1(n-1)$ (здесь t – время). В общем виде обратное преобразование от (4) можно выразить следующим образом:

$$\Phi_1(t)=k_j\sigma[t-\tau_1(n-1)]\mathcal{L}\left[\Phi_2(p)\Phi(p)\sum_{n=1}^{m}c_n(p)\right], \tag{5}$$

где

$$\mathcal{L}[f(p)]=\int_0^\infty f(p)e^{pt}dp;$$

$$\sigma[t-\tau_1(n-1)]=\begin{cases}0 & \text{при } t<\tau_1(n-1)\\ 1 & \text{при } t\geqslant\tau_1(n-1)\end{cases};$$

$m=t_m/\tau_1$ – целое положительное число, определяющее верхнюю границу временного интервала от $t=0$ до $t=t_m$ для исследуемого переходного процесса.

Формула (5) позволяет получить точные выражения, описывающие переходный процесс в пьезоэлектрическом преобразователе в случае произвольных значений коэффициента электромеханической связи и параметров электрической нагрузки преобразователя, для обширного класса функций $U_и(p)$, $P_и(p)$.

В качестве примера применения полученных соотношений найдем переходные характеристики пьезоэлектрического преобразователя для режимов излучения и приема.

В режиме излучения будем считать, что напряжение $U_и=U_0/p$ задано непосредственно на электродах пьезоэлемента. Тогда $A_{11}=1$, $A_{12}=0$ и, следовательно,

$$\Phi(p)=\frac{pC_1/\tau_1}{p+\alpha_3/\tau_1};\quad g_1=\frac{\alpha_2/\tau_1}{p+\alpha_3/\tau_1};\quad g_2=\frac{-pV_{12}V_{13}+\alpha_1/\tau_1}{p+\alpha_3/\tau_1}. \tag{6}$$

Из анализа подынтегрального выражения в (5) с учетом (6) следует, что его слагаемые могут быть представлены суммой функций

$$f_k(p)=\frac{\varphi p^{k-1}}{(p+\alpha_3/\tau_1)^l}, \tag{7}$$

где $\varphi\neq\varphi(p)$; k, $l=1, 2, 3\ldots$; $k\leqslant l$. Изображние (7) имеет табличное преобразование $\mathcal{L}[f_k(p)]$ при $k=2$. Проведя многократные дифференцирования оригинала с $k=2$ и замечая закономерность построения оригинала при произвольном k, получим

$$\mathcal{L}[f_k(p)]=\varphi e^{-\alpha_3\nu}\sum_{i=1}^{k}(-1)^{i+1}N_i\left(\frac{\alpha_3}{\tau_1}\right)^{i-1}\frac{t^h}{h!}, \tag{8}$$

где

$$\nu=t/\tau_1;\quad h=l+i-k-1;\quad N_i=\begin{cases}1 & \text{при } i=1 \text{ и } i=k\\ k-1 & \text{при } 1<i<k.\end{cases}$$

Подставляя в (5) $\Phi_2(p)=U_0/p$, $\Phi(p)$ в виде (6) и используя (8), получим выражение переходной характеристики преобразователя в режиме излучения в виде

$$P_и(t)=\beta\left[\frac{C_1(1-V_{12}^2)}{2\tau_1 H}\right]^{1/2}U_0\sum_{n=1}^{m}F_n(\nu_n), \tag{9}$$

где $\nu_n=\dfrac{t}{\tau_1}-(n-1)$; $F_n(\nu_n)=0$ при $t<\tau_1(n-1)$ $(\nu_n<0)$;

$$F_n(\nu_n)=e^{-\alpha_3\nu_n}[\mu_{n,0}+\mu_{n,1}\nu_m+\mu_{n,2}\nu_m{}^2+\ldots+\mu_{n,n-1}\nu_m^{n-1}]$$

при $t\geqslant\tau_1(n-1)$ $(\nu_n\geqslant 0)$;

$\nu_m=\alpha_2\nu_n$; $\mu_{n,k}=0$ при $k\geqslant n$; $k=0, 1, 2, \ldots, n-1$.

Выражения (5), (6) и (8) позволяют определить значения $\mu_{n,k}$ при $k<n$ для любых n, обеспечивающих расчет переходного процесса в требуемом интервале времени от 0 до t_m (от $n=1$ до $n=m=t_m/\tau_1$). Для краткости изложения приведем значения $\mu_{n,k}$ при $n=1, 2, 3, 4, 5$:

$\mu_{1,0}=1$; $\mu_{2,0}=-(1+V_{13})$; $\mu_{2,1}=-1$; $\mu_{3,0}=V_{13}(1+V_{12})$;
$\mu_{3,1}=1+V_{13}-\varkappa_1-\varkappa_2V_{12}V_{13}$; $\mu_{3,2}=1/2$; $\mu_{4,0}=-V_{12}V_{13}(1+V_{13})$;
$\mu_{4,1}=\varkappa_1(1+V_{13})+\varkappa_2(1+V_{13})V_{12}V_{13}-V_{13}-2V_{12}V_{13}$;

$$\mu_{4,2}=\varkappa_1+\varkappa_2V_{12}V_{13}-\frac{1}{2}(1+V_{13});\quad \mu_{4,3}=-\frac{1}{6};$$

$$\mu_{5,0}=V_{12}V_{13}{}^2(1+V_{12});\quad \mu_{5,1}=2V_{12}V_{13}(1+V_{13})-$$

$$-\varkappa_1V_{13}(1+2V_{12})-\varkappa_2V_{12}V_{13}{}^2(1+V_{12});$$

$$\mu_{5,2}=\frac{1}{2}\left[\varkappa_1{}^2-2\varkappa_1(1+V_{13})+\varkappa_2 2V_{12}V_{13}\left(\varkappa_1+\frac{1}{2}\varkappa_2V_{12}V_{13}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-1-V_{13}\right)+V_{13}(1+3V_{12})\right];\quad \mu_{5,3}=\frac{1}{6}(1+V_{13}-3\varkappa_1-3\varkappa_2V_{12}V_{13});$$

$$\mu_{5,4}=\frac{1}{24};\quad \varkappa_1=-\frac{1}{2}\frac{V_{12}+V_{13}+2V_{12}V_{13}}{V_{12}+V_{13}+V_{12}V_{13}+1};$$

$$\varkappa_2=-\frac{1}{2}\frac{V_{12}+V_{13}+2}{V_{12}+V_{13}+V_{12}V_{13}+1}.$$

Формула (9) при малом значении β $(\alpha_1=\alpha_2=0)$ переходит в известные выражения переходной характеристики преобразователя в режиме излучения [1, 2, 6].

Режим приема рассмотрим для $P_{\text{п}}=P_0/p$ и электрической нагрузки в виде параллельной цепи из резистора $R_{\text{э}}$ и емкости $C_{\text{э}}$. Тогда $A_{j1}=A_{21}=1/R_{\text{э}}+pC_{\text{э}}$ – проводимость электрической нагрузки, $A_{j2}=A_{22}=1$ и, следовательно,

$$(10)\qquad \Phi(p)=-\frac{p\vartheta_1/(1+\vartheta_1)\tau_1}{(p-p_1)(p-p_2)};\quad g_1=\frac{px_1+x_2}{(p-p_1)(p-p_2)};$$

$$g_2=\frac{p^2x_3+px_4+x_5}{(p-p_1)(p-p_2)},$$

где $p_1=\dfrac{1}{\tau_1}(-\Delta_1+\omega_1)$; $p_2=\dfrac{1}{\tau_1}(-\Delta_1-\omega_1)$; $\vartheta_1=C_1/C_{\text{э}}$;

$$\Delta_1=\frac{\alpha_3+\vartheta_2}{2(1+\vartheta_1)};\quad \omega_1=\left(\Delta_1{}^2-\frac{\alpha_3\vartheta_2}{1+\vartheta_1}\right)^{1/2};\quad \vartheta_2=\frac{\tau_1}{\tau_{\text{э}}};\quad \tau_{\text{э}}=R_{\text{э}}C_{\text{э}};$$

$$x_1=\alpha_2/\tau_1(1+\vartheta_1);\quad x_2=x_1\vartheta_2/\tau_1;\quad x_3=-V_{12}V_{13};$$

$$x_4=x_1\varkappa_1+x_3\vartheta_2/\tau_1(1+\vartheta_1);\quad x_5=x_2\varkappa_1;\quad \varkappa_1=\frac{\alpha_1}{\alpha_2}.$$

В рассматриваемом случае подынтегральное выражение в (5) с учетом (10) может быть представлено суммой функций:

$$f_k(p)=\frac{\sum_{r=1}^{2k-1} p^{2k-r-1}\varphi_r}{(p-p_1)^k(p-p_2)^k}, \quad \varphi_r\neq\varphi(p).$$

Оригинал от $f_k(p)$ можно вычислить по формуле

$$(11)\qquad f_k(t)=\sum_{i=1}^{2}\sum_{s=0}^{k-1}\frac{t^s e^{p_i t}}{s!(k-s-1)!}\frac{d^{(k-s-1)}}{dp^{(k-s-1)}}\left[\frac{U(p)}{(p-p_q)^k}\right]\Big|_{p\to p_i},$$

где $U(p)=\sum_{r=0}^{2k-1} p^{2k-r-1}\varphi_r$; $q=|3-l|$.

Формула (11) получена путем нахождения оригиналов по теории вычетов в простых полюсах p_1, $p_2(p_1\neq p_2)$ для $k=1-5$ с последующим обобщением результатов на случай произвольного k.

Подставляя в (5) $\Phi_2(p)=P_0/p$, (10) и используя (11), получим переходную характеристику преобразователя в режиме приема в виде

$$(12)\qquad U_{\text{п}}(t)=k_2\frac{\vartheta_1 P_0}{(1+\vartheta_1)2\omega_1}\sum_{l=1}^{2}\sum_{n=1}^{m}\mathcal{F}_{n,l}e^{\delta_i\gamma_n},$$

где

$$\mathcal{F}_{n,l}=\sum_{a=0}^{n-1}\sum_{\varphi=0}^{n-a-1}B_{n-\varphi,a,l}\gamma_n{}^a(-1)^{n+1-\varphi} \quad \text{при} \quad t\geqslant\tau_1(n-1)\,(\nu_n\geqslant 0); \quad n-\varphi>0,$$

$n-\varphi>a$;

$$\mathcal{F}_{n,l}=0 \quad \text{при} \quad t<\tau_1(n-1)\,(\nu_n<0);$$

$$\nu_n=t/\tau_1-(n-1); \quad \gamma_n=\omega_1\nu_n; \quad \delta_1=-\Delta_1/\omega_1+1; \quad \delta_2=-\Delta_1/\omega_1-1.$$

Выражения (5), (10) и (11) позволяют определить значения $B_{n-\varphi,\,a,\,l}$ для любых n, обеспечивающих расчет переходного процесса в требуемом интервале времени от 0 до t_m (от $n=1$ до $n=m=t_m/\tau_1$). Для краткости изложения приведем значения $B_{n-\varphi,\,a,\,l}$ лишь при первых четырех значениях n, которые определены в зависимости от l — верхний знак в формулах соответствует $l=1$, нижний — $l=2$.

$$B_{1,0,l}=\pm b_{10};$$

$$B_{2,0,l}=-2^{-1}[\mp p_l{}^2 b_{22}+p_l(2b_{22}\mp b_{21})+b_{21}\mp b_{20}];$$

$$B_{2,1,l}=-2^{-1}(p_l{}^2 b_{22}+p_l b_{21}+b_{20});$$

$$B_{3,0,l}=2^{-3}[\pm p_l 3b_{33}+p_l{}^2(-9b_{33}\pm 3b_{32})+$$
$$+p_l(\pm 6b_{33}-6b_{32}\pm b_{31})\pm 2b_{32}-3b_{31}\pm b_{30}3];$$

$$B_{3,1,l}=2^{-3}[-p_l{}^3 3b_{33}+p_l{}^2(\pm 6b_{33}-3b_{32})+$$
$$+p_l(\pm 4b_{32}-3b_{31})\pm 2b_{31}-3b_{30}];$$

$$B_{3,2,l}=\pm 2^{-3}(p_l{}^3 b_{33}+p_l{}^2 b_{32}+p_l b_{31}+b_{30});$$

$$B_{4,0,l}=2^{-4}[\mp p_l{}^3 5b_{43}+p_l{}^2(15b_{43}\mp 5b_{42})+$$
$$+p_l(\mp 12b_{43}+10b_{42}\mp b_{41})+2b_{43}\mp 4b_{42}+5b_{41}\mp b_{40}];$$

$$B_{4,1,l}=2^{-4}[p_l{}^3 5b_{43}+p_l{}^2(\mp 12b_{43}+b_{42}5)+$$
$$+p_l(6b_{43}\mp 8b_{42}+5b_{41})+2b_{42}\mp 4b_{41}+5b_{40}];$$

$$B_{4,2,l}=2^{-4}[\mp p_l{}^3 2b_{43}+p_l{}^2(3b_{43}\mp 2b_{42})+p_l(2b_{42}\mp 2b_{41})+b_{41}\mp 2b_{40}];$$

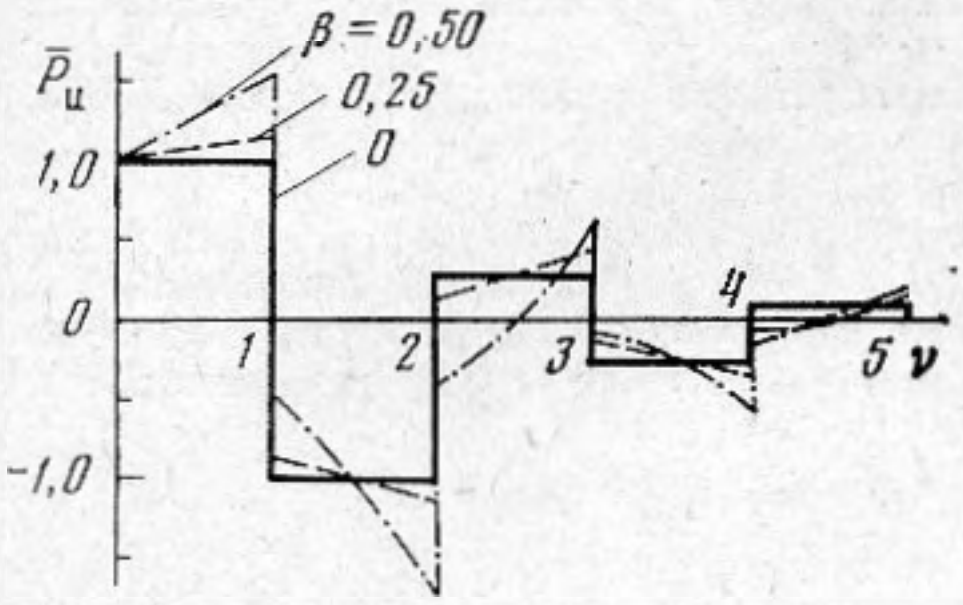
$$B_{4,3,l}=2^{-4}\frac{1}{3}(p_l{}^3 b_{43}+p_l{}^2 b_{42}+p_l b_{41}+b_{40}); \quad p_l=\delta_{1(2)}.$$

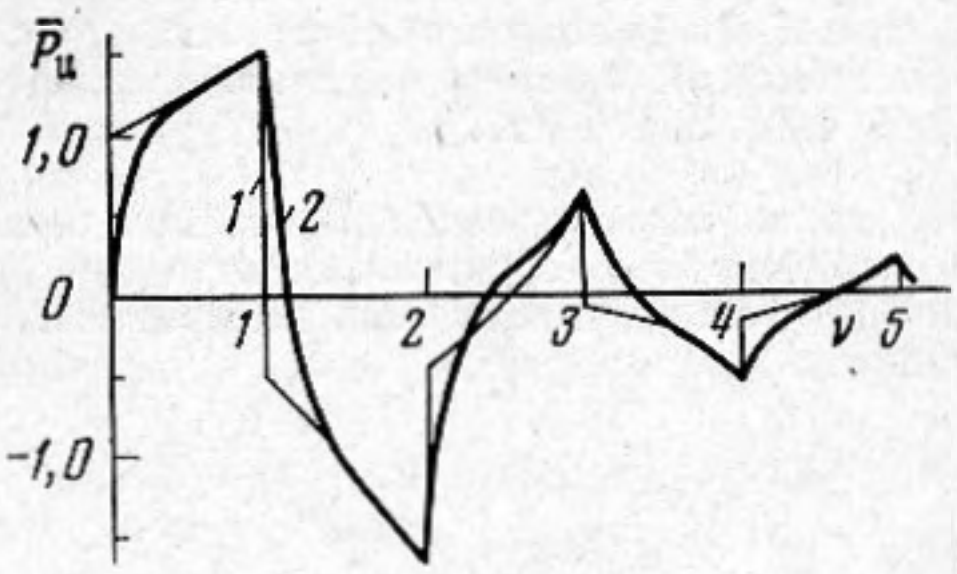
Соответственно n b_{rs} имеют следующие значения:

$n=1$ $b_{10}=1$;
$n=2$ $b_{10}=-(1+V_{13})$; $b_{21}=-x_1$; $b_{20}=-x_2$;
$n=3$ $b_{10}=V_{13}$; $b_{20}=x_5-x_2(1+V_{13})$; $b_{21}=x_4-x_1(1+V_{13})$;
$b_{22}=x_3$; $b_{30}=x_2^2$; $b_{31}=2x_1x_2$; $b_{32}=x_1^2$;
$n=4$ $b_{22}=x_3(1+V_{13})$; $b_{21}=x_4(1+V_{13})-x_1V_{13}$;
$b_{20}=x_5(1+V_{13})-x_2V_{13}$; $b_{33}=2x_1x_3$; $b_{32}=2x_1x_4+2x_2x_3-x_1^2(1+V_{13})$;
$b_{31}=2x_1x_5+2x_2x_4-$
$-2x_1x_2(1+V_{13})$; $b_{30}=2x_2x_5-x_2^2(1+V_{13})$; $b_{43}=x_1^3$; $b_{42}=3x_1^2x_2$;
$b_{41}=3x_1x_2^2$; $b_{40}=x_2^3$.

Формула (12) при предельном переходе $\vartheta_1\to\infty$, $\vartheta_2\to 0$ и $\alpha_1=\alpha_2=0$ совпадает с соответствующими выражениями работ [1, 2, 6].

Анализ выражений (9), (12) показывает, что формы кривых, описывающих переходные характеристики, определяются в режиме излуче-





Фиг. 1 Фиг. 2

Фиг. 1. Зависимость $\bar{P}_и(\nu)$ при $V_{12}=0{,}277$, $V_{13}=1{,}00$ для различных β

Фиг. 2. Переходная характеристика недемпфированной пьезокерамической пластины с β=0,50, нагруженной на алюминий. *1* – расчет, *2* – эксперимент

ния параметрами β, V_{12}, V_{13}, а в режиме приема – параметрами β, V_{12}, V_{13}, ϑ_1, ϑ_2. При оценке амплитудных соотношений как независимые параметры выступают еще τ_1, H, C_1 и $R_э$, H в режимах излучения и приема соответственно. Расчетные значения нормированных переходных характеристик для режима излучения $\bar{P}_и=P_и(t)/P_и(t=0)$ представлены на фиг. 1, откуда следует, что с ростом β имеет место как значительное увеличение амплитуд импульсов, так и изменение их формы.

На фиг. 2 сопоставлены полученная в результате расчета и экспериментально наблюдаемая форма переходного процесса. При экспериментальных исследованиях недемпфированная ($V_{13}=1$) круглая пластина из пьезокерамики ЦТС-19 с параметрами β=0,50; $l_1=3{,}0$ мм, $S=706$ мм^2 притиралась к смоченной маслом пластине из алюминия ($V_{12}=0{,}277$), которая служила акустической нагрузкой. В качестве приемника давления использовался широкополосный емкостный преобразователь. Форма переходной характеристики $\bar{P}_и(t)$, полученная экспериментально, в целом хорошо совпадает с расчетной. Наблюдаемые отклонения в окрестностях $t\geqslant n\tau_1$ ($n=0, 1, 2\ldots$) обусловлены тем, что импульс возбуждения $U_и(t)$ в отличие от расчетного имел конечное время нарастания.

В заключение следует отметить, что изложенный метод расчета и полученные переходные характеристики для передаточных функций K_{PU}, K_{UP} легко обобщаются на случай передаточных функций $K_{PI}=P_и/I_и$ и $K_{IP}=I_п/P_п$, где $I_и$, $I_п$ – электрический ток через преобразователь в режимах излучения и приема соответственно. Для этого необходимо воспользовать-

ся соотношениями

$$K_{UP}/K_{PI}=K_{IP}/K_{PU}=H, \quad H=2S/z_2,$$

вытекающими из взаимности преобразователей с нулевыми начальными условиями.

Рассмотренный метод расчета можно использовать также при исследовании многослойных преобразователей и при рассмотрении переходных процессов в пассивных средах, состоящих из плоских слоев.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пономарев П. В.* Переходные процессы в пьезовибраторах. Акуст. ж., 1957, *3*, 3, 243–253.
2. *Redwood M.* A study of waveforms in generation and detection of short ultrasonic pulses. Appl. Mater. Res., 1963, *2*, 2, 76–84.
3. *Евдокимов Н. А., Касаткин Б. А., Мелькановић А. Ф.* Работа пьезовибратора с двусторонней нагрузкой в импульсном режиме. Дефектоскопия, 1969, 2, 90–99.
4. *Евдокимов Н. А., Касаткин Б. А., Мелькановић А. Ф.* Работа пьезовибратора в импульсном режиме. Изв. ЛЭТИ, 1970, 89, 152–162.
5. *Джури Э.* Импульсные системы автоматического регулирования. Пер. с англ. под ред. Я. З. Цыпкина. М., Физматгиз, 1963.
6. *Дианов Д. Б.* О работе пьезопреобразователя в нестационарном режиме. Изв. ЛЭТИ, 1968, 63, 3, 114–126.

Всесоюзный научно-исследовательский институт
по разработке неразрушающих методов
и средств контроля качества материалов,
Кишинев

Поступила
23 августа 1977 г.
После исправления
23 февраля 1978 г.